JAIST Repository
https://dspace.jaist.ac.jp/

Title	繰返し演算子を含むプロセス代数の完全公理化
Author(s)	加藤雅英
Citation	
Issue Date	1997-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/1030
Rights	
Description	小野寛晰，情報科学研究科，修士

JAPAN
ADVANCED INSTITUTE OF
SCIENCE AND TECHNOLOGY

Japan Advanced Institute of Science and Technology

繰返し演算子を含むプロセス代数の完全公理化

加藤雅英

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

1997 年 2 月 14 日

キーワード: プロセス代数, 双模倣, 繰返し.

1 はじめに

本研究は、並列合成演算子 $\|$ に関する繰返し演算を導入することを目的とする。近年の研究では、1994 年に Bergstra、Bethke と Ponse によって、ACP へ逐次合成演算子 $\cdot$ に関する繰返し演算と入れ子演算が加えられた。さらに、BPA にこの繰返し演算に関する公理を加えたものについての完全性が、1994 年に Fokkink と Zantem によって証明されている。そこで、本研究では、1993 年に Christensen により導入された BPP(Basic Parallel Process) に、繰返し演算を加えた場合の性質を調べた。その結果、ここで加えた繰返し演算に対してのアクション規則を定義することができたが、無限個のアクション規則が必要となることがわかった。また、BPA の際の公理を BPP に関して適用した場合、健全性を満たさないことが反例を示すことによりわかった。ここに、BPA と BPP すなわち逐次合成と並列合成の違いを見ることができた。

プロセス代数とは、現実世界でのプロセスを、構文論的には形式体系として、意味論的には代数としてモデル化した数学的対象である。プロセスにはいくつかの異なる見方やとらえ方があり、広い意味でプロセス代数と呼ばれる体系は多数ある。プロセスは構文論的には、次のように代数的にプロセスを表現される。まず基本プロセスを表す定数記号およびプロセスを合成するための演算記号の集合 (シグニチャ) を定め、それから構成される代数項としてプロセスを定義する。 構文上で定義されたものに対しての意味は、プロセス間に遷移関係を与えることによって表現している。そして、プロセス間に等価関係を導入することにより、プロセスに対しての意味的な概念を与えている。プロセス間の等価関係はいくつかあるが、そのなかで 2 つのプロセスが同じふるまいをするかどうかという双模倣という概念は重要なものである。したがって、プロセスの双模倣等価性に対して健全かつ完全な公理を定めることは有効である。

Copyright © 1997 by Kato Masahide

2 BPP

BPP は、選択演算子$+$と並列合成演算子 $\|$ の二つの二項演算子と、アトミックアクション A を持つ。BPP のプロセス項はアトミックアクションと二つの演算子から作られる全ての項からなる。これを BNF 記法を用いて定義すると次のようになる。$a \in A$

$$p \quad ::= \quad a \ \mid \ ap \ \mid \ p + p \ \mid \ p \| p$$

演算子の結合の強さは、$\|$ は$+$よりも強いものとする。

表 1 に BPP のアクション関係を示す。ここで記号$\surd$は成功終了を表す。

$a \in A$	$a \xrightarrow{a} \surd$			
$+$	$\dfrac{x \xrightarrow{a} x'}{x + y \xrightarrow{a} x'}$	$\dfrac{y \xrightarrow{a} y'}{x + y \xrightarrow{a} y'}$	$\dfrac{x \xrightarrow{a} \surd}{x + y \xrightarrow{a} \surd}$	$\dfrac{y \xrightarrow{a} \surd}{x + y \xrightarrow{a} \surd}$
$\|$	$\dfrac{x \xrightarrow{a} x'}{x \| y \xrightarrow{a} x' \| y}$	$\dfrac{y \xrightarrow{a} y'}{x \| y \xrightarrow{a} x \| y'}$	$\dfrac{x \xrightarrow{a} \surd}{x \| y \xrightarrow{a} y}$	$\dfrac{y \xrightarrow{a} \surd}{x \| y \xrightarrow{a} x}$

表 1: BPP のアクション関係

つぎに、プロセス間の等価関係を定義する。いくつかの等価関係が知られているが、ここでは双模倣等価性を扱うこととする。

定義 プロセス間の関係 Rが双模倣とは、次の条件を満たすときをいう。$R(p,q)$ のとき、任意の $a \in A$ について

1. $p \xrightarrow{a} p'$ならば $q \xrightarrow{a} q'$かつ $R(p', q')$ となる q'が存在する
2. $q \xrightarrow{a} q'$ならば、$p \xrightarrow{a} p'$かつ $R(p', q')$ となる p'が存在する
3. $p \xrightarrow{a} \surd$のとき、またそのときのみ $q \xrightarrow{a} \surd$である

二つのプロセス p と qについて、$R(p,q)$ となるような関係 Rが存在するとき、二つのプロセス p と qは双模倣等価であるといい、これを $p \leftrightarrow q$と書く。

BPP に対する公理を表 2 に示す。ただし、合同に関する公理は成り立つものと仮定する。

$$
\begin{array}{lrcl}
\text{A1} & x+y & = & y+x \\
\text{A2} & (x+y)+z & = & x+(y+z) \\
\text{A3} & x+x & = & x \\
\text{A6} & x \parallel y & = & y \parallel x \\
\text{A7} & x \parallel (y \parallel z) & = & (x \parallel y) \parallel z
\end{array}
$$

表 2: BPP の公理

3 繰返し

無限のふるまいをするプロセスについての性質を、明らかにし分析することは重要である。このようなプロセスは再帰プロセスと呼ばれ、通常は再帰式を使って定義される。しかし、ここでは新しい演算子を導入することにより無限のふるまいをするプロセスを記述することにする。

1956 年に Kleene が二項演算子*を次のように定義した。

$$E^*F = F \vee E(E^*F)$$

この演算子をプロセス代数に導入すると次のようになる。

$$x^*y = x \cdot x^*y + y$$

ここで、記号·は逐次合成演算子を表している。BPP では逐次合成演算は仮定していないので、繰返しを行なう演算として、演算子 $\star\parallel$ をつぎのように定義する。これを BPS(Binary Parallel Star) と呼ぶ。

$$x \star\parallel y = x \parallel (x \star\parallel y) + y$$

たとえば、$x \star\parallel y$というプロセスは、x と yを並行に実行するようなプロセスを表す。ただし、x は何度でも実行できるが、yは一度しか実行することができない。

ここで問題として、次の二つの解釈が存在するということがある。

- yを実行した時点で実行可能な x の回数が決まる
- yを実行した時点で実行可能な x の回数は決まらない

この両方の場合について、公理とアクション規則を決めるための調査を行なった。その結果、前者の場合については、妥当な結果を得ることができたが、後者の場合については、妥当な結果を得ることができなかった。

前者の場合、$x \star\parallel y$を

$$y + x \parallel (y + x \parallel (y + x \parallel (y + x \parallel (y + x \parallel (y + x \parallel (\cdots)\cdots)))))$$

のように解釈すればよい。

$$
\text{BPS} \quad \frac{x \xrightarrow{a} x'}{x^{\bigstar} \parallel y \xrightarrow{a} x^n \parallel x' \parallel (x^{\bigstar} \parallel y)} \quad \frac{y \xrightarrow{a} y'}{x^{\bigstar} \parallel y \xrightarrow{a} x^n \parallel y'}
$$

$$
\frac{x \xrightarrow{a} \surd}{x^{\bigstar} \parallel y \xrightarrow{a} x^n \parallel (x^{\bigstar} \parallel y)} \quad \frac{y \xrightarrow{a} \surd}{x^{\bigstar} \parallel y \xrightarrow{a} x^n}
$$

表 3: BPS のアクション関係

表 3 に BPS のアクション関係を示す。ここで、p が n 回並列合成されたもの $p \parallel \cdots \parallel p$ を p^n と表記することとする。

ここで、BPS のアクション関係が無限個の規則からなっていることに注意しておく。たとえば、$\dfrac{x \xrightarrow{a} x'}{x^{\bigstar} \parallel y \xrightarrow{a} x^n \parallel x' \parallel (x^{\bigstar} \parallel y)}$は、$x \xrightarrow{a} x'$ なるときに、$x^{\bigstar} \parallel y \xrightarrow{a} x^n \parallel x' \parallel (x^{\bigstar} \parallel y)$ となることができるということを意味するが、ここで n を任意に決めることができる。このように、変数を含むアクション関係となり、無限個の規則となっている。

BPS についての公理は表 4 に示される。

$$
\text{BPS1} \quad x \parallel (x^{\bigstar} \parallel y) + y \;=\; x^{\bigstar} \parallel y
$$

表 4: BPS の公理

BPS の公理は双模倣等価性に関して健全になっている。

定理 (健全性)$p = q$ならば $p \underline{\leftrightarrow} q$

完全性が成り立つためにはどのような公理を加えればよいかについては未解決である。

4 おわりに

本研究では、BPP に $\parallel$ に関する繰返し演算を導入し、アクション関係および公理を定めた。また、公理が健全であることを証明することができた。残された問題としては、どのようにすれば、完全な公理系を構築することができるのか、また完全性を示すことができるのかということがある。BPA に繰返し演算を加えた公理系についての完全性はすでに示されているので、その公理系を参考に公理系を構築したいのだが妥当なものはまだ見つかっていない。