

Title	両脚支持期を生成する劣駆動2脚ロボットの動歩行解析と転倒に関する考察
Author(s)	大島, 正嵩
Citation	
Issue Date	2013-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/11305
Rights	
Description	Supervisor:浅野文彦, 情報科学研究科, 修士

修 士 論 文

両脚支持状態を生成する劣駆動2脚ロボットの
動歩行解析と転倒に関する考察

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報科学専攻

大島 正嵩

2013年3月

修士論文

両脚支持状態を生成する劣駆動2脚ロボットの
動歩行解析と転倒に関する考察

指導教官 浅野 文彦 准教授

審査委員主査 浅野 文彦 准教授
審査委員 丁 洛榮 教授
審査委員 前園 涼 准教授

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報科学専攻

1110009 大島 正嵩

提出年月: 2013年2月

概要

本論文では、回転関節を持つ歩行系の両脚支持状態の発現可能性についての検討、および単脚支持状態から両脚支持状態へ移行するための力学的条件について論ずる。また歩容の収束性の観点から、高齢者の転倒メカニズムについて議論する。

目次

第1章	序論	1
1.1	研究背景	1
1.2	研究の目的	2
1.3	本論文の構成	2
第2章	能動膝関節と半円足を持つ Rimless Wheel の平地動歩行	3
2.1	仕様	3
2.2	運動方程式	4
2.3	拘束条件の遷移	5
2.3.1	両脚支持期	5
2.3.2	単脚支持期 I	6
2.4	衝突方程式	6
2.5	後脚の離陸の判定条件	8
2.6	制御系設計	9
2.6.1	制御相 I	9
2.6.2	制御相 II	9
2.6.3	制御相 III	9
2.7	数値シミュレーション	10
第3章	2脚モデルへの拡張および物理パラメータと DLS 発現傾向の関係性	15
3.1	数学モデルの導出	15
3.1.1	仕様	15
3.1.2	運動方程式	16
3.1.3	拘束条件の遷移	17
3.1.4	衝突方程式	18
3.1.5	制御系設計	18
3.2	数値シミュレーション	21
3.3	物理パラメータに対する DLS の発現傾向	22
3.3.1	脚質量比の影響	23
3.3.2	半円足径と腰質量の影響	23

第 4 章	身体形状の変化と DLS 発現傾向	27
4.1	数学モデルの導出	27
4.1.1	運動と衝突の方程式	27
4.1.2	制御系設計	29
4.2	数値シミュレーション	32
第 5 章	歩容の収束性評価から転倒への議論	37
5.1	状態誤差遷移関数の導入	37
5.2	解析結果	37
5.3	高齢者の転倒メカニズムの考察	40
第 6 章	結論	42
6.1	結論	42
6.2	今後の予定	42
	参考文献	45
	付録	46
	付録 A 運動方程式の詳細	46

第1章 序論

1.1 研究背景

McGeer の受動歩行 [1][2] をはじめとして，リミットサイクル型歩行ロボットの衝突モデルは「後脚は前脚の接地と同時にすみやかに床面から離れる」という仮定の下で導かれることが一般的であった [3]．この非弾性衝突モデルの妥当性は，コンパス型歩行器とこれに膝関節を付加したものについて，1990 年の段階で McGeer により理論と実験両面から確認されている．結果として，リミットサイクル型歩容の連続時間運動は常に単脚支持状態 (Single-limb support; 以下 SLS) であり，これに瞬間的な両脚支持状態 (Double-limb support; 以下 DLS) が加わることで成立する周期運動であると広く認識されるようになった．

しかしながら，近年では非弾性衝突を仮定しても脚構造や衝突姿勢によってはこれが常に真であるとは限らないことが示されている．Geyer らは，質量を持たない弾性脚を持つコンパス型歩行器を用いて平地歩行の数値シミュレーションを行い，瞬間的でない DLS を含む安定歩行をリミットサイクル型歩行において実現させた [4]．またこの研究からは，床反力の時間分布が人歩行のものと非常に類似しているという興味深い結果が得られている．また，河本らは，直動の粘弾性脚を持つリムレスホイール (Rimless Wheel; 以下 RW) の受動歩行において衝突直後から DLS が発現することを数値シミュレーションと実験の両面から確認した [5]．解析を通して，脚フレームが直動関節を持つ場合には，McGeer のモデルは妥当ではないという一つの具体例を示した．しかしながら，その数学モデルは実験観測された「前脚が床面に衝突しても後脚が離陸しない」という事実を直観的に適用したレベルのものであり，脚の粘弾性が大きい場合には正しく機能しない可能性も示唆された．

また，Font-Llagunes らは，剛体脚を持つコンパス型歩行の平地歩行において，衝突時の支持脚角度によっては，遊脚衝突後に支持脚が浮き上がらないことを数値シミュレーションを通して確認している [6]．さらに Bourgeot らは，Font-Llagunes らのモデルを膝つきモデルへと拡張し，同様の現象が生じることを確認した [7]．彼らは遊脚衝突直後の後脚の垂直成分速度の正負を用いて後脚の離陸判定を行っている．しかしながら，この判定手法は解析モデルが衝突時に一自由度の剛体として倒れ込むことを必要条件としているため，衝突時に多自由度を持つ歩行系の判定には適さないことが予想される．したがって，RW やコンパス型歩行器などの衝突姿勢拘束を持つ歩行系にしか適用できない，非常に汎用性が低い手法であると言えるだろう．

以上を踏まえ本論文では，以下の2つの問題を考察する．

- (1) 運動がDLS/SLSに状態遷移する数学的条件の定式化
- (2) 直動脚でない（膝関節を持つ）歩行モデルにおけるDLSの発現可能性

問題(1)については，衝突方程式の力学的意味を再考し，未定乗数ベクトルの各成分の符号を確認することで，冗長かつフリーな歩行系においても，前脚の接地からDLS/SLSへの状態遷移の判定が行える手法を確立する．また，問題(2)については，まず能動膝関節を持つRWモデルを解析の対象として導入し，回転関節のみから構成される歩行系のDLS発現可能性について議論する．次に解析対象を，遊脚自由度を持つ劣駆動2脚モデルへと拡大し，より複雑な歩行系でのDLS発現可能性について議論をする．更に解析を通して，回転関節を持つ歩行系のDLSへの力学的な状態遷移条件を解明する．最後に，状態誤差遷移関数を導入し，歩容の安定性評価を行う．DLSが歩容の収束性にどのような影響を与えるか考察を行い，その知見をもとに高齢者の転倒の力学的原因について議論する．

1.2 研究の目的

本研究の目的は，回転関節のみで構成される歩行モデルにおけるDLSの発現メカニズムを理論的に解明すること，およびその知見に基づき，高齢者の歩行から転倒への力学的原因を考察することである．脚移動ロボットのモデルとして，まず最も簡単なRWモデルを，続いて遊脚自由度を付加した2脚歩行モデルを扱う．厳密な数学モデルの解析を通してDLSへの状態遷移条件を定式化する．

1.3 本論文の構成

本論文は，本章を含めて6つの章から構成される．第2章では，半円足と膝関節を持つRWの数学モデルの導出し，平地歩行解析を通して，瞬間的でないDLSの発現可能性について議論する．第3章では，解析対象と劣駆動2脚モデルへと拡張し，瞬間的でないDLSの発現可能性について議論する．更に，解析モデルの物理パラメータ変化させた時，DLS/SLSの発現傾向にどのような影響が生じるか考察を行う．第4章では，身体形状の変化とDLS発現傾向との関係を考察する．解析対象は第3章のモデルに上体を付加したものを扱う．第5章では，冗長かつ自由な膝関節を持つ歩容の収束性について考察を行う．またそこから得られた知見を基に，高齢者の転倒原因について議論する．第6章では，本論文で述べる研究の内容とその成果を総括する．また，残された今後の研究課題についても述べる．

第2章 能動膝関節と半円足を持つ Rimless Wheelの平地動歩行

本章では能動膝関節と半円足を持つRWモデルを解析対象とする．膝関節を能動・受動と切り替えることで瞬間的でないDLSを含む安定歩容が発現することを数値シミュレーションを通して確認する．本研究の開発環境はすべてMATLABを使用している．

2.1 仕様

本章では図2.1に示す能動膝関節と半円足を持つRWを扱う．数値シミュレーションにおいて以下の仮定をおく．

- 回転膝関節を持つ8本の脚リンクから構成される対称形状である．したがって，隣り合う脚フレーム間の相対角度は $\alpha = \pi/4$ [rad] となる．
- 股関節より下（下腿）のリンクの質量を m [kg] とする．半円足の質量もこれに含まれる．
- 本体質量を m_H [kg] とする．重心回りの慣性モーメントは考慮しない．
- 両脚支持状態における前脚を Leg 1，後脚を Leg 2 と呼ぶ．
- Leg 1 の先端位置（半円足取付位置）を (x, z) とする．
- Leg 1 の絶対角度を θ_1 ，膝関節の相対角度を θ_2 ，Leg 2 の膝関節の相対角度を θ_3 とする．時計回りを正回転とする．
- Leg i の膝関節には回転駆動力 u_i を印加できるものとする．他の6脚の膝関節角度は角度 β [rad] に固定され，運動しないものとする．

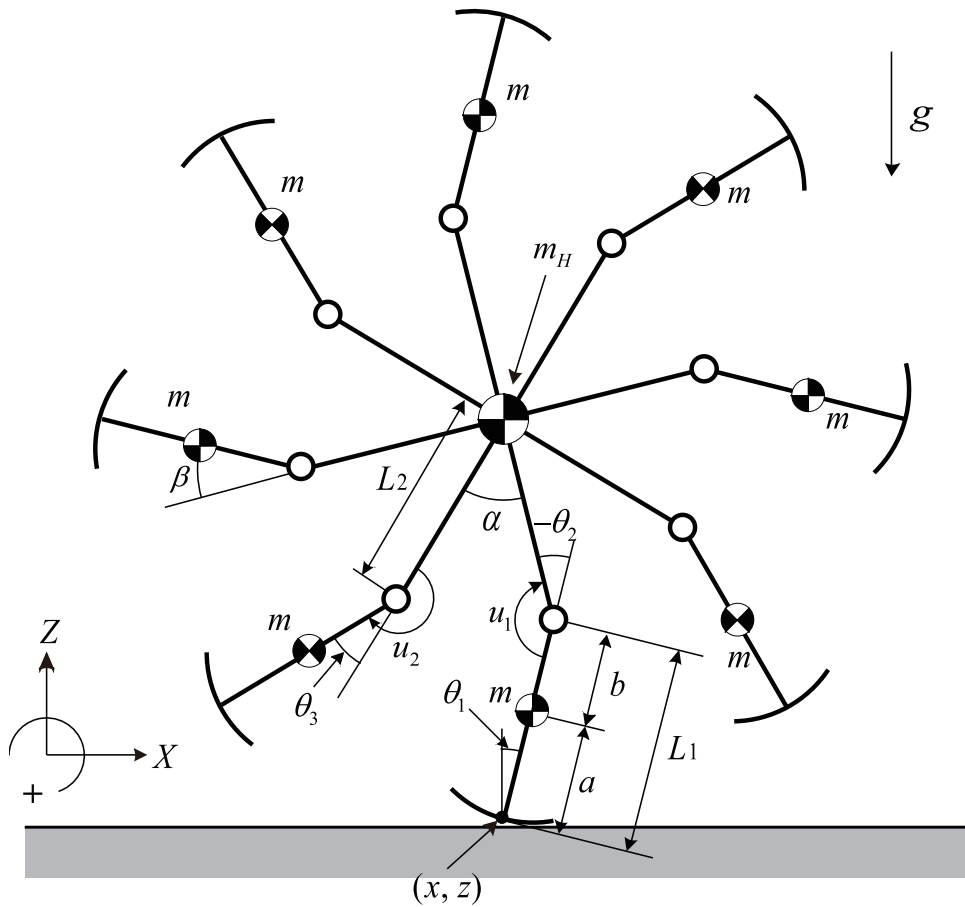


図 2.1: 能動膝関節と半円足を有する RW モデル

2.2 運動方程式

立脚相におけるロボットの運動方程式はの Lagrange 方程式を用いて導出する．一般化座標ベクトル $q = [x \ z \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ とすると，ロボットの運動方程式は

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = Su + J(q)^T \lambda \quad (2.1)$$

$$J(q)\dot{q} = 0 \quad (2.2)$$

で与えられる．式 (2.1) の右辺第 1 項は膝関節トルクベクトルであり，

$$Su = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

である．また，右辺第2項は床面と足裏の間に作用するホロノミック拘束力項であり，式(2.2)はその速度拘束条件式である．式(2.1)(2.2)より未定乗数ベクトル λ を消去すると，次のように整理される．

$$M(q)\ddot{q} = Y(q)(Su - h(q, \dot{q})) - J(q)^T X(q)^{-1} \dot{J}(q, \dot{q}) \dot{q} \quad (2.4)$$

$$X(q) := J(q)M(q)^{-1}J(q)^T \quad (2.5)$$

$$Y(q) := I_5 - J(q)^T X(q)^{-1} J(q)M(q)^{-1} \quad (2.6)$$

2.3 拘束条件の遷移

生成される DLS を含む歩行運動は次の3つの相から構成される．

1. 衝突相 (Leg 1 と床面との衝突)
2. 両脚支持期 (1 自由度)
3. 単脚支持期 (3 自由度)

各相において，式(2.2)のヤコビアン $J(q)$ を以下に述べるそれに切り替える．

2.3.1 両脚支持期

次の2条件：

(C1) Leg 1 の足裏が床面に滑らず転がりながら接している

(C2) Leg 2 の足裏が床面に滑らず転がりながら接している

から4つの速度拘束条件式が導かれ，これらをまとめるとヤコビアンが以下のように求まる．

$$J_{\text{DLS}}(q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & R\cos\theta_1 - R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -R\sin\theta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & J_{33} & J_{34} & J_{35} & J_{36} \\ 0 & 1 & J_{43} & J_{44} & J_{45} & J_{46} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned}
J_{33} &= L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \alpha) - (L_1 - R) \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) \\
&\quad - R \\
J_{34} &= L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \alpha) - (L_1 - R) \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) - R \\
J_{35} &= -L_2 \cos \theta_3 \\
J_{36} &= -(L_1 - R) \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) - R \\
J_{43} &= L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \alpha) + (L_1 - R) \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) \\
J_{44} &= -L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \alpha) + (L_1 - R) \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) \\
J_{45} &= L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \alpha) + (L_1 - R) \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) \\
J_{46} &= (L_1 - R) \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha)
\end{aligned}$$

この相では，5自由度のシステムに4つの拘束が加わっているため，実質的に1自由度の運動となる．式(2.1)のヤコビアンを各行ごとに

$$\mathbf{J}_{\text{DLS}}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}_2(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}_3(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}_4(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

と分割するとき，ホロノミック拘束力は

$$\mathbf{J}_{\text{DLS}}(\mathbf{q})^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{J}_1(\mathbf{q})^T \lambda_1 + \mathbf{J}_2(\mathbf{q})^T \lambda_2 + \mathbf{J}_3(\mathbf{q})^T \lambda_3 + \mathbf{J}_4(\mathbf{q})^T \lambda_4 \quad (2.9)$$

と分割される． $\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_2$ は(C1)の拘束条件に， $\mathbf{J}_3, \mathbf{J}_4$ は(C2)のそれに対応するものである．Leg 1の脚先に作用する拘束力の鉛直方向成分 λ_2 は床反力に等しく，Leg 2のそれは λ_4 となる．Leg 2が床面から浮上する瞬間は， λ_4 の符号を観測することで検知することができる． $\lambda_2 \geq 0$ かつ $\lambda_4 \geq 0$ がDLSの必要条件である．

2.3.2 単脚支持期 I

ここでは条件(C1)のみが作用するため，ヤコビアンは

$$\mathbf{J}_{\text{SLS}}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}_2(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

となる．

2.4 衝突方程式

非弾性衝突モデルを解く前に衝突直前の状態量 \mathbf{q}^- ， $\dot{\mathbf{q}}^-$ を，Leg 1とLeg 2を次のそれへと置き換えた \mathbf{q}^\dagger ， $\dot{\mathbf{q}}^\dagger$ に修正する必要がある．図2.2は床面衝突時のロボットの姿勢を記している．具体的な制御手法については後で述べるが，両膝を真直ぐ伸ばした状態を目標衝突

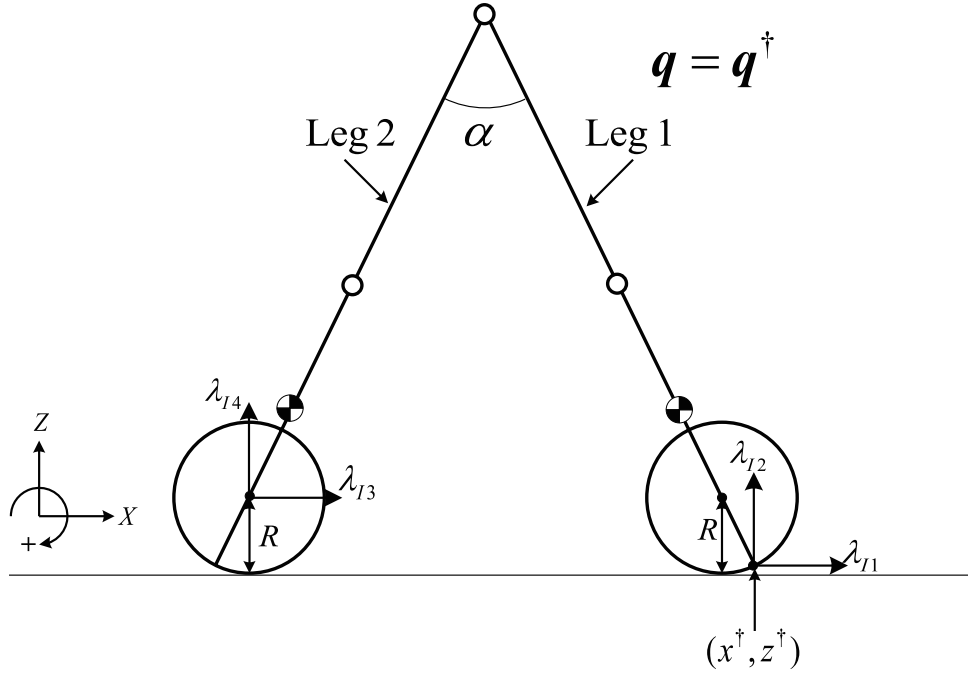


図 2.2: Leg1 が床面に衝突するときのロボットの姿勢

姿勢とし制御を行うため，Leg 1 が床面に衝突する際， $\theta_1^\dagger = -\alpha/2$ ， $\theta_2^\dagger = \theta_3^\dagger = 0$ となる．具体的には以下のように定まる．

$$\mathbf{q}^\dagger = \begin{bmatrix} x^\dagger \\ z^\dagger \\ \theta_1^- + \theta_2^- - \alpha + \beta \\ -\beta \\ -\theta_2^- \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{q}}^\dagger = \begin{bmatrix} \dot{x}^\dagger \\ \dot{z}^\dagger \\ \dot{\theta}_1^- + \dot{\theta}_2^- \\ 0 \\ -\dot{\theta}_2^- \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} x^\dagger &= x^- + L_1 \sin \theta_1^- + L_2 \sin(\theta_1^- + \theta_2^-) - L_2 \sin(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha) - L_1 \sin(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha + \beta) \\ z^\dagger &= z^- + L_1 \cos \theta_1^- + L_2 \cos(\theta_1^- + \theta_2^-) - L_2 \cos(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha) - L_1 \cos(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha + \beta) \\ \dot{x}^\dagger &= \dot{x}^- + L_1 \cos \theta_1^- \dot{\theta}_1^- + L_2 \cos(\theta_1^- + \theta_2^-) (\dot{\theta}_1^- + \dot{\theta}_2^-) - L_2 \cos(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha) (\dot{\theta}_1^- + \dot{\theta}_2^-) \\ &\quad - L_1 \cos(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha + \beta) (\dot{\theta}_1^- + \dot{\theta}_2^-) \\ \dot{z}^\dagger &= \dot{z}^- - L_1 \sin \theta_1^- \dot{\theta}_1^- - L_2 \sin(\theta_1^- + \theta_2^-) (\dot{\theta}_1^- + \dot{\theta}_2^-) + L_2 \sin(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha) (\dot{\theta}_1^- + \dot{\theta}_2^-) \\ &\quad + L_1 \sin(\theta_1^- + \theta_2^- - \alpha + \beta) (\dot{\theta}_1^- + \dot{\theta}_2^-) \end{aligned}$$

これにより衝突直後の状態量は \mathbf{q}^\dagger ， $\dot{\mathbf{q}}^\dagger$ ，衝突直後のそれは \mathbf{q}^+ ， $\dot{\mathbf{q}}^+$ となる．前脚が床面に衝突する際に両脚先床面から受ける力を \mathbf{f} とすると，運動方程式は

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{S}u + \mathbf{J}(\mathbf{q})^\top \mathbf{f} \quad (2.12)$$

となる．時刻 $t = T_0$ [s] で衝突が起きたとすると，式 (2.12) の左辺の時間積分は

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{T_0 - \frac{\varepsilon}{2}}^{T_0 + \frac{\varepsilon}{2}} (M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q})) dt = M(q^\dagger)(\dot{q}^+ - \dot{q}^-) \quad (2.13)$$

となる．右辺の時間微分は，制御入力があることを考慮すると

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{T_0 - \frac{\varepsilon}{2}}^{T_0 + \frac{\varepsilon}{2}} (Su + J(q)^T f) dt &= \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{T_0 - \frac{\varepsilon}{2}}^{T_0 + \frac{\varepsilon}{2}} J(q)^T f dt \\ &= J(q^\dagger)^T \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \int_{T_0 - \frac{\varepsilon}{2}}^{T_0 + \frac{\varepsilon}{2}} f dt = J(q^\dagger)^T \lambda \end{aligned} \quad (2.14)$$

となる．以上により衝突方程式は

$$M(q^\dagger)\dot{q}^+ = M(q^\dagger)\dot{q}^- + J_I(q^\dagger)^T \lambda_I \quad (2.15)$$

$$J_I(q^\dagger)\dot{q}^+ = 0 \quad (2.16)$$

とまとめられ，これを解くことで衝突直後の速度ベクトルが

$$\dot{q}^+ = (I_6 - M(q^\dagger)^{-1} J_I(q^\dagger)^T X_I(q^\dagger)^{-1} J_I(q^\dagger)) \dot{q}^- \quad (2.17)$$

$$X_I := J_I(q^\dagger) M(q^\dagger)^{-1} J_I(q^\dagger)^T \quad (2.18)$$

と求まる． $J_I(q^\dagger)$ は以下の手順にしたがって選択される．

- (a1) 式 (2.15) の衝突方程式における $J_I(q^\dagger)$ を $J_{DLS}(q)$ として $\lambda_I \in \mathbb{R}^4$ を計算する．
- (a2) λ_I を $\lambda_I = [\lambda_{I1} \ \lambda_{I2} \ \lambda_{I3} \ \lambda_{I4}]^T$ と分解すると，DLS に移行するためには， $\lambda_{I2} \geq 0$ かつ $\lambda_{I4} \geq 0$ であることが必要である．ここで $\lambda_{I2} \geq 0$ は自明であるので，実際には λ_{I4} の符号のみ確認すればよい．
- (a3) $\lambda_{I4} < 0$ であれば DLS に移行しないので， $J_I(q^\dagger)$ を $J_{SLS}(q^\dagger)$ として \dot{q}^+ を計算する．
- (a4) $\lambda_{I4} \geq 0$ であれば DLS に移行するので， $J_I(q^\dagger)$ を $J_{DLS}(q^\dagger)$ として \dot{q}^+ を計算する．

2.5 後脚の離陸の判定条件

後脚の離陸は， λ_4 が連続的に正から負へ切り替わる瞬間に開始する．しかし，膝関節トルクを印加し続けながら衝突する場合には，衝突時に λ_{I4} が正となっても衝突直後に λ_4^+ が引き続き正にならないことがある．このことを考慮して，以下の手順に従った計算を行う．

- (b1) $\lambda_{I4} \geq 0$ で DLS に移行すると判断した場合，衝突直後の連立運動方程式は

$$\begin{aligned} M(q^+)\ddot{q}^+ + h(q^+, \dot{q}^+) &= Su + J_{DLS}(q^+)^T \lambda^+ \\ J_{DLS}(q^+)\dot{q}^+ &= \mathbf{0}_{4 \times 1} \end{aligned} \quad (2.19)$$

と表される．これを解いて \dot{q}^+ および $\lambda^+ \in \mathbb{R}^4$ を求める．

(b2) λ^+ を $\lambda^+ = [\lambda_1^+ \lambda_2^+ \lambda_3^+ \lambda_4^+]^T$ と分解するとき, $\lambda_2^+ \geq 0$ かつ $\lambda_4^+ \geq 0$ であれば (b1) で求めた \ddot{q}^+ および $\lambda^+ \in \mathbb{R}^4$ を用いて引き続き数値積分を行う.

(b3) $\lambda_2^+ \geq 0$ かつ $\lambda_4^+ < 0$ であれば一方向拘束が成立していないため, (b1) で求めた \ddot{q}^+ を破棄し, 次の連立運動方程式

$$\begin{aligned} M(q^+) \ddot{q}^+ + h(q^+, \dot{q}^+) &= S u + J_{\text{SLS}}(q^+)^T \lambda^+ \\ J_{\text{SLS}}(q^+) \dot{q}^+ &= \mathbf{0}_{2 \times 1} \end{aligned} \quad (2.20)$$

を用いて \ddot{q}^+ を再計算し, これを衝突直後の初期加速度として数値積分を開始する.

2.6 制御系設計

運動が DLS に移行したと判定された場合, 以下のような切り替え制御を行うことで歩容生成を行う.

2.6.1 制御相 I

衝突直後を $t = 0$ [s] とする. このとき, 股および膝関節トルクは印加せず自由関節とする. このまま自由運動を行うことで DLS が継続する.

2.6.2 制御相 II

時刻 $t = T_1 (> 0)$ [s] に Leg 2 を離陸させるための一定なトルクを両膝に印加し始める. 具体的には, Leg 2 の下腿が大きく跳ね上がるよう, 次のトルク

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

を印加する. ただし, $u_1 > 0$ かつ $u_2 > 0$ である.

2.6.3 制御相 III

時刻 $t = T_2 (> T_1)$ [s] より, 以下に述べる両膝の出力 PD 制御を開始する. これにより次の目標姿勢へと整定される. 以下に出力追値制御系を設計する. 出力ベクトルを

$$\mathbf{y} := \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = S^T \mathbf{q} \quad (2.22)$$

表 2.1: 物理パラメータ

m_H	10.0	kg	a	0.3	m
m	0.01	kg	b	0.2	m
α	$\pi/4$	rad	L_1	0.50	m
R	0.50	m	L_2	0.50	m

とすると，その2階微分は

$$\begin{aligned}
 \ddot{\mathbf{y}} &= \mathbf{S}^T \ddot{\mathbf{q}} \\
 &= \mathbf{S}^T \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{Y}(\mathbf{q}) (\mathbf{S} \mathbf{u} - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) - \mathbf{S}^T \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{X}(\mathbf{q})^{-1} \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} \\
 &= \mathbf{A}(\mathbf{q}) \mathbf{u} - \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

となる．ただし，

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}(\mathbf{q}) &:= \mathbf{S}^T \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{Y}(\mathbf{q}) \mathbf{S} \\
 \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &:= \mathbf{S}^T \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} (\mathbf{Y}(\mathbf{q}) \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) + \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{X}(\mathbf{q})^{-1} \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

である． $\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{v}$ を達成する制御入力

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}(\mathbf{q})^{-1} (\mathbf{v} + \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \tag{2.25}$$

で定まり， \mathbf{v} を

$$\mathbf{v} = -\mathbf{K}_D \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}_P (\mathbf{y}_d - \mathbf{y}) \tag{2.26}$$

とすれば $\mathbf{y} \rightarrow \mathbf{y}_d$ が実現される．ただし，

$$\mathbf{y}_d = \begin{bmatrix} \theta_{2d} \\ \theta_{3d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta \\ \beta \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

である．なお，この相においては，次の衝突までに θ_2, θ_3 がそれぞれの目標値 θ_{2d}, θ_{3d} へと十分に収束するよう，PD ゲインを大きく設定する．

2.7 数値シミュレーション

図 2.4 に平地動歩行のシミュレーション結果を示す．ロボットの物理パラメータは表 2.1 のように設定する．また，衝突直後に両膝が自由関節になるよう，各制御相の切り替え時刻を $T_1 = 0.08$ [s]， $T_2 = 0.13$ [s] と設定した．この結果， $\lambda_{I4}, \lambda_2^+, \lambda_4^+$ のすべてが正值となり，衝突直後から DLS に移行すると判定された．制御相 II における膝関節トルクは $u_1 = 20.0, u_2 = 0.10$ [N·m] とした．制御相 III においては，目標衝突姿勢に十分な精度で整定して倒れ込むことができるよう，PD ゲイン行列を $K_D = 60, K_P = 900$ と設定した．目標とする衝突姿勢は両膝を真直ぐ伸ばした状態 ($\beta = 0$ [rad]) とした．図 2.3 は θ_1 の位相平面図である．図 2.4 (a) より，両膝が衝突直後から順方向に曲がり始めている事がわかる．図 2.4 (c) より，衝突直後からわずかな期間 (制御則 I) に床反力 λ_2, λ_4 がいずれも正

値であること，つまり DLS が維持されていることがわかる．その後，制御則 III における PD 制御が開始され， θ_2, θ_3 がいずれも目標値 0 [rad] へと収束を始めている．図 2.4 (a) より，PD 制御が開始されると同時に θ_1 が単調増加からいったん減少を始めていることがわかるが，これは Leg 1 の膝関節が急激に伸長運動を開始したことに起因する現象だと考えられる．図 2.4 (d) は Leg 2 の足裏最下点の Z 座標をプロットしたものであるが，ゼロから単調に上昇していることがわかる．これは図 2.4 (c) から明らかである．また，解析を通して，膝関節トルクを印加しながら衝突する場合には $\lambda_4^+ < 0$ となるため，瞬間的でない DLS は発現しないことも明らかにされた．更に，図 2.5, 2.6 は半円足径を変化させたときの λ_{I4} と歩行速度および歩行周期をプロットしたグラフである．歩行速度は以下のように定義した．

$$v := \frac{\Delta X_g}{T} \quad (2.28)$$

$$\Delta X_g = R\alpha + 2(L_1 + L_2 - R) \sin \frac{\alpha}{2} \quad (2.29)$$

ここで T は歩行周期である．図 2.5 より，半円足の径が大きくなるに従い λ_{I4} が増加していることがわかる．これは，図 2.6 を見てわかる通り，半円足径の増加に伴い歩行速度が速くなり，それにより Leg 1 と床面衝突時の撃力が増加したことが原因だと考えられる．また， $R > 0.78$ [m] の場合歩行速度が速くなりすぎ，目標衝突姿勢に整定する前に Leg 1 が床面と衝突し安定な歩行を生成できなくなる．一方で， $R < 0.45$ [m] の場合，立脚中期にロボットがポテンシャルバリアを突破することができず，歩行不可能となる．以上の結果から，表 2.1 のパラメータを持つロボットの足裏半径は 0.45 [m] $< R < 0.78$ [m] に設定するべきである．

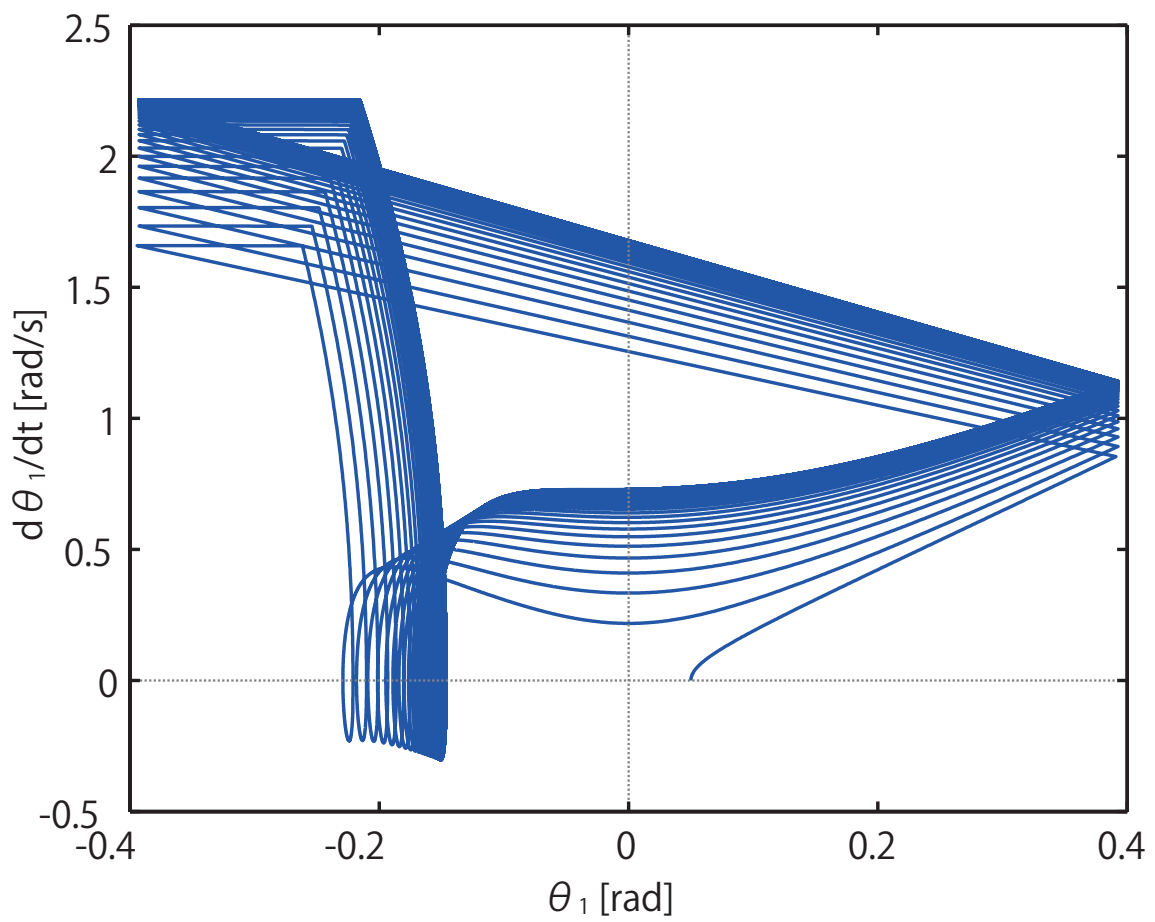
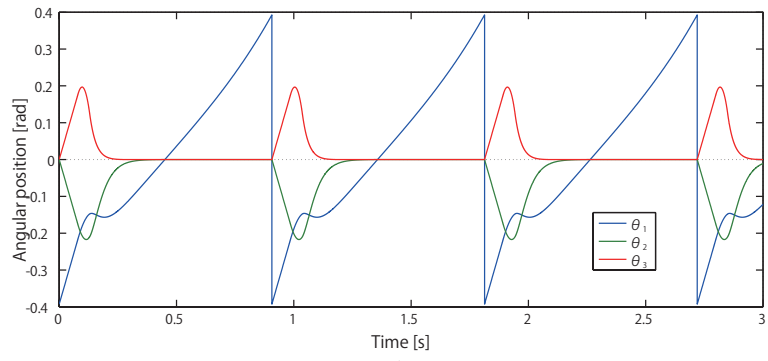
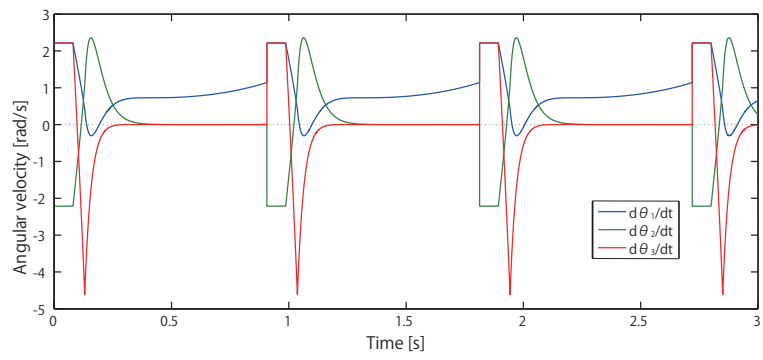


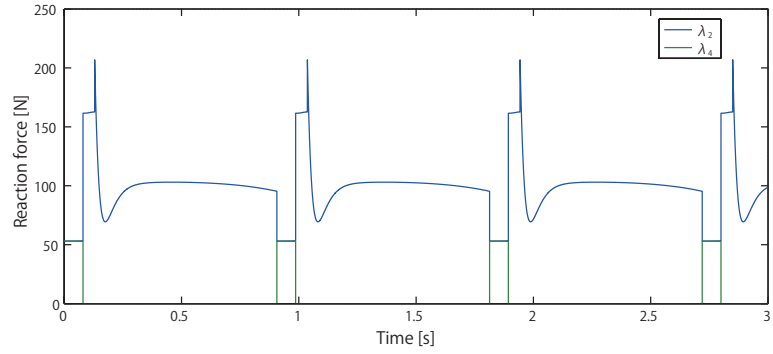
図 2.3: θ_1 の位相平面図



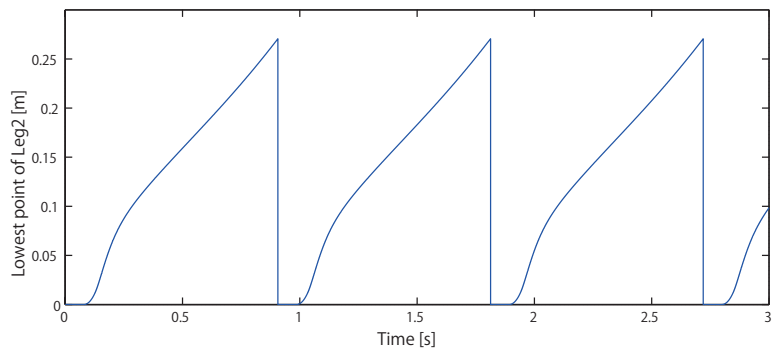
(a) 角度



(b) 角速度



(c) 床反力



(d) Leg2の先端位置

図 2.4: 平地歩行のシミュレーション結果

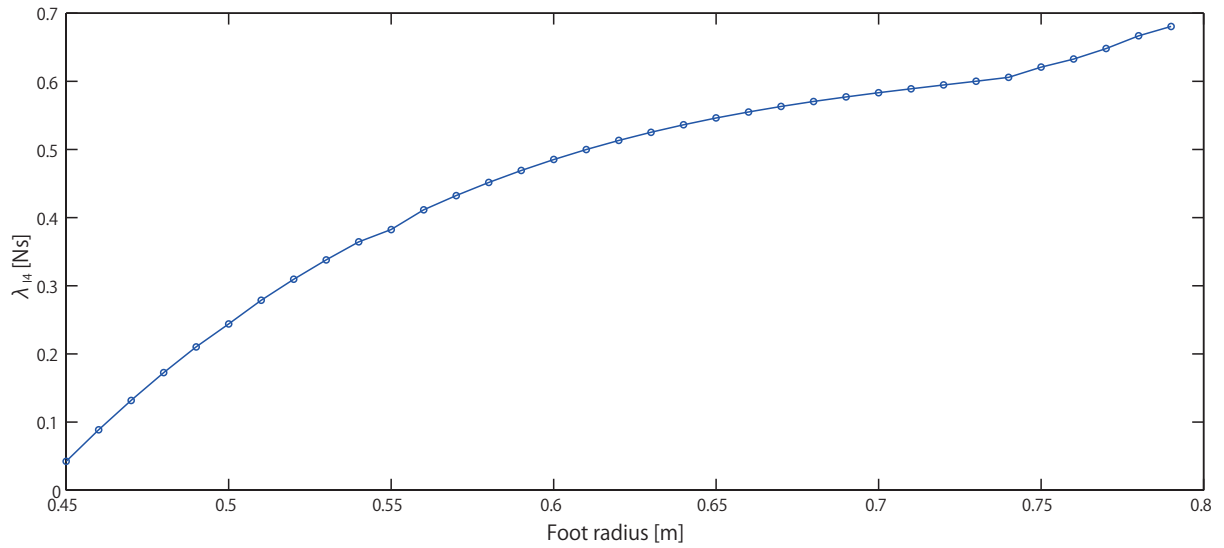


図 2.5: 半円足径に対する λ_{I4}

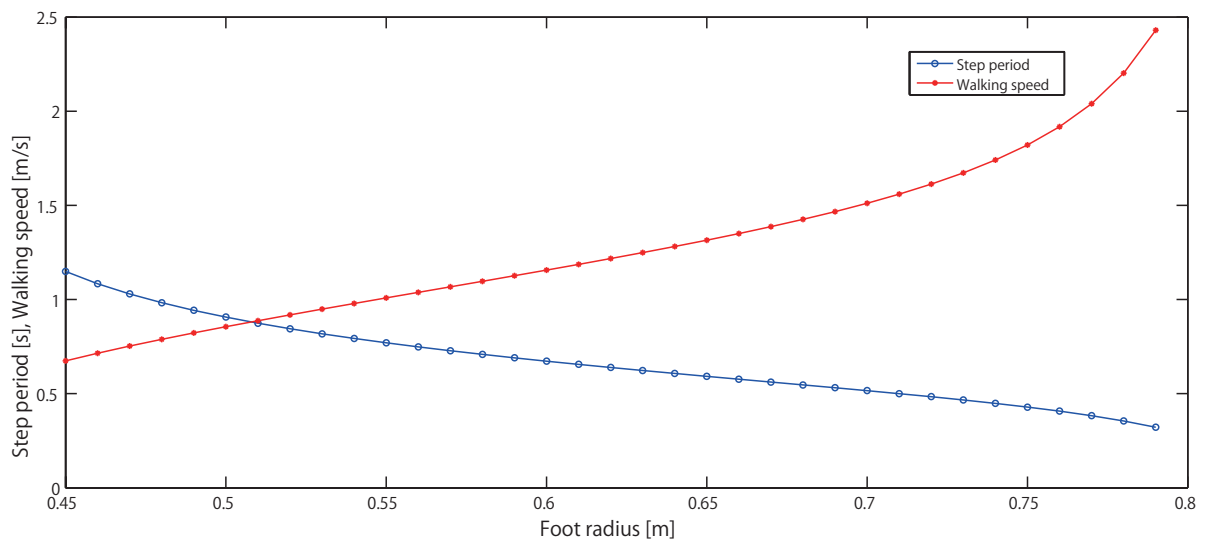


図 2.6: 半円足径に対する歩行速度および歩行周期

第3章 2脚モデルへの拡張および物理パラメータとDLS発現傾向の関係性

本章では，第2章の解析を遊脚自由度を持つ劣駆動2脚モデルへと拡大し，そのDLS発現の可能性を議論する．さらにロボットの物理パラメータを変化させたとき，DLS発現傾向にどのような影響を及ぼすか考察をする．そしてその知見から，回転関節のみから構成される歩行系のDLSへの力学的な状態遷移条件の定式化を行う．解析の対象として，半円足と膝関節を持ち足首以外が駆動関節である平面4自由度の2脚モデルを扱う．

3.1 数学モデルの導出

本章では図3.1に示す半円足を持つ劣駆動2脚モデルを扱う．本節では，まず立脚相における運動方程式と衝突相における衝突方程式について導出する．次に，膝および股関節の制御系の詳細について説明する．後脚の離陸の判定条件については，第2章と同様の条件を使用しているため説明を省略する．

3.1.1 仕様

本章では図3.1に示す能動膝関節と半円足を持つ4リンク劣駆動2脚モデルを扱う．数値シミュレーションにおいて以下の仮定をおく．

- 下腿部のリンクの質量を m_1 [kg]，上腿部のリンクの質量を m_2 [kg] とする．
- 腰部の質量を m_H [kg] とする．
- 支持脚を Leg 1，遊脚を Leg 2 とする．
- Leg 1 の先端位置（半円足の取り付け位置）を (x, z) とする．
- 支持脚膝関節トルク u_1 ，股関節トルク u_2 ，遊脚膝関節トルク u_3 の3つの駆動力を持つ．時計回りを正回転とする．

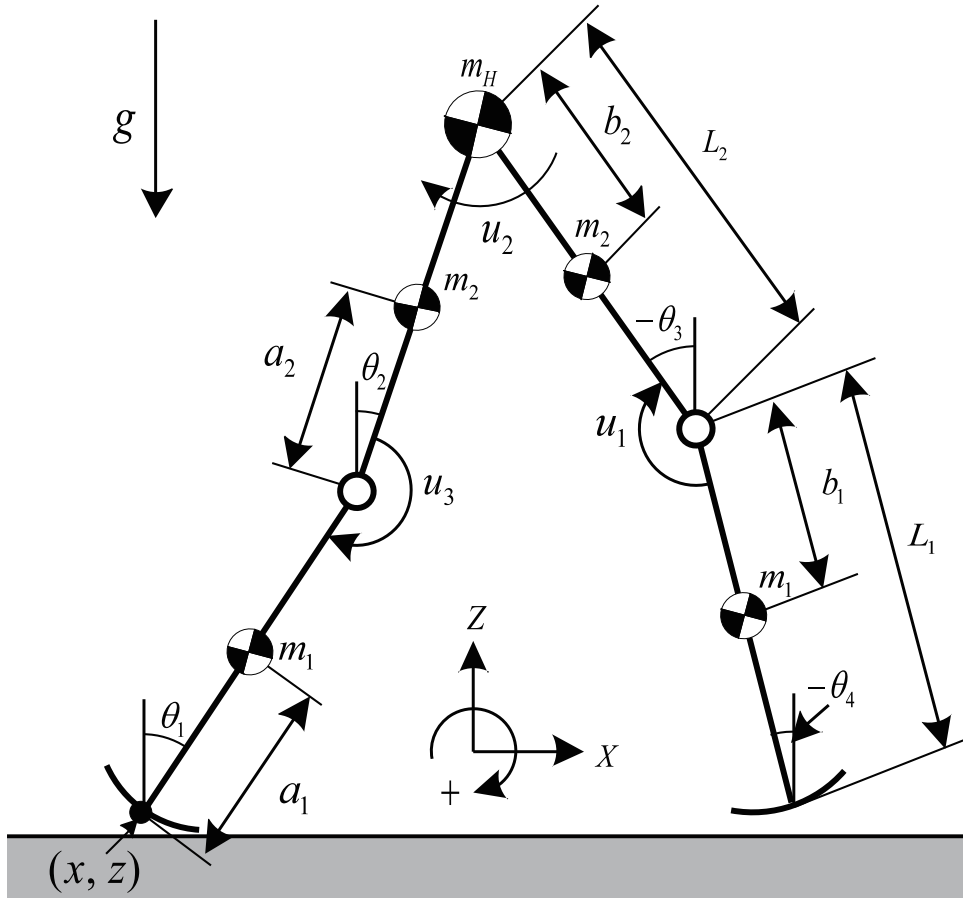


図 3.1: 4リンク劣駆動2脚ロボットのモデル

3.1.2 運動方程式

立脚相におけるロボットの運動方程式は Lagrange 方程式を用いて導出する．一般化座標ベクトルを $q = [x \ z \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4]^T$ とすると，ロボットの運動方程式は

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = Su + J(q)^T \lambda \quad (3.1)$$

$$J(q)\dot{q} = 0 \quad (3.2)$$

で与えられる．また，右辺第1項の膝および股関節トルクベクトルは

$$Su = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

である．また RW モデルと同様に，右辺第 2 項は床面と足裏の間に作用するホロノミック拘束力項であり，式 (3.2) はその速度拘束条件式である．式 (3.1)(3.2) より未定乗数ベクトル λ を消去すると，次のように整理される．

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{Y}(\mathbf{q})(S\mathbf{u} - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) - \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{X}(\mathbf{q})^{-1} \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{X}(\mathbf{q}) := \mathbf{J}(\mathbf{q})M(\mathbf{q})^{-1}\mathbf{J}(\mathbf{q})^T \quad (3.5)$$

$$\mathbf{Y}(\mathbf{q}) := \mathbf{I}_6 - \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{X}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{q})M(\mathbf{q})^{-1} \quad (3.6)$$

3.1.3 拘束条件の遷移

生成される DLS を含む歩行運動は次の三つの相から構成される．

- 衝突相（支持脚交換）
- 立脚相・両脚支持期（2 自由度）
- 立脚相・単脚支持期（3 自由度）

各相において，式 (3.1) のヤコビアン $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ を以下に述べるそれに切り換える．

両脚支持期

第 2 章と同様に，条件 (C1)(C2) から以下の四つの速度拘束条件式が導かれる．

$$\mathbf{J}_{\text{DLS}}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & R\cos\theta_1 - R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -R\sin\theta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & J_{33} & J_{34} & J_{35} & J_{36} \\ 0 & 1 & J_{43} & J_{44} & J_{45} & J_{46} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$J_{33} = L_1\cos\theta_1, J_{34} = L_2\cos\theta_2, J_{35} = -L_2\cos\theta_3, J_{36} = -(L_1 - R)\cos\theta_4 - R$$

$$J_{43} = -L_1\sin\theta_1, J_{44} = -L_2\sin\theta_2, J_{45} = L_2\sin\theta_3, J_{46} = (L_1 - R)\sin\theta_4$$

この相では，6 自由度のシステムに 4 つの拘束力が加わっているため，実質的に 2 自由度の運動となる．式 (3.1) のヤコビアンを各行列ごとに

$$\mathbf{J}_{\text{DLS}}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}_2(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}_3(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}_4(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

と分解するとき，ホロノミック拘束力は

$$\mathbf{J}_{\text{DLS}}(\mathbf{q})^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{J}_1(\mathbf{q})^T \lambda_1 + \mathbf{J}_2(\mathbf{q})^T \lambda_2 + \mathbf{J}_3(\mathbf{q})^T \lambda_3 + \mathbf{J}_4(\mathbf{q})^T \lambda_4 \quad (3.9)$$

と分解される． J_1, J_2 は (C1) の拘束条件に， J_3, J_4 は (C2) のそれに対応するものである．Leg 1 の脚先に作用する拘束力の鉛直方向成分 λ_2 は床反力に等しく，Leg 2 のそれは λ_4 となる．Leg 2 が床面から浮上する瞬間は， λ_4 の符号を観測することで検知することができる． $\lambda_2 \geq 0$ かつ $\lambda_4 \geq 0$ が DLS の必要条件である．

単脚支持期

ここでは条件 (C1) のみが作用するため，ヤコビアンは

$$\mathbf{J}_{\text{SLS}}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\mathbf{q}) \\ \mathbf{J}_2(\mathbf{q}) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

となる．

3.1.4 衝突方程式

支持脚と遊脚の交換を行わないまま衝突直後の速度を導出したあと，Leg 1 と Leg 2 の速度を交換する手法をとる．衝突直前の状態量を \mathbf{q}^- ，衝突直後のそれを \mathbf{q}^+ とすると，衝突方程式は以下の式で与えられる．

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^+ = \mathbf{M}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^- + \mathbf{J}_I(\mathbf{q})^T \boldsymbol{\lambda}_I \quad (3.11)$$

$$\mathbf{J}_I(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^+ = \mathbf{0} \quad (3.12)$$

これを解くことで衝突直後の速度ベクトルが

$$\dot{\mathbf{q}}^+ = (\mathbf{I}_6 - \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}_I(\mathbf{q})^T \mathbf{X}_I(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}_I(\mathbf{q})) \dot{\mathbf{q}}^- \quad (3.13)$$

$$\mathbf{X}_I := \mathbf{J}_I(\mathbf{q}) \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}_I(\mathbf{q})^T \quad (3.14)$$

求まる．また， \mathbf{J}_I は，第 2 章に記したものと同様の手順にしたがって選択される．

3.1.5 制御系設計

運動が DLS に移行したと判定された場合，以下のような切り替え制御を行うことで歩容生成を行う．

制御相 I

衝突直後を $t = 0$ [s] とする．このとき，股および膝関節トルクは印加せず自由関節とする．このまま自由運動を行うことで DLS が継続する．

制御相 II

時刻 $t = T_1 (> 0)$ [s] に Leg 2 を離陸させるための一定なトルク u_1, u_3 を両膝に印加し、股関節は出力追従制御を行う。制御出力ベクトルを

$$\mathbf{y} := \begin{bmatrix} \theta_1 - \theta_2 \\ \theta_2 - \theta_3 \\ \theta_3 - \theta_4 \end{bmatrix} = \mathbf{S}^T \mathbf{q} \quad (3.15)$$

とする。また、膝関節への入力トルクが股関節部の制御に影響を与えないよう、制御出力ベクトルを

$$\mathbf{S}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} u_2 = \mathbf{S}_{13}\mathbf{u}_{13} + \mathbf{S}_2 u_2 \quad (3.16)$$

と分割して線形化を行う。股関節部の制御出力を θ_H とすると、その 2 階微分は

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_H &= \mathbf{S}_2^T \ddot{\mathbf{q}} \\ &= \mathbf{S}_2^T \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{Y}(\mathbf{q}) (\mathbf{S}_{13}\mathbf{u}_{13} + \mathbf{S}_2 u_2 - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) - \mathbf{S}_2^T \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{X}(\mathbf{q})^{-1} \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} \\ &= A_{\text{II}}(\mathbf{q}) u_2 + B_{\text{II}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \end{aligned} \quad (3.17)$$

となる。ただし、

$$A_{\text{II}}(\mathbf{q}) := \mathbf{S}_2^T \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{Y}(\mathbf{q}) \mathbf{S}_2 \quad (3.18)$$

$$B_{\text{II}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) := \mathbf{S}_2^T \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{Y}(\mathbf{q}) (\mathbf{S}_{13}\mathbf{u}_{13} - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) - \mathbf{S}_2^T \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{X}(\mathbf{q})^{-1} \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} \quad (3.19)$$

である。 $\ddot{\theta}_H = v_2$ を達成する制御入力

$$u_2 = A_{\text{II}}(\mathbf{q})^{-1} (v_2 - B_{\text{II}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \quad (3.20)$$

で定まり、 v_2 を

$$v_2 = \ddot{\theta}_{Hd}(t) + K_D (\dot{\theta}_{Hd}(t) - \dot{\theta}_H) + K_P (\theta_{Hd}(t) - \theta_H) \quad (3.21)$$

とすれば $\theta_H \rightarrow \theta_{Hd}(t)$ を達成することができる。

目標時間軌道 $\theta_{Hd}(t)$ については、5 次の目標時間軌道 $\theta_{Hd}(t) = a_5 t^5 + a_4 t^4 + a_3 t^3 + a_0$ で内挿する。境界条件として、

$$\theta_{Hd}(0^+) = \alpha', \theta_{Hd}(T_{\text{set}}) = \alpha, \dot{\theta}_{Hd}(0^+) = \dot{\theta}_{Hd}(T_{\text{set}}) = \ddot{\theta}_{Hd}(0^+) = \ddot{\theta}_{Hd}(T_{\text{set}}) = 0$$

表 3.1: 物理パラメータ

m_H	10.0	kg	a_1, a_2	0.3	m
m_1	1.0	kg	b_1, b_2	0.2	m
m_2	10.0	kg	L_1	0.5	m
α	0.6	rad	L_2	0.5	m
R	0.5	m	u_1	10	N·m
T_{set}	0.4	s	u_2	40	N·m

を与えると，各係数は以下のように定まる．

$$a_5 = \frac{6(\alpha - \alpha')}{T_{\text{set}}^5}, \quad a_4 = \frac{-15(\alpha - \alpha')}{T_{\text{set}}^4}, \quad a_3 = \frac{10(\alpha - \alpha')}{T_{\text{set}}^3}, \quad a_0 = \alpha'$$

ただし， α' は制御相 II における初期股角度である．

制御相 III

時刻 $t = T_2 (> T_1)$ [s] より，両膝の出力 PD 制御を開始する．股関節に対しては引き続き出力追従制御を行う．これにより次の衝突姿勢へと整定される．式 (3.15) の 2 階微分は

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{y}} &= \mathbf{S}^T \ddot{\mathbf{q}} \\ &= \mathbf{S}^T \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{Y}(\mathbf{q}) (\mathbf{S} \mathbf{u} - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) - \mathbf{S}^T \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{X}(\mathbf{q})^{-1} \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} \\ &= \mathbf{A}_{\text{III}}(\mathbf{q}) \mathbf{u} - \mathbf{B}_{\text{III}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \end{aligned} \quad (3.22)$$

となる．ただし，

$$\mathbf{A}_{\text{III}}(\mathbf{q}) := \mathbf{S}^T \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{Y}(\mathbf{q}) \mathbf{S} \quad (3.23)$$

$$\mathbf{B}_{\text{III}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) := \mathbf{S}^T \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} (\mathbf{Y}(\mathbf{q}) \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{X}(\mathbf{q})^{-1} \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}) \quad (3.24)$$

である． $\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{v}$ を達成する制御入力

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}_{\text{III}}(\mathbf{q})^{-1} (\mathbf{v} + \mathbf{B}_{\text{III}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \quad (3.25)$$

で定まり， \mathbf{v} を

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -K_D \dot{y}_1 + K_P (y_{1d} - y_1) \\ \ddot{\theta}_{Hd}(t) + K_D (\dot{\theta}_{Hd}(t) - \dot{\theta}_H) + K_P (\theta_{Hd}(t) - \theta_H) \\ -K_D \dot{y}_3 + K_P (y_{3d} - y_3) \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

とすれば，各関節は設定した目標値へと収束する．ただし， y_1, y_3 は Leg 1 および Leg 2 における膝関節部の制御出力であり，また各々の目標値は $y_{1d} = \beta$ [rad]， $y_{3d} = -\beta$ [rad] である．なお，この相においては，次の衝突までに y_1, θ_H, y_3 がそれぞれの目標値へと十分に収束するよう，PD ゲインを大きく設定する．

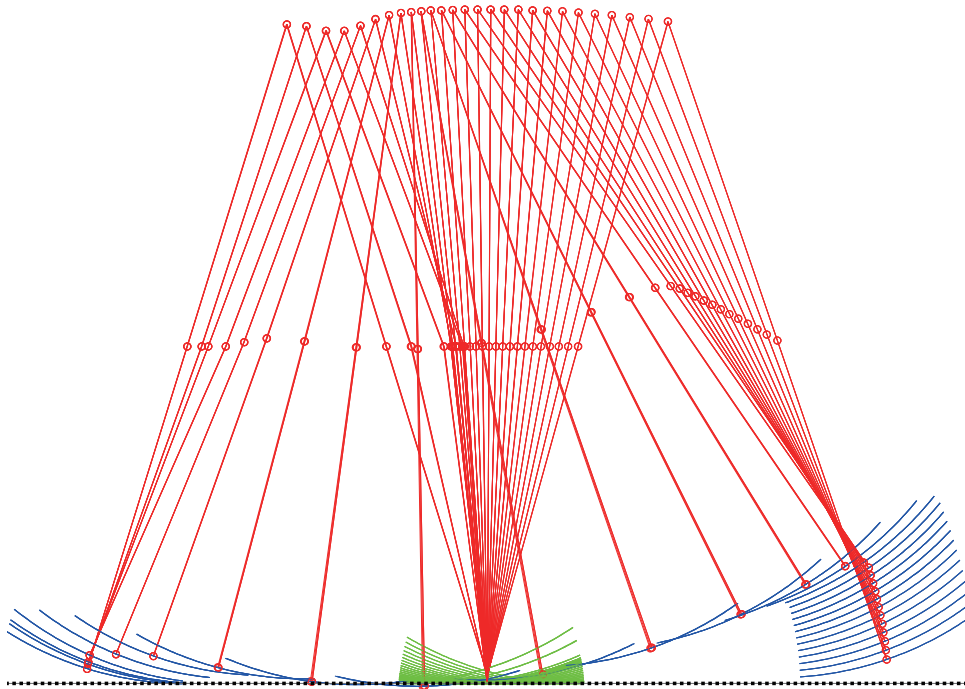


図 3.2: 定常歩行のスティック線図

3.2 数値シミュレーション

図 3.4 に平地動歩行のシミュレーション結果を示す．ロボットの物理パラメータは表 3.1 のように設定し，PD ゲインを $K_D = 60$ ， $K_P = 900$ と設定した．また， $T_1 = 0.05$ [s]， $T_2 = 0.10$ [s] と設定し，目標とする衝突姿勢は両膝を真直ぐ伸ばした状態 ($\beta = 0$ [rad]) とした．図 3.2 は 1 歩分のスティック線図であり，図 3.3 は θ_1 の位相平面図である．図 3.2，3.3 より，瞬間的でない DLS を含むリットサイクル歩容が生成できていることがわかる．図 3.4 (b) より，Leg 1 の膝関節は床面衝突後から順方向に曲がり始めているのに対し，Leg 2 の膝関節は初め順方向に曲がるが，その後逆方向に曲がり始める．よって， T_1 を長く設定すると，がに股な歩容になる恐れがあり，それを防ぐために Leg 2 の膝が逆方向に曲がる前に制御相 II へと切り替える必要がある．図 3.4 (c) より，衝突後から T_2 までの期間，床反力 λ_2 ， λ_4 は正值であり，DLS を維持していることがわかる．さらに図 3.4 (c) から，1 サイクル中の約 22 % を DLS が占めており，この値は人間の歩行運動と非常に似た値である．また，制御相 III に入った瞬間に λ_2 が非常に大きな値をとっているが，これは膝関節の PD 制御（制御相 III）が始まった瞬間，一定トルク（制御相 II）よりも大きなトルクが逆方向に印加されることが原因である．各制御相での入力の詳細は図 3.4 (d) に記している．また，図 3.4 (b)(c) より，制御相 III で Leg 2 は離陸し，その後，膝および股関節は各々の目標値へと収束している．したがって，制御相 III においては，目標姿勢に十

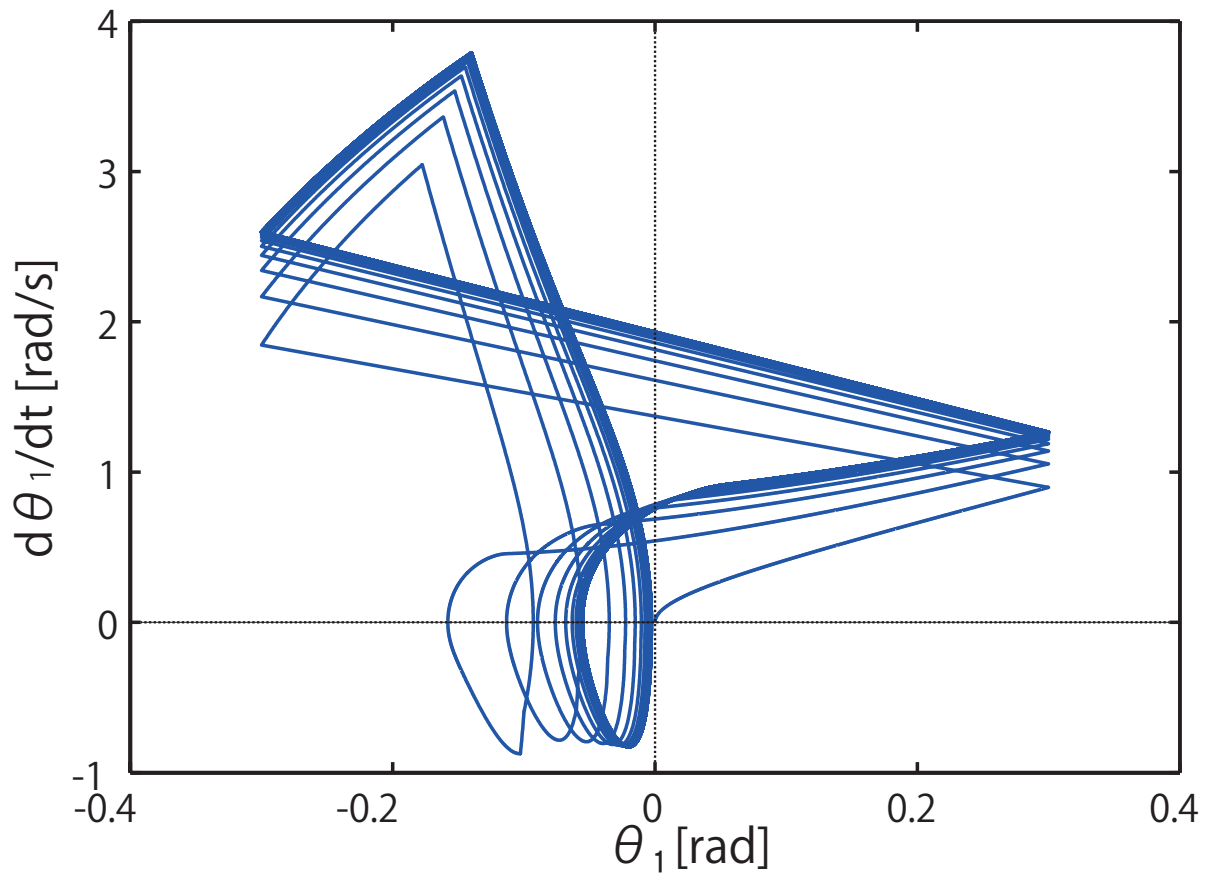


図 3.3: θ_1 の位相平面図

分な精度で整定して倒れ込むことができていると言える。

また，能動膝関節を有する RW モデルでは，腰の質量 10 [kg] に対して脚の質量 0.1 [kg] と十分に軽くなければ DLS が発現しなかった．それに対し今回のモデルでは腰質量 m_H が 10 [kg] に対して，脚質量 $m_1 + m_2$ が 10 [kg] 以上でも DLS が発現することが確認された．これは 2 脚モデルに拡張したことで股関節の自由度が加わり，系全体の順応性が高くなったことが起因したものと考えられる．

3.3 物理パラメータに対する DLS の発現傾向

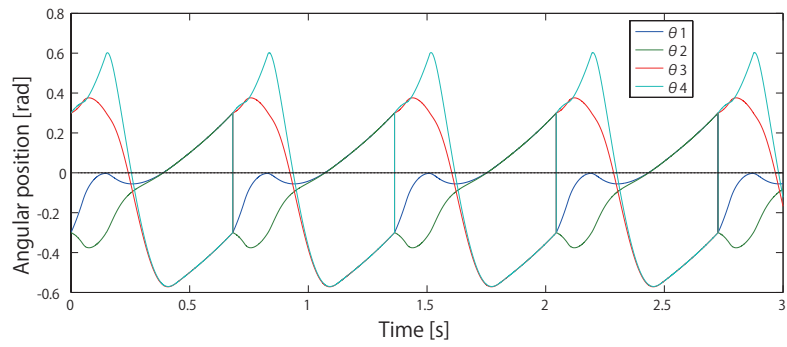
本節ではロボットの物理パラメータを変化させた時，DLS/SLS の発現傾向にどのような影響が生じるか考察を行う．ここでは，脚質量比，腰質量および半円足径を変化させた．変化した箇所以外のパラメータは，表 3.1 と同じ値を与えている．

3.3.1 脚質量比の影響

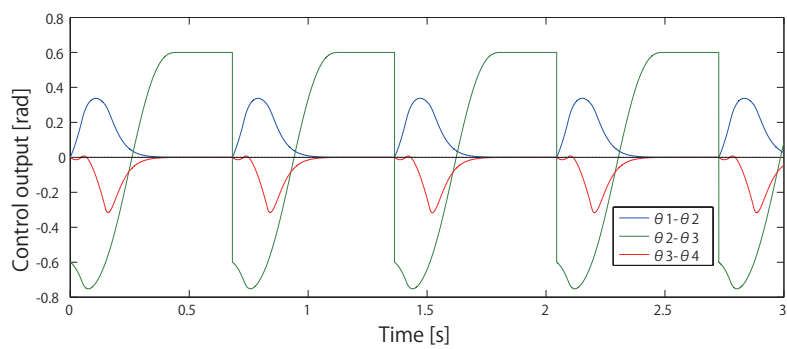
図 3.5 (a) は，脚の下腿部質量 m_1 を 1.0 [kg] に固定し，上腿部質量 m_2 を変化させた時の λ_{I4} をプロットしたグラフである．図 3.5 (a) より， $m_2 = 6.4$ [kg] 以上で λ_{I4} が正となり，瞬間的でない DLS を含む歩容が発現することがわかる．それに対し，図 3.5 (b) は，脚の上腿部の質量 m_2 を 1.0 [kg] に固定し，下腿部質量 m_1 を変化させたときの λ_{I4} をプロットしたグラフである．図 3.5 (b) より，脚下腿部質量を増加しても， λ_{I4} は正の値にならず常に負の値をとる． λ_{I4} が負の値をとるということは，Leg 2 が床面から引っ張られていることを意味し，この場合 Leg 2 は床面から離れていると判定される．したがって，下腿部質量を変化させても，瞬間的でない DLS を含む歩容は発現せず，SLS のみの歩容となる．これは，下腿部リンクに比べ上腿部リンクの質量が大きくなるにしたがい，衝突時に膝関節に働く屈折力が大きくなり DLS が発現しやすくなったことが原因だと考えられる．以上から，瞬間的でない DLS の発現には，下腿部に比べて上腿部の質量（または剛性）が大きいことが重要であると結論付けることができる．また，上腿部に比べ下腿部の質量（または剛性）が大きいと，瞬間的でない DLS は発現せず，瞬間的な DLS と SLS で構成される歩容となることも付記しておく．

3.3.2 半円足径と腰質量の影響

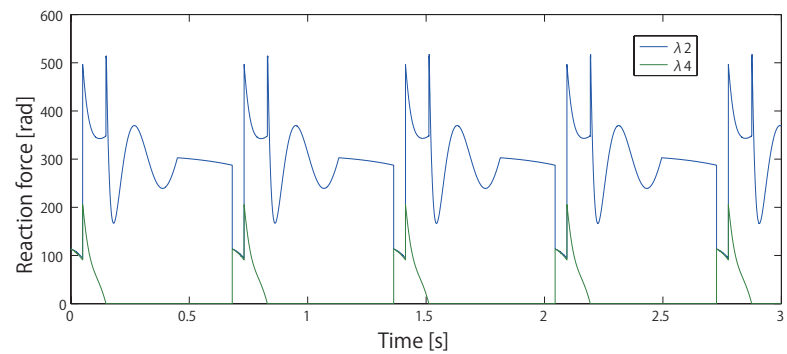
図 3.6 (a) は，半円足径の大きさを変化させた時の λ_{I4} をプロットしたグラフである．図 3.6 (a) から，半径を大きくすればするほど， λ_{I4} の値は大きくなることがわかる．この結果から，半円足径の増加は DLS 発現を助長する働きがあると言える．これは，RW モデルと同様に，半円足径の増加に伴い歩行速度が速くなり，それにより Leg 1 と床面衝突時の撃力が増加したことが原因だと考えられる．また，半円足の径が大きくなるにしたがって λ_{I4} の増加率が減少している．半円足には遊脚衝突によるエネルギー損失を緩和する効果があることが知られており [8]，この効果が要因となり，遊脚衝突時の撃力が減少し λ_{I4} の増加率が減少したと考えられる．図 3.5 (b) は，腰質量を増加させた時の λ_{I4} をプロットしたグラフである．図 3.5 (b) から，腰質量を大きくすればするほど， λ_{I4} の増加率が減少していることがわかる．この結果から，腰質量の増加は DLS の発現を阻害する効果があると言える．したがって，3.3.1 章の結果も踏まえると，瞬間的でない DLS を含む歩容生成には，脚質量比および歩行速度（衝突直前の角速度）が特に重要なパラメータであり，各々適切なパラメータを設定する必要があると言える．



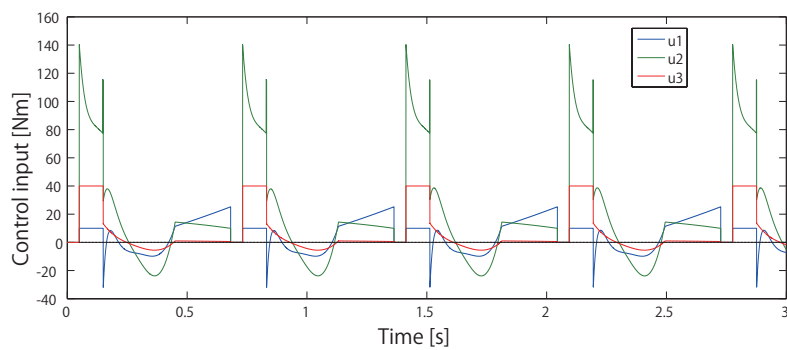
(a) 角度



(b) 制御出力

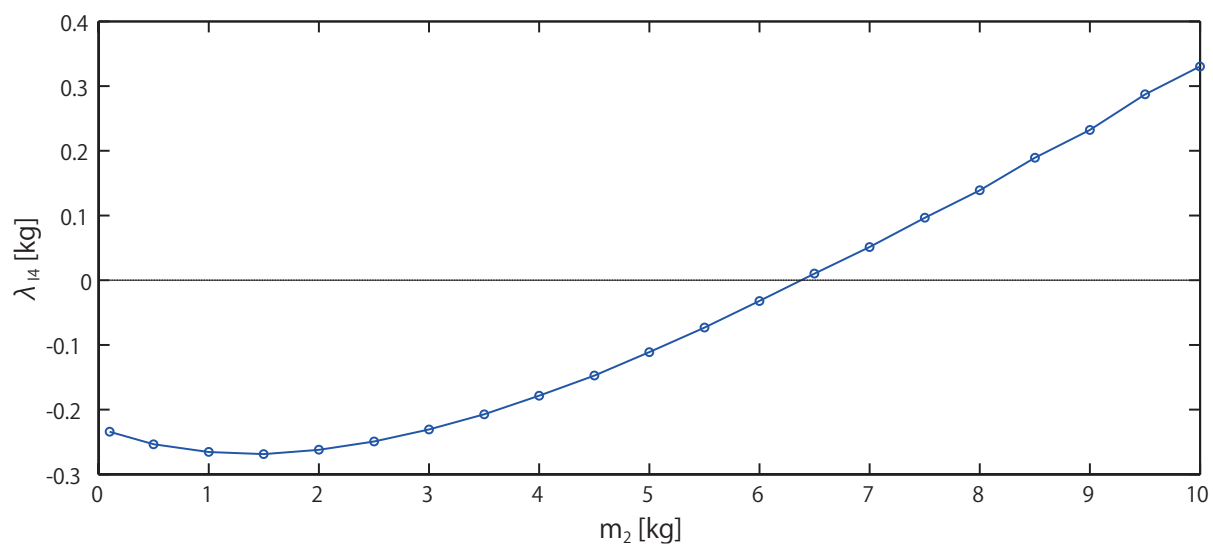


(c) 床反力

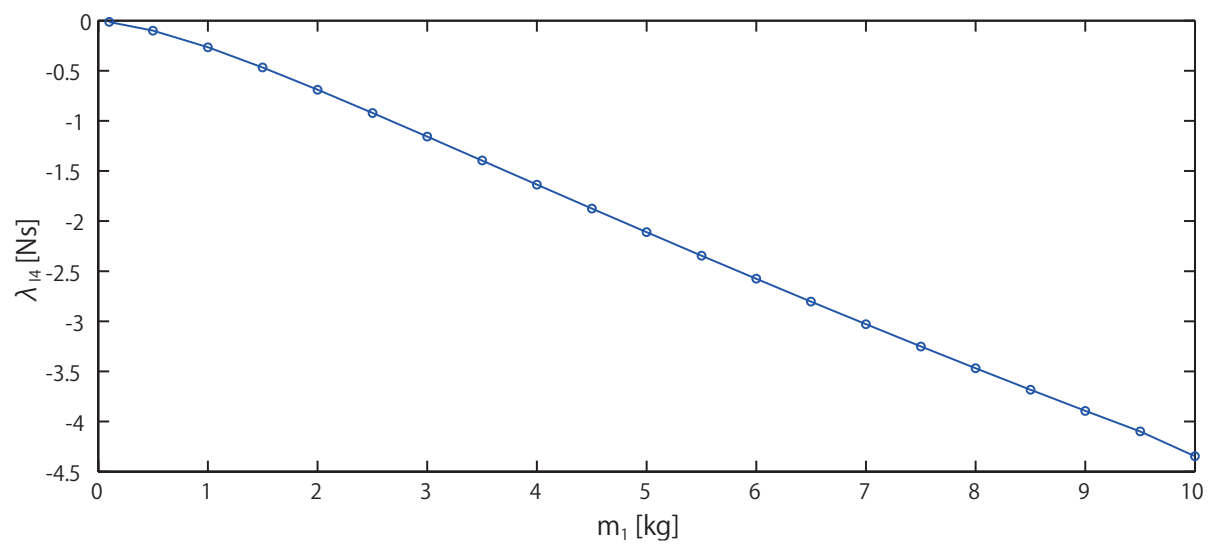


(d) 制御入力

図 3.4: 平地歩行のシミュレーション結果

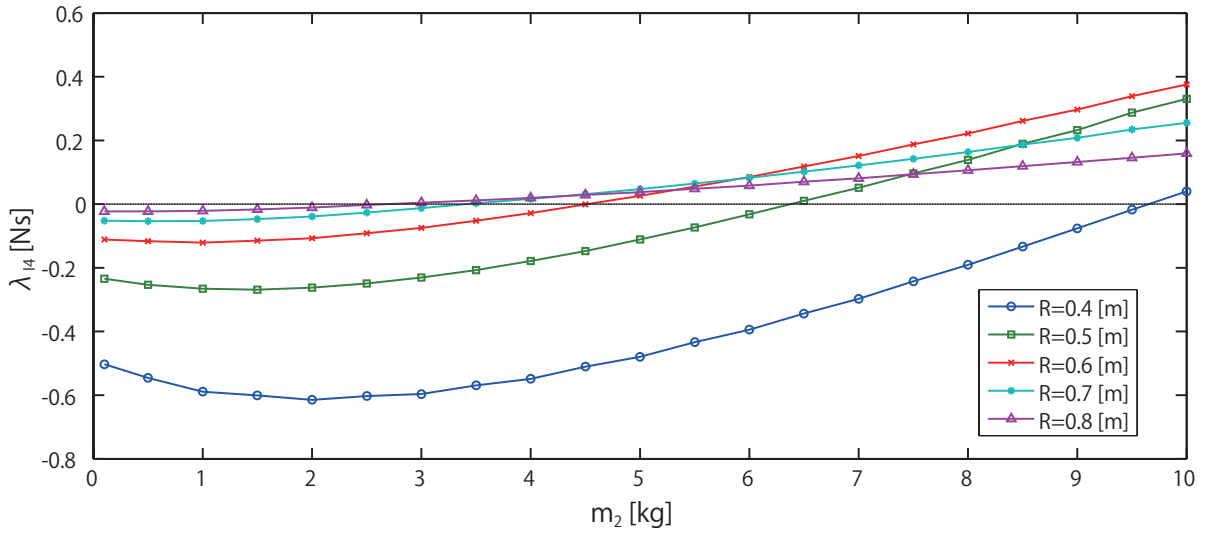


(a) 上腿部脚質量

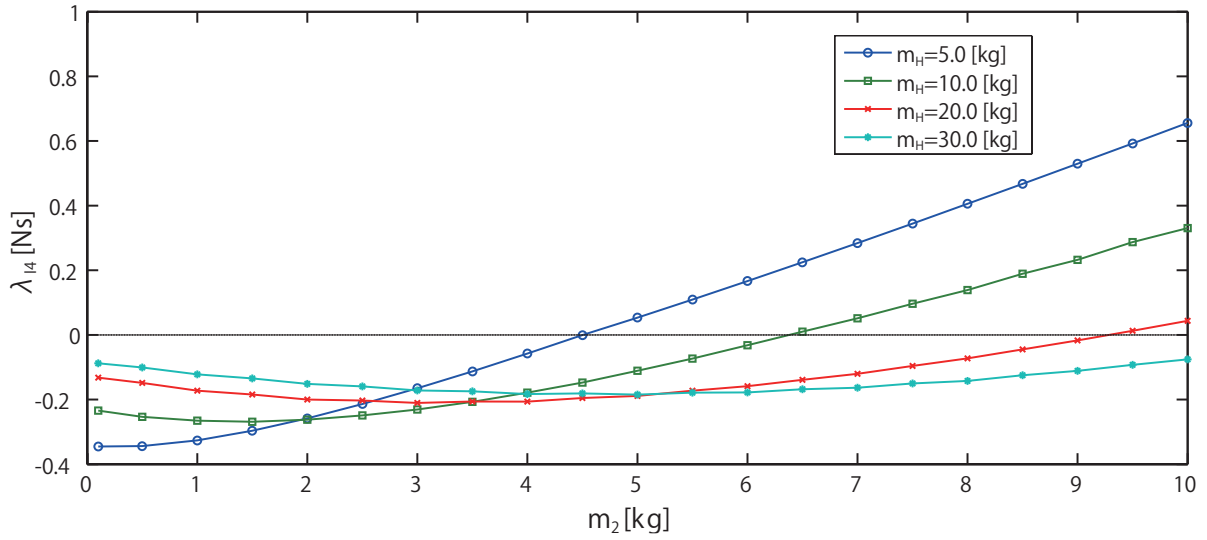


(b) 下腿部脚質量

図 3.5: 脚質量を変化させたときの λ_{I4}



(a) 半円足径



(b) 腰質量

図 3.6: 半円足径及び腰質量を変化させたときの λ_{14}

第4章 身体形状の変化とDLS発現傾向

本章ではロボットの身体形状の変化とDLS発現傾向との関係性について議論する。第3章で得られた結果を考慮すると、上体の付加は歩行速度を向上させる働きがあるため、DLSの発現に有効であることが予想される。使用するロボットの解析モデルは、第3章で構築した図3.1のモデルに上体を付加したものを扱う。数値シミュレーションを通して、上体の付加がDLS発現を助長する効果があることを示す。

4.1 数学モデルの導出

本章では図4.1に示す上体かつ能動膝関節を持つ劣駆動2脚モデルを扱う。本節ではまず、立脚相における運動方程式と衝突相における衝突方程式それぞれについて導出する。次に、上体および膝・股関節の制御系の詳細について説明する。拘束条件の遷移および後脚の離陸の判定条件については、第2章および第3章の条件と同等のため説明を省略する。

4.1.1 運動と衝突の方程式

3章の一般化座標ベクトルに新たに上体の角度を追加して、 $q^T = [x \ z \ \theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5]$ の7自由度設定する。立脚相の運動方程式は

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = Su + J(q)^T \lambda \quad (4.1)$$

$$J(q)\dot{q} = 0 \quad (4.2)$$

で与えられる。また、右辺第1項の上体および膝・股関節トルクベクトルは

$$Su = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

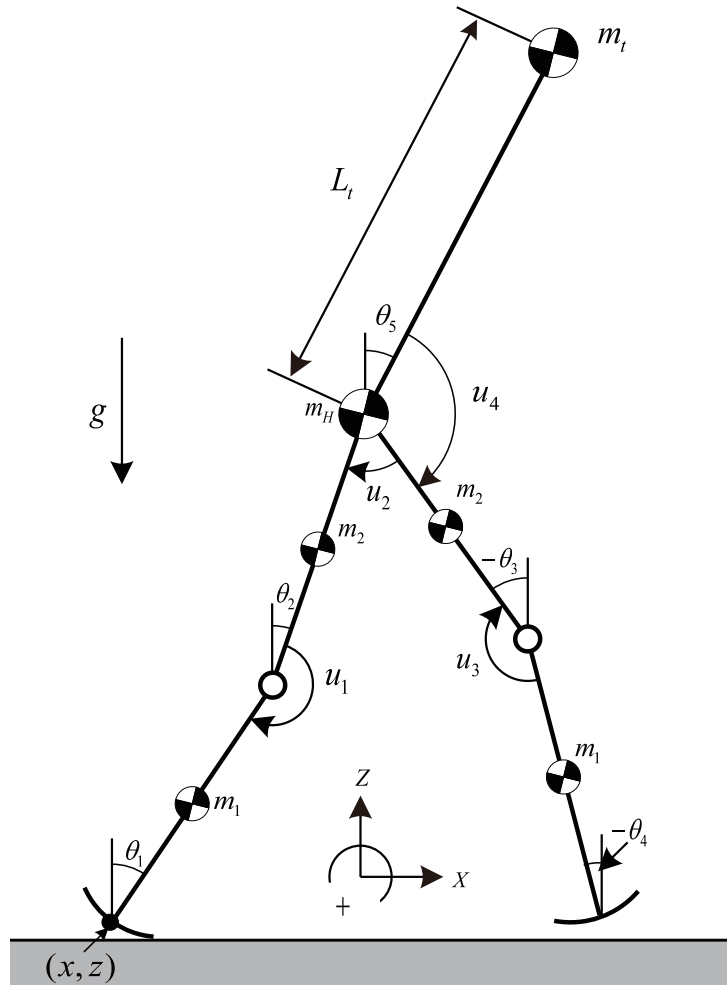


図 4.1: 上体かつ膝関節を持つ劣駆動 2 脚モデル

である．また RW モデルと同様に，右辺第 2 項は床面と足裏の間に作用するホロノミック拘束力項であり，式 (4.2) はその速度拘束条件式である．式 (4.1)(4.2) より未定乗数ベクトル λ を消去すると，次のように整理される．

$$M(q)\ddot{q} = Y(q)(Su - h(q, \dot{q})) - J(q)^T X(q)^{-1} \dot{J}(q, \dot{q}) \dot{q} \quad (4.4)$$

$$X(q) := J(q)M(q)^{-1}J(q)^T \quad (4.5)$$

$$Y(q) := I_7 - J(q)^T X(q)^{-1} J(q)M(q)^{-1} \quad (4.6)$$

衝突相については，前章のモデルと同様に，衝突方程式を用いて支持脚と遊脚の交換を行わないまま衝突直後の速度を導出したあと，Leg 1 と Leg 2 の速度を交換する手法をとる．衝突直前の状態量を q^- ，衝突直後のそれを q^+ とすると，衝突方程式は以下の式で与え

られる．

$$M(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^+ = M(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^- + J_I(\mathbf{q})^T \lambda_I \quad (4.7)$$

$$J_I(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}}^+ = \mathbf{0} \quad (4.8)$$

これを解くことで衝突直後の速度ベクトルが

$$\dot{\mathbf{q}}^+ = (\mathbf{I}_7 - M(\mathbf{q})^{-1} J_I(\mathbf{q})^T X_I(\mathbf{q})^{-1} J_I(\mathbf{q})) \dot{\mathbf{q}}^- \quad (4.9)$$

$$X_I(\mathbf{q}) := J_I(\mathbf{q}) M(\mathbf{q})^{-1} J_I(\mathbf{q})^T \quad (4.10)$$

求まる．また， J_I は，第2章に記したものと同様の手順にしたがって選択される．

4.1.2 制御系設計

運動がDLSに移行したと判定された場合，以下のような切り替え制御を行うことで歩容生成を行う．

制御相 I

衝突直後を $t = 0$ [s] とする．このとき，股および膝関節トルクは印加せず，上体を維持するトルクのみ印加する．上体はPD制御を用いて，ある目標角に追値するよう制御する．この制御相により，股及び膝関節は自由関節状態となる．

制御出力ベクトルを

$$\mathbf{y} := \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 - \theta_2 \\ \theta_2 - \theta_3 \\ \theta_3 - \theta_4 \\ \theta_5 \end{bmatrix} = \mathbf{C}\mathbf{q} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{C}_3 \\ \mathbf{C}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

とする．また，上体への入力トルクが股・膝関節部の制御に影響を与えないよう，制御出力ベクトルを

$$\mathbf{S}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u_4 = \mathbf{S}_{123}\mathbf{u}_{123} + \mathbf{S}_4 u_4 \quad (4.12)$$

と分割して線形化を行う．上部部の制御出力を y_4 とすると，その2階微分は，

$$\begin{aligned}
\ddot{y}_4 &= \mathbf{C}_4 \ddot{\mathbf{q}} \\
&= \mathbf{C}_4 \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{Y}(\mathbf{q}) (\mathbf{S}_{123} \mathbf{u}_{123} + \mathbf{S}_4 \mathbf{u}_4 - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \\
&\quad - \mathbf{C}_4 \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{X}(\mathbf{q})^{-1} \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} \\
&= \mathbf{A}_I(\mathbf{q}) \mathbf{u}_4 + \mathbf{B}_I(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})
\end{aligned} \tag{4.13}$$

となる．ただし，

$$\mathbf{A}_I(\mathbf{q}) := \mathbf{C}_4 \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{Y}(\mathbf{q}) \mathbf{S}_4 \tag{4.14}$$

$$\mathbf{B}_I(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) := -\mathbf{C}_4 \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} (\mathbf{Y}(\mathbf{q}) \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{X}(\mathbf{q})^{-1} \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}) \tag{4.15}$$

である． $\ddot{y}_4 = v_4$ を達成する制御入力は

$$\mathbf{u}_4 = \mathbf{A}_I(\mathbf{q})^{-1} (v_4 + \mathbf{B}_I(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \tag{4.16}$$

で定まり， v_4 を

$$v_4 = -K_D \dot{y}_4 + K_P (y_{4d} - y_4) \tag{4.17}$$

とすれば上部角度は設定した目標値へと収束する．また，上部の目標角度は $y_{4d} = \phi$ [rad] とする．目標角度へ十分に収束するように，PDゲインは大きく設定する．

制御相 II

時刻 $t = T_1 (> 0)$ [s] に Leg 2 を離陸させるための一定なトルク u_1, u_3 を両膝に印加する．また，上部は引き続き PD 制御を行い，目標角度に追値するような制御を行う．股関節は5次の時間関数を用いて目標軌道を生成し，その軌道に追従するように出力追従制御を行う．それぞれの関節に異なる制御則を用いて制御を行うため，制御相 I と同様に各々の関節への入力トルクが別の関節の制御に影響を与えないよう，制御出力ベクトルを

$$\mathbf{S} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_4 \end{bmatrix} = \mathbf{S}_{13} \mathbf{u}_{13} + \mathbf{S}_{24} \mathbf{u}_{24} \tag{4.18}$$

と分割して線形化を行う．股関節部および上体の制御出力を $\mathbf{y}_{24} = \begin{bmatrix} y_2 & y_4 \end{bmatrix}^T$ とすると，その2階微分は

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{y}}_{24} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_2 \\ \mathbf{C}_4 \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ &= \mathbf{C}_{24} \ddot{\mathbf{q}} \\ &= \mathbf{C}_{24} \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{Y}(\mathbf{q}) (\mathbf{S}_{13} \mathbf{u}_{13} + \mathbf{S}_{24} \mathbf{u}_{24} - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \\ &\quad - \mathbf{C}_{24} \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{X}(\mathbf{q})^{-1} \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} \\ &= \mathbf{A}_{\text{II}}(\mathbf{q}) \mathbf{u}_{24} + \mathbf{B}_{\text{II}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\end{aligned}\tag{4.19}$$

となる．ただし，

$$\mathbf{A}_{\text{II}}(\mathbf{q}) := \mathbf{C}_{24} \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{Y}(\mathbf{q}) \mathbf{S}_{24}\tag{4.20}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{B}_{\text{II}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &:= \mathbf{C}_{24} \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{Y}(\mathbf{q}) (\mathbf{S}_{13} \mathbf{u}_{13} - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \\ &\quad - \mathbf{C}_{24} \mathbf{M}(\mathbf{q})^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{q})^T \mathbf{X}(\mathbf{q})^{-1} \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}}\end{aligned}\tag{4.21}$$

である． $\ddot{\mathbf{y}}_{24} = \mathbf{v}_{24}$ を達成する制御入力は

$$\mathbf{u}_{24} = \mathbf{A}_{\text{II}}(\mathbf{q})^{-1} (\mathbf{v}_{24} - \mathbf{B}_{\text{II}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}))\tag{4.22}$$

で定まり， \mathbf{v}_{24} を

$$\mathbf{v}_{24} = \begin{bmatrix} v_2 \\ v_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{y}_{2d}(t) + K_D(\dot{y}_{2d}(t) - \dot{y}_2) + K_P(y_{2d}(t) - y_2) \\ -K_D \dot{y}_4 + K_P(y_{4d} - y_4) \end{bmatrix}\tag{4.23}$$

とすれば $y_2 \rightarrow y_{2d}(t)$ ， $y_4 \rightarrow y_{4d}$ を達成することができる．

目標時間軌道 $y_{2d}(t)$ については，5次の目標時間軌道 $y_{2d}(t) = a_5 t^5 + a_4 t^4 + a_3 t^3 + a_0$ で内挿する．境界条件として，

$$y_{2d}(0^+) = \alpha', \quad y_{2d}(T_{\text{set}}) = \alpha, \quad \dot{y}_{2d}(0^+) = \dot{y}_{2d}(T_{\text{set}}) = \ddot{y}_{2d}(0^+) = \ddot{y}_{2d}(T_{\text{set}}) = 0$$

を与えると，各係数は以下のように定まる．

$$a_5 = \frac{6(\alpha - \alpha')}{T_{\text{set}}^5}, \quad a_4 = \frac{-15(\alpha - \alpha')}{T_{\text{set}}^4}, \quad a_3 = \frac{10(\alpha - \alpha')}{T_{\text{set}}^3}, \quad a_0 = \alpha'$$

ただし， α' は制御相 II における初期股角度である．

制御相 III

時刻 $t = T_2 (> T_1)$ [s] より，両膝の出力 PD 制御を開始する．引き続き上体に対しては PD 制御を，股関節に対しては出力追従制御を行う．これにより次の衝突姿勢へと整定さ

れる．式(4.11)の2階微分は

$$\begin{aligned}
\ddot{\mathbf{y}} &= \mathbf{C}\ddot{\mathbf{q}} \\
&= \mathbf{CM}(\mathbf{q})^{-1}\mathbf{Y}(\mathbf{q})(\mathbf{S}\mathbf{u} - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) - \mathbf{CM}(\mathbf{q})^{-1}\mathbf{J}(\mathbf{q})^{\mathbf{T}}\mathbf{X}(\mathbf{q})^{-1}\dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} \\
&= \mathbf{A}_{\text{III}}(\mathbf{q})\mathbf{u} - \mathbf{B}_{\text{III}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})
\end{aligned} \tag{4.24}$$

となる．ただし，

$$\mathbf{A}_{\text{III}}(\mathbf{q}) := \mathbf{CM}(\mathbf{q})^{-1}\mathbf{Y}(\mathbf{q})\mathbf{S} \tag{4.25}$$

$$\mathbf{B}_{\text{III}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) := \mathbf{CM}(\mathbf{q})^{-1}(\mathbf{Y}(\mathbf{q})\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{J}(\mathbf{q})^{\mathbf{T}}\mathbf{X}(\mathbf{q})^{-1}\dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}}) \tag{4.26}$$

である． $\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{v}$ を達成する制御入力

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}_{\text{III}}(\mathbf{q})^{-1}(\mathbf{v} + \mathbf{B}_{\text{III}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \tag{4.27}$$

で定まり， \mathbf{v} を

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -K_D\dot{y}_1 + K_P(y_{1d} - y_1) \\ \ddot{y}_{2d}(t) + K_D(\dot{y}_{2d}(t) - \dot{y}_2) + K_P(y_{2d}(t) - y_2) \\ -K_D\dot{y}_3 + K_P(y_{3d} - y_3) \\ -K_D\dot{y}_4 + K_P(y_{4d} - y_4) \end{bmatrix} \tag{4.28}$$

とすれば，各関節は設定した目標値へと収束する．ただし， y_1, y_3 はLeg1およびLeg2における膝関節部の制御出力であり，また各々の目標値は $y_{1d} = \beta$ [rad]， $y_{3d} = -\beta$ [rad]である．なお，この相においては，次の衝突までに y_1, y_2, y_3, y_4 がそれぞれの目標値へと十分に収束するよう，PDゲインを大きく設定する．

4.2 数値シミュレーション

上体の質量を $m_t = 10$ [kg]，上体の長さを $L_t = 1.0$ [m]とし，PDゲインは $K_D = 60$ ， $K_P = 900$ と設定する．また上体の付加により，ロボットの質量中心が前方にずれることでポテンシャルバリアを突破しやすくなり，ロボットの歩行速度が向上することが考えられる．そこで，ロボットが常に遊脚衝突直前に目標の衝突姿勢に整定するよう， $T_1 = 0.05$ [s]， $T_2 = 0.13$ [s]， $T_{\text{set}} = 0.3$ [s]と上体なしモデルに比べ制御相IIおよび目標整定時間を短く設定する．その他のパラメータは表3.1と同じ値を設定した．図4.2は θ_1 の位相平面図であり，これにより歩容が1周期歩容に収束していることがわかる．解析結果を図4.3に示す．図4.3(a)より，膝関節及び股関節は目標角へと収束しており目標衝突姿勢に十分な精度で整定し倒れ込んでいることがわかる．また図4.3(b)より，衝突後から T_2 までの期間，床反力 λ_2, λ_4 は正值であり，DLSを維持していることがわかる．図4.3(c)より，上体は遊脚衝突にわずかに変動するが，その後PD制御により目標角 $\theta_{5d} = 0.2$ [rad]へと収束しており，しっかりと上体を維持できていることがわかる．また，前述で予想した通り上体を付加することによりロボットの歩行速度が向上し，1歩当たりの歩行周期が短くなったが，上体なしモデルよりも制御相IIが短いため，相対的に1サイクル中の

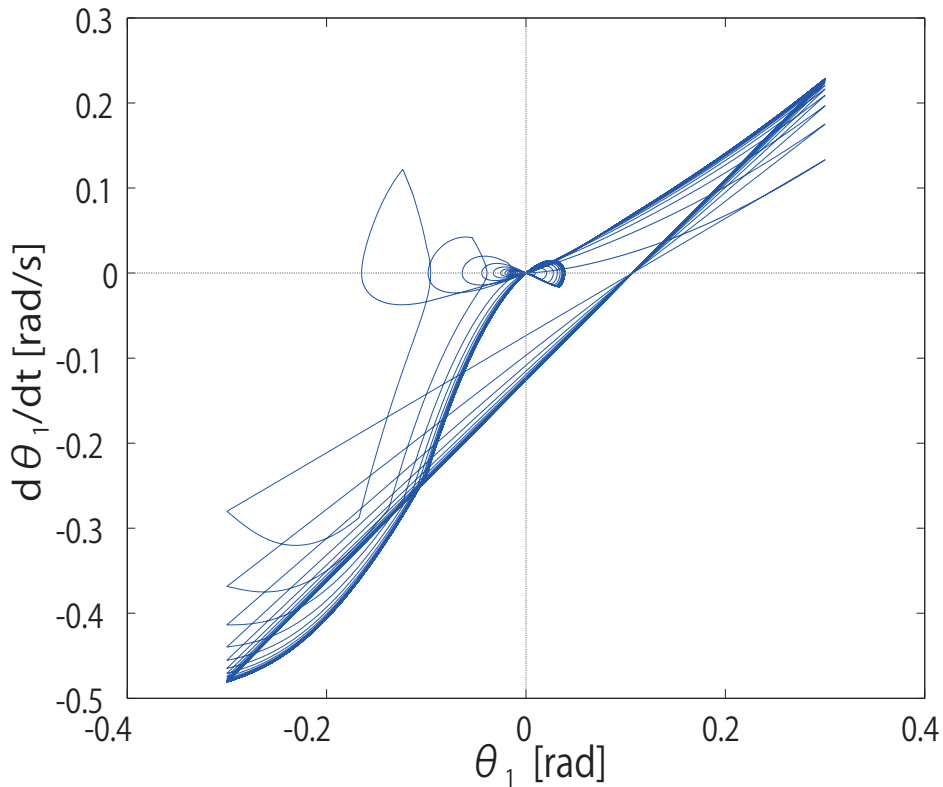
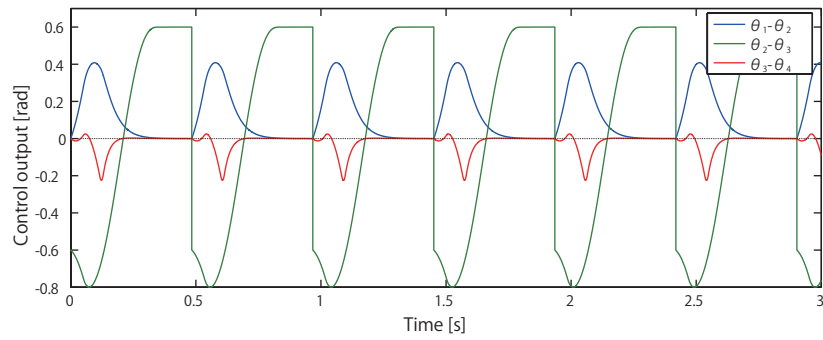
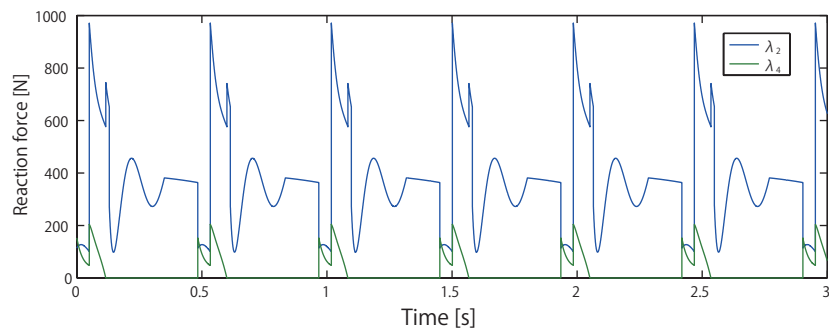


図 4.2: θ_1 の位相平面図

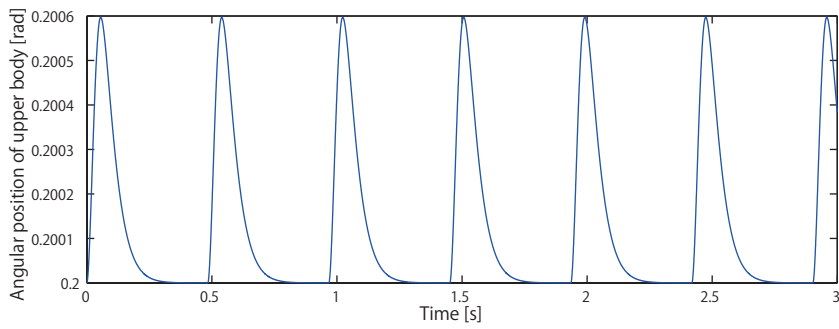
DLS 発現時間は上体なしモデルとほぼ同じ値 (1 サイクル中約 24 % が DLS) となった。また図 4.4 より、上体を付加することで DLS 発現領域が拡大していることがわかる。これは、歩行速度の向上による撃力の増加だけでなく、上体の付加によりロボットの重心位置が前方に移動したことで、上体なしモデルよりも両膝関節が屈折しやすくなったことも起因していると考えられる。以上により、上体の付加は瞬間的でない DLS 発現を助長する効果があると結論付けることができる。また、上体の質量および上体の長さを変化させたときの DLS 発現傾向についても考察を行った。解析結果を図 4.5, 4.6 に記す。図 4.5, 4.6 より、上体の長さを変化させても DLS 発現範囲はあまり変化しないことがわかる。逆に上体の質量を減らした場合は DLS の発現範囲が大きく縮小していることがわかる。



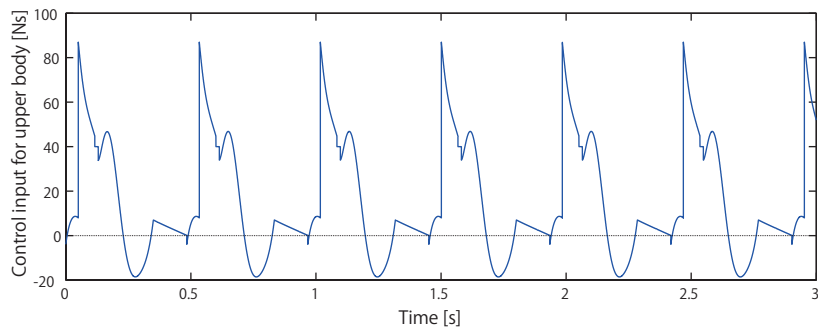
(a) 制御出力



(b) 床反力



(c) 上体角度



(d) 上体への入力

図 4.3: 平地歩行のシミュレーション結果 1

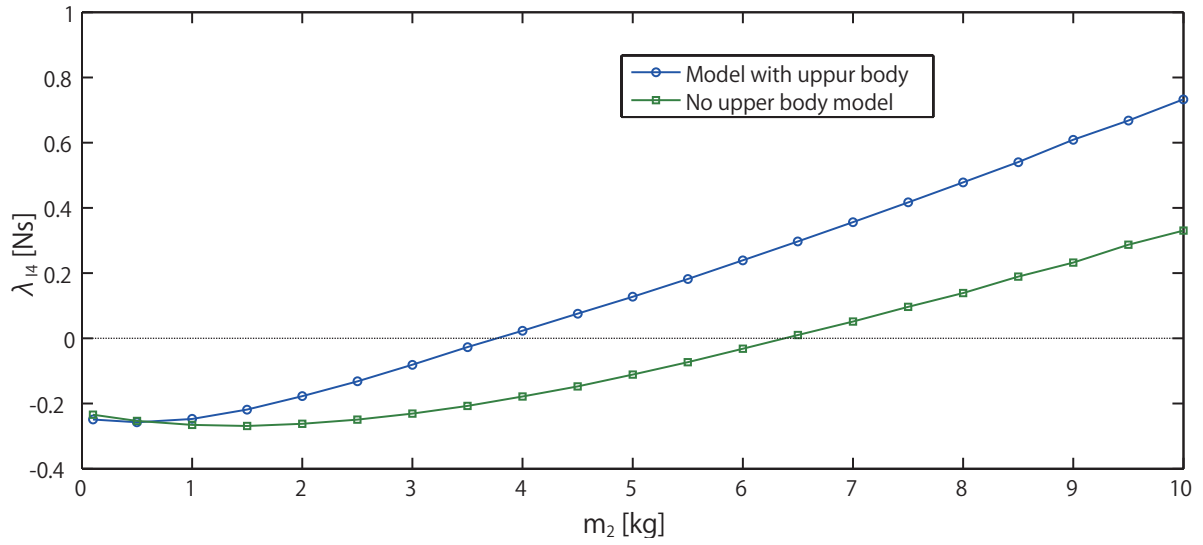


図 4.4: 脚質量を変化させたときの λ_{I4}

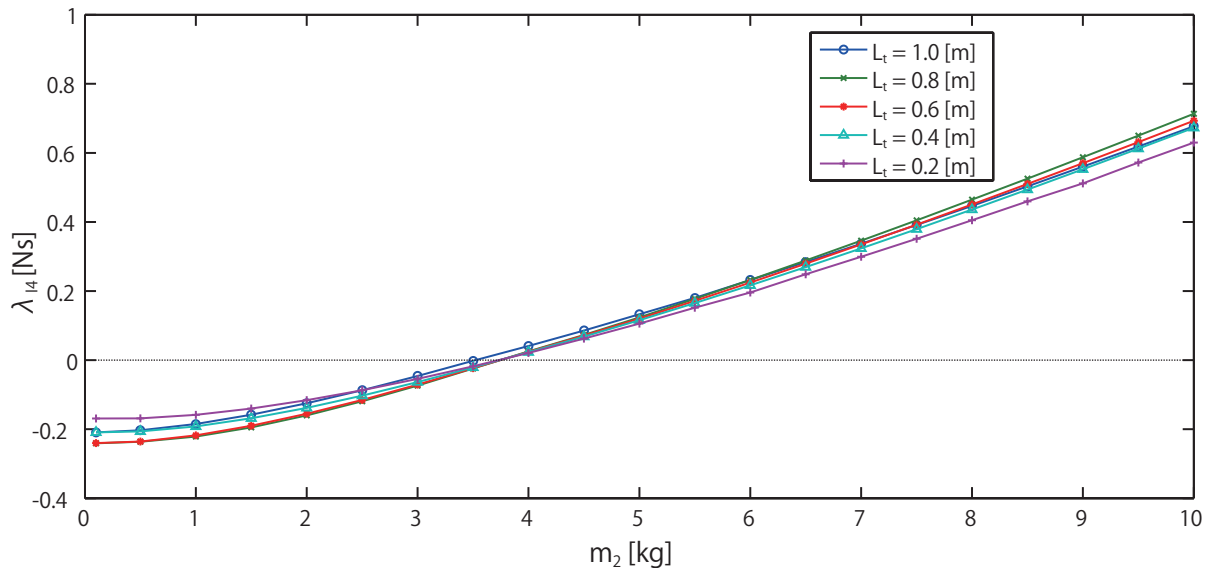


図 4.5: 上体の長さに対する λ_{I4}

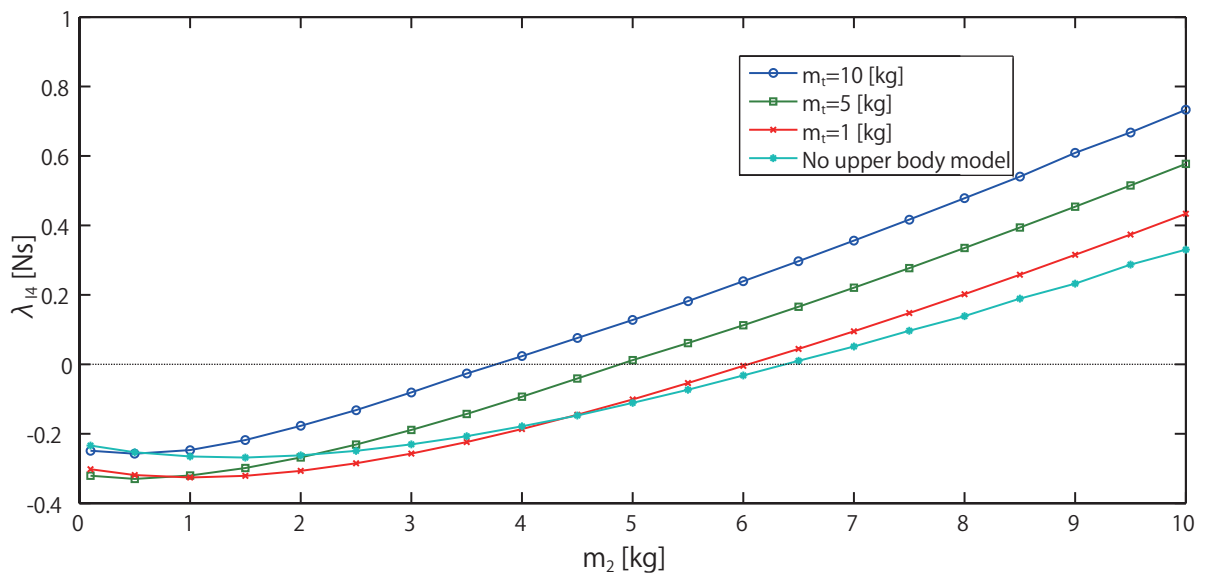


図 4.6: 上体の質量に対する λ_{I4}

第5章 歩容の収束性評価から転倒への議論

本章では瞬時的でないDLSを含む歩容の安定性について議論する．解析モデルは，図3.1に示す半円足を持つ劣駆動2脚モデルを扱う．状態遷移誤差関数を導入し，冗長かつ自由な膝関節を持つ歩行系の衝突相および立脚相の収束性の評価を行う．またそこから得られた知見を基に，高齢者の転倒メカニズムの原因について議論する．

5.1 状態誤差遷移関数の導入

立脚相における状態誤差（角速度誤差）の遷移関数 \hat{Q} を

$$\hat{Q} := \frac{\|\Delta\dot{\theta}_{i+1}^-\|}{\|\Delta\dot{\theta}_i^+\|} \quad (5.1)$$

と定義する．ただし， $\|\dot{\theta}\| = \sqrt{\dot{\theta}^T \dot{\theta}}$ である．衝突姿勢拘束を持つ歩容の場合には \hat{Q} がほぼ1定値の値を保つことを考慮して，本章では簡易的にこのような式を導入して評価する． \hat{Q} の近似値は，歩行開始から5歩分の \hat{Q} の値を保存し，その平均値をとることで求めた．衝突相における状態誤差（角速度誤差）の遷移関数は，衝突姿勢拘束を持つ場合には次式で与えられる一定値をとる．

$$\hat{R} := \frac{\|\Delta\dot{\theta}_i^+\|}{\|\Delta\dot{\theta}_i^-\|} \quad (5.2)$$

ロボットモデルは，図3.1の劣駆動2脚モデルを用い，物理パラメータは表3.1のように設定した．

5.2 解析結果

図5.1は衝突直前・直後の状態誤差ノルム $\|\Delta\dot{\theta}_i^+\|$ ， $\|\Delta\dot{\theta}_i^-\|$ を区別せずに歩数に対してプロットしたものであり，青のラインは衝突相を，緑のラインは立脚相をそれぞれ表している．結果により，歩容は漸近的に収束し，8～9歩程度でほぼ完全に1周期の歩容に収束していることがわかる．また，解析結果により $\hat{Q} = 0.480$ ， $\hat{R} = 1.250$ となり，衝突相は不安定である．同時にサイクル全体は $\hat{Q}\hat{R} = 0.600$ で漸近安定であると判別された．衝

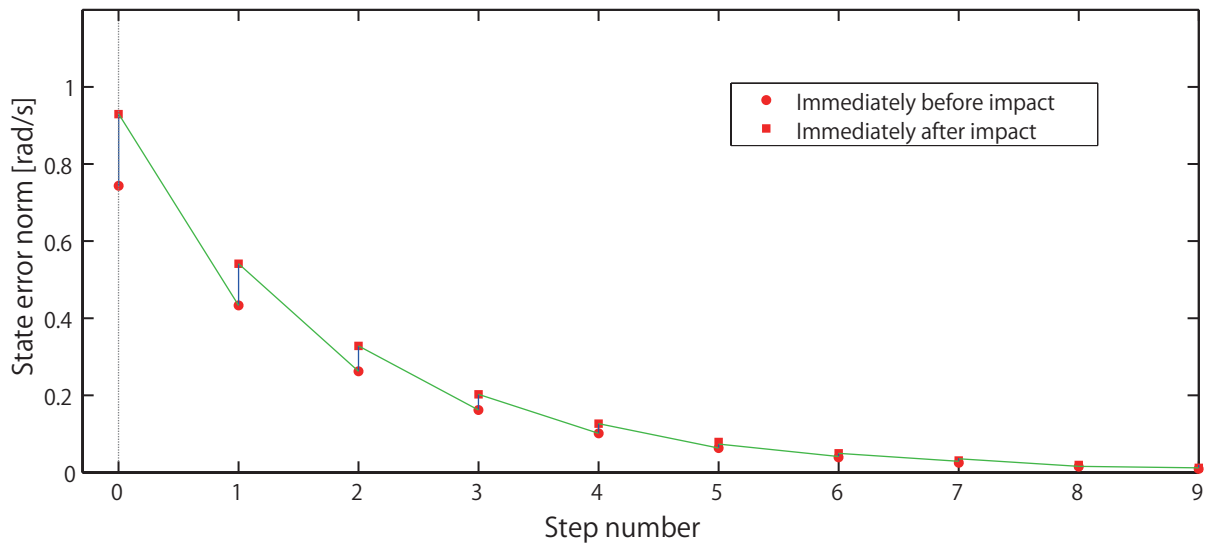


図 5.1: 立脚相・衝突相における状態誤差ノルムの遷移

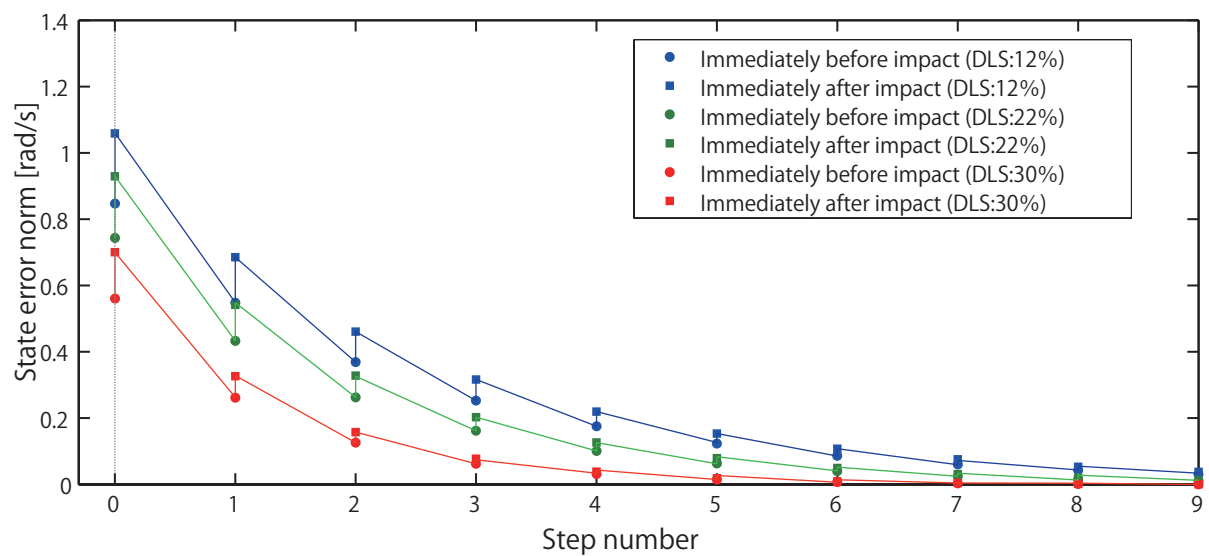


図 5.2: DLS 発現時間に対する状態誤差ノルムの遷移

突姿勢拘束を達成する劣駆動コンパス型 2 脚モデルの動的歩容では、その衝突相は常に安定となることが示されているのに対して [9]、本章で考察したフリーな膝関節を持つ冗長な劣駆動 2 脚歩行系では衝突相が不安定化することが数値的にはあるが明らかにされた。

また、DLS の発現時間に対する歩容の収束性について数値シミュレーションを行った。解析結果から得られた、 \hat{Q} 、 \hat{R} および $\hat{Q}\hat{R}$ を表 5.1 に示す。図 5.2 は、DLS の発現時間ごとに衝突直前・直後の状態誤差ノルムをプロットした結果である。図 5.2 より、DLS の発現

時間が長くなるにつれて，歩容の収束性が向上していることがわかる．これは表 5.1 から明らかである．さらに，SLS と DLS での歩容の収束性を比較した．両脚支持期における状態誤差（角速度誤差）の遷移関数および単脚支持期における状態誤差（角速度誤差）の遷移関数を

$$\hat{Q}_{\text{DLS}} := \frac{\|\Delta\dot{\theta}_i^{\text{trans}}\|}{\|\Delta\dot{\theta}_i^+\|} \quad (5.3)$$

$$\hat{Q}_{\text{SLS}} := \frac{\|\Delta\dot{\theta}_{i+1}^-\|}{\|\Delta\dot{\theta}_i^{\text{trans}}\|} \quad (5.4)$$

と新たに定義し，立脚相の収束性をさらに詳しく評価した．ただし， $\Delta\dot{\theta}_i^{\text{trans}}$ は，歩容が DLS から SLS へ遷移する瞬間の角速度誤差である．また，その近似値は歩行開始から 5 歩分の \hat{Q}_{DLS} ， \hat{Q}_{SLS} の値を保存し，その平均値をとることで求めた．解析結果から得られた， \hat{Q}_{DLS} ， \hat{Q}_{SLS} は表 5.1 に示している．図 5.3 は，衝突直前・直後および歩容が SLS へ移行する直前の状態誤差ノルム $\|\Delta\dot{\theta}_i^+\|$ ， $\|\Delta\dot{\theta}_i^-\|$ を区別せずに歩数に対してプロットしたものである．また，歩容が DLS から SLS へ遷移する瞬間の角速度誤差ノルム $\|\Delta\dot{\theta}_i^{\text{trans}}\|$ を，1 歩あたりの DLS の含有率ごとにプロットした．図 5.3 より，両脚支持期よりも単脚支持期が収束性が良いことがわかる．これは表 5.1 から明らかであり，この結果により DLS よりも SLS のほうが収束性に優れていると結論することができる．これは，自由運動を行っている DLS よりも，単脚支持期に目標姿勢へと追従させていることが，高速な歩容の収束につながっていると考えられる．衝突姿勢拘束を持つ動的歩容では，立脚相・衝突相のいずれも不安定であれば状態誤差ノルムは単調増加する，つまり歩行運動は発散する．このことと図 5.1 の結果（衝突相の不安定性）を踏まえると，衝突時に膝関節が自由回転状態であり，かつ立脚相も不安定であるような衝突姿勢拘束を持つ動的歩容は存在しない，と結論することができる．衝突姿勢拘束を達成し，かつ立脚相が不安定である漸近安定歩行系として，加速のみの入力で生成される能動 RW の弾道歩容が知られている [9]．このような歩容は，上記の考察を踏まえると，衝突時に冗長自由度を持たず，衝突相の安定性を保証できる歩行モデルのみが生成できるものと改めて理解できる．衝突時にフリーかつ冗長な回転関節数を持つ歩行モデルに対して安定歩容生成を行う場合には，その衝突相が不安定である可能性があり，これが真である場合は立脚相の安定化が不可欠ということになる．これが不十分であれば，衝突相の不安定性に影響され，歩行運動が発散

表 5.1: DLS 発現時間に対する立脚相の状態誤差ノルム

DLS [%]	\hat{Q} [-]	\hat{Q}_{DLS} [-]	\hat{Q}_{SLS} [-]	$\hat{Q}\hat{R}$ [-]
12.3	0.540	0.952	0.581	0.675
22.1	0.483	0.946	0.507	0.560
30.3	0.367	0.939	0.413	0.462

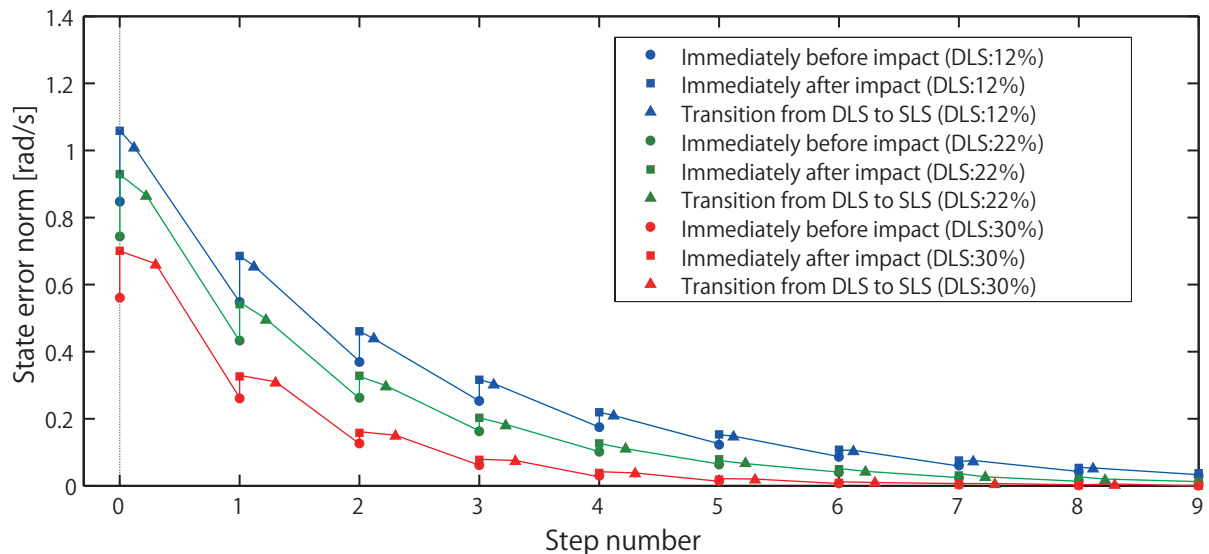


図 5.3: 立脚相・衝突相および DLS・SLS における状態誤差ノルムの遷移

する（転倒を引き起こす）ことに繋がるものと予想される。

5.3 高齢者の転倒メカニズムの考察

本節では，前述の解析結果から得られた知見を基に，高齢者の転倒メカニズムを考察してみる．一般的に，人は高齢化が進むと，歩行中転びやすくなることが知られており，実際に，65 歳以上の人たちの約 4 割の人が 1 年に 1 度転ぶと言われている．しかし，何故人は高齢になると転びやすくなるのか，原因はいまだ明確に解明されていない．高齢者の歩容の特徴としては，両脚支持期が長く，歩行率 (Cadence) が低くなることが知られている [12]．ここで歩行率とは，単位時間当たりの歩数のことである．これは実験的にも確認されており [10][11]，その他にも歩幅の減少や周期的でなく不安定な歩容などがよく観察される特徴である．

また，本研究で用いた能動・受動切り替え可能な回転関節を持つ劣駆動 2 脚モデルは，形状や制御手法などの観点から歩容が人のそれに近いものだと考えられる．表 5.2 は，本研究で用いた劣駆動 2 脚モデルの DLS の発現時間に対する歩行性能および歩行率をまとめたものである． T_1, T_2 を変化させロボットの DLS 発現時間を操作した．それ以外のロボットの物理パラメータは表 3.1 と同じ値に設定した．ただし式 (2.28)，(2.29) より，歩行速度は v とし，歩行率は以下のように定義した．

$$\text{Cadence} = \frac{v}{\text{Step length}} \quad (5.5)$$

$$\text{Step length} = 2(L_1 + L_2) \sin \frac{\alpha}{2} \quad (5.6)$$

また，平均入力パワーおよびエネルギー効率 (Specific resistance) は以下のように定義した．

$$p = \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{i=1}^3 |u_i(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{i+1})| dt \quad (5.7)$$

$$\text{Specific resistance} = \frac{p}{Mgv} \quad (5.8)$$

ただし， T は歩行周期， M はロボットの全質量である．表 5.2 のエネルギー効率を見ても人歩行の歩行効率 (0.2 ~ 0.3) と近い値をとっており，エネルギー効率の観点からも本モデルの歩容は人のそれに近いものであると言える．さらに表 5.2 から，DLS の発現時間が長くなればなるほど歩行速度および歩行率は低くなっており，これは人歩行における高齢化に見られる現象と類似している．以上のことから，本モデルで高齢者の歩容を考察するのは妥当であると考えられる．また，表 5.2 からわかるように，DLS の発現時間が長くなるほど収束性は向上するが，歩行速度は低下し，さらに歩行に必要な平均入力パワーは大きくなり，歩行のエネルギー効率は悪くなる．したがって，瞬間的でない DLS を含む歩容の収束性と歩行性能はトレードオフの関係である．これらを前提に，高齢者の歩容の特徴と，本章で得られた冗長かつ自由な回転関節を持つ歩行モデルの衝突相における不安定化という観点から合わせて考えると，高齢者の転倒の原因の 1 つとして，衝突相の不安定化が歩容を発散させ，転倒を引き起こしていることが考えられないだろうか．両脚支持期が長く，歩行率が低い歩容で歩行している老人は，立脚相において歩容を収束するために若年者よりも大きな筋力を発生させる必要がある．しかし，若年者と比べ筋力が低下している老人は，歩容を収束させるために必要な十分な力を発生させることができない．これにより歩容は不安定化し，立脚中期の遊脚の躓きや支持脚の膝折れをなど引き起こし，転倒しているのだと考えられる．以上の考察を踏まえると，山海らに代表されるような筋力低下をアシストするような歩行支援器の開発は非常に理にかなっているといえよう [13]．また遊脚着地時に，腰・膝・足首などの自由関節に何かしらの拘束を加えることで，歩容の安定性の向上と転倒の抑制を促進できることも考えられる．

表 5.2: DLS 発現時間に対する歩行性能

DLS [%]	v [m/s]	Cadence [step/min]	p [J/s]	Specific resistance [-]
12	0.92	93.6	46.1	0.16
22	0.90	91.5	90.3	0.33
30	0.81	83.2	150.0	0.58

第6章 結論

6.1 結論

本論文では、能動受動切り替え可能な回転関節を持つ歩行ロボットの数値シミュレーションを通して、瞬間的でないDLSの発現可能性について検討を行った。また、ロボットの物理パラメータ及び身体形状を変化させ、それがDLSの発現にどのような影響を及ぼすのか考察を行った。最後に、冗長かつ自由な膝関節を持つ歩容の収束性について考察を行う。またそこから得られた知見を基に、ヒト歩行の転倒原因について考察を行った。以下に明らかになった知見を示す。

- 回転関節のみから構成される歩行系において、衝突時に自由関節にすることで、瞬間的でないDLSを含むリットサイクル歩行が生成可能である。
- 歩行系の関節数が多ければ多いほど、瞬間的でないDLS発現しやすい。
- 瞬間的でないDLSの発現には脚上腿部の質量が重要である。
- 上体の付加によりDLSの発現領域は拡大する。
- 自由な膝関節を持つ歩行系の衝突相は不安定である。
- DLSの発現時間が長いほど、その間の歩容は不安定化する。したがって、立脚相においても関節部に外部入力を加えてない場合は歩容は不安定化すると言える。
- 冗長かつ自由な関節をもつ歩行系は立脚相での安定化が必要不可欠である。
- 高齢者の歩行中の転倒原因は、衝突相で不安定化した歩容を立脚相で十分に安定化できないものだと予想できる。

6.2 今後の予定

今後の課題としては、実機実験による数値解析の妥当性の検証が挙げられる。また、冗長かつ自由な関節をもつ歩行系の衝突相の不安定化を抑制する機構や制御則を考案し、ロボットおよび人の転倒回避への新たなアプローチを確立したいと考える。

謝辞

本研究にあたり，熱心に指導していただいた浅野文彦准教授に心より深謝致します。ロボティクスの観点から鋭いご指摘を頂いた丁洛榮准教授に感謝致します。浅野文彦研究室のメンバーであり，討論，論文作成，実験において貴重な意見・助言を頂いた肖軒氏，安田芳樹氏，阿久津行裕氏，田村和希氏に感謝致します。学会活動中に鋭いご指摘を頂いた，東京工業大学山北昌毅准教授および広島大学原田祐志助教に心より感謝致します。学外の研究室にかかわらず，数多くのご質問に回答して下さった東京工業大学山北研究室の花澤雄太氏に心より感謝致します。また，円滑に研究活動を行えるよう数多くのサポートをして下さった吉高研究室の板宮吉宏氏に心より感謝致します。最後に，ここまで自分を健康に育て支えてくれた両親に深く感謝致します。

参考文献

- [1] T. McGeer: “Passive dynamic walking,” *Int. J. of Robotics Research*, vol. 9, no. 2, pp. 62–82, 1990.
- [2] T. McGeer: “Passive walking with knees,” *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 1640–1645, 1990.
- [3] A. Goswami, B. Thuilot and B. Espiau: “Compass-like biped robot Part I: Stability and bifurcation of passive gaits,” *Technical report*, INRIA, No. 2996, Oct 1996.
- [4] H. Geyer and A. Seyfarth and R. Blickhan: “Compliant leg behaviour explains basic dynamics of walking and running,” *Proc. of the Royal Society B*, Vol. 273, No. 1603, pp. 2861–2867, 2006.
- [5] F. Asano and J. Kawamoto, ”Passive dynamic walking of viscoelastic-legged rimless wheel,” *Proc. of the 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2331–2336, May 16, 2012.
- [6] J. M. Font-Llagunes and J. Kovecses: “Dynamics and energetics of a class of bipedal walking systems,” *Mechanism and Machine Theory* Vol. 44, pp. 1999–2019, 2009.
- [7] J. M. Bourgeot, C. Canudas-de-Wit and B. Brogliato: “Impactt shaping for double support walk: from the rocking block to the biped robot,” *Proc. of the Int. Cof. on Climbing and walking Robots*, pp. 509–516, 2005.
- [8] F. Asano and Z.W. Luo: “Energy-efficient and high-speed dynamic biped locomotion based on principle of parametric excitation,” *IEEE Trans. on Robotics*, Vol. 24, No. 6, pp. 1289–1301, 2008.
- [9] F. Asano: “Stability analysis of passive compass gait using linearized model,” *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 557–562, 2011.
- [10] J. C. Wall, D. B. Hogan, G.I. Turnbull and R. A. Fox: “The kinematics of idiopathic gait diisorder: A comparison with healthy young and elderly females,” *Scand. J. Med.*, Vol. 23, pp159–164, 1991.

- [11] Y. Barak, R. C. Wagenaar and K. G. Holt: "Gait characteristics of elderly people with a history of falls: a dynamic approach," *Physical Therapy*, Vol. 86, pp. 1501–1510, 2006.
- [12] 山崎昌廣, 佐藤陽彦: "ヒトの歩行-歩幅, 歩調, 速度, およびエネルギー代謝の観点から", *人類学雑誌*, Vol. 98, No. 4, pp. 385–401, 1990 .
- [13] 山海嘉之, 鍋島厚太, 河本浩明: "ロボットスーツ HAL の安全技術", *日本ロボット学会誌*, Vol. 29, No. 9, pp. 780–782, 2011 .

付録 A 運動方程式の詳細

第 2 章式 (2.1) における行列 $M(\mathbf{q})$, $h(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ の詳細な項について述べる .

$M(\mathbf{q})$ について ,

$$M(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} & M_{15} \\ & M_{22} & M_{23} & M_{24} & M_{25} \\ & & M_{33} & M_{34} & M_{35} \\ & & & M_{44} & M_{45} \\ \text{Sym.} & & & & M_{55} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

とおいたとき , 各項の詳細は以下通りである .

$$M_{11} = 8m + m_H$$

$$M_{12} = 0$$

$$M_{13} = (am + L_1(7m + m_H)) \cos \theta_1 + L_2(7m + m_H) \cos(\theta_1 + \theta_2) - m(L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \alpha) + b \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) + 2(\cos(\alpha/2) + \cos(3\alpha/2) + \cos(5\alpha/2))(L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2 + 9\alpha/2) + b \cos(\theta_1 + \theta_2 + 9\alpha/2 + \beta)))$$

$$M_{14} = L_2(7m + m_H) \cos(\theta_1 + \theta_2) - m(L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \alpha) + b \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) + 2(\cos(\alpha/2) + \cos(3\alpha/2) + \cos(5\alpha/2))(L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2 + 9\alpha/2) + b \cos(\theta_1 + \theta_2 + 9\alpha/2 + \beta)))$$

$$M_{15} = -bm \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha)$$

$$M_{22} = 8m + m_H$$

$$M_{23} = -(am + L_1(7m + m_H)) \sin \theta_1 - L_2(7m + m_H) \sin(\theta_1 + \theta_2) + m(L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \alpha) + b \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) + 2 \cos(\alpha/2 + \cos(3\alpha/2) + \cos(5\alpha/2))(L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \alpha/2) + b \sin(\theta_1 + \theta_2 + \alpha/2 + \beta)))$$

$$M_{24} = -L_2(7m + m_H) \sin(\theta_1 + \theta_2) + m(L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \alpha) + b \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) + 2(\cos(\alpha/2) + \cos(3\alpha/2) + \cos(5\alpha/2))(L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 + 9\alpha/2) + b \sin(\theta_1 + \theta_2 + 9\alpha/2 + \beta)))$$

$$M_{25} = bm \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha)$$

$$\begin{aligned}
M_{33} &= (a^2 + 7(b^2 + L_1^2 + 2L_2^2))m + (L_1^2 + L_2^2)m_H + 2L_1L_2(7m + m_H) \cos \theta_2 + 2bL_2m \cos \theta_3 \\
&\quad - 2m(L_2^2 \cos \alpha + L_2^2 \cos 2\alpha + L_2^2 \cos 3\alpha + L_2^2 \cos 4\alpha + L_2^2 \cos 5\alpha + L_2^2 \cos 6\alpha \\
&\quad + L_2^2 \cos 7\alpha + L_1L_2 \cos(\theta_2 + \alpha) + bL_2 \cos(\theta_3 + \alpha) + bL_1 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \alpha) + L_1L_2 \cos(\theta_2 \\
&\quad + 2\alpha) + L_1L_2 \cos(\theta_2 + 3\alpha) + L_1L_2 \cos(\theta_2 + 4\alpha) + L_1L_2 \cos(\theta_2 + 5\alpha) + L_1L_2 \cos(\theta_2 \\
&\quad + 6\alpha) + L_1L_2 \cos(\theta_2 + 7\alpha) - 6bL_2 \cos \beta + bL_2 \cos(2\alpha + \beta) + bL_1 \cos(\theta_2 + 2\alpha + \beta) + bL_2 \\
&\quad \times \cos(3\alpha + \beta) + bL_1 \cos(\theta_2 + 3\alpha + \beta) + bL_2 \cos(4\alpha + \beta) + bL_1 \cos(\theta_2 + 4\alpha + \beta) + bL_2 \\
&\quad \times \cos(5\alpha + \beta) + bL_1 \cos(\theta_2 + 5\alpha + \beta) + bL_2 \cos(6\alpha + \beta) + bL_1 \cos(\theta_2 + 6\alpha + \beta) + bL_2 \\
&\quad \times \cos(7\alpha + \beta) + bL_1 \cos(\theta_2 + 7\alpha + \beta)) \\
M_{34} &= 7b^2m + L_2^2(14m + m_H) + L_1L_2(7m + m_H) \cos \theta_2 - m(-2bL_2 \cos \theta_3 + 2L_2^2 \cos \alpha + 2L_2^2 \\
&\quad \times \cos 2\alpha + 2L_2^2 \cos 3\alpha + 2L_2^2 \cos 4\alpha + 2L_2^2 \cos 5\alpha + 2L_2^2 \cos 6\alpha + 2L_2^2 \cos 7\alpha + L_1L_2 \\
&\quad \times \cos(\theta_2 + \alpha) + 2bL_2 \cos(\theta_3 + \alpha) + bL_1 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \alpha) + L_1L_2 \cos(\theta_2 + 2\alpha) + L_1L_2 \\
&\quad \times \cos(\theta_2 + 3\alpha) + L_1L_2 \cos(\theta_2 + 4\alpha) + L_1L_2 \cos(\theta_2 + 5\alpha) + L_1L_2 \cos(\theta_2 + 6\alpha) + L_1L_2 \\
&\quad \times \cos(\theta_2 + 7\alpha) - 12bL_2 \cos \beta + 2bL_2 \cos(2\alpha + \beta) + bL_1 \cos(\theta_2 + 2\alpha + \beta) + 2bL_2 \cos(3\alpha \\
&\quad + \beta) + bL_1 \cos(\theta_2 + 3\alpha + \beta) + 2bL_2 \cos(4\alpha + \beta) + bL_1 \cos(\theta_2 + 4\alpha + \beta) + 2bL_2 \cos(5\alpha \\
&\quad + \beta) + bL_1 \cos(\theta_2 + 5\alpha + \beta) + 2bL_2 \cos(6\alpha + \beta) + bL_1 \cos(\theta_2 + 6\alpha + \beta) + 2bL_2 \cos(7\alpha \\
&\quad + \beta) + bL_1 \cos(\theta_2 + 7\alpha + \beta)) \\
M_{35} &= bm(b + L_2 \cos \theta_3 - L_2 \cos(\theta_3 + \alpha) - L_1 \cos(\theta_2 + \theta_3 + \alpha)) \\
M_{44} &= 7b^2m + L_2^2(14m + m_H) - 2L_2m(L_2(\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha + \cos 4\alpha + \cos 5\alpha + \cos 6\alpha \\
&\quad + \cos 7\alpha) + b(-\cos \theta_3 + \cos(\theta_3 + \alpha) - 6 \cos \beta)) - 4bL_2m(\cos(\alpha/2) + \cos(3\alpha/2) \\
&\quad + \cos(5\alpha/2)) \cos(9\alpha/2 + \beta) \\
M_{45} &= bm(b + L_2 \cos \theta_3 - L_2 \cos(\theta_3 + \alpha)) \\
M_{55} &= b^2m
\end{aligned}$$

$\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ についても ,

$$\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

とおいたとき , 各項の詳細は以下通りである .

$$\begin{aligned}
h_1 &= -\dot{\theta}_1^2(am + L_1(7m + m_H)) \sin \theta_1 - (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 L_2(7m + m_H) \sin(\theta_1 + \theta_2) + m((\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\
&\quad \times L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \alpha) + b(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) + 2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\
&\quad \times (\cos(\alpha/2) + \cos(3\alpha/2) + \cos(5\alpha/2))(L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2 + 9\alpha/2) + b \sin(\theta_1 + \theta_2 + 9\alpha/2 + \beta)) \\
h_2 &= 8gm + gm_H - \dot{\theta}_1^2(am + L_1(7m + m_H)) \cos \theta_1 - (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 L_2(7m + m_H) \cos(\theta_1 + \theta_2) \\
&\quad + m((\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \alpha) + b(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) + 2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \\
&\quad \times (\cos(\alpha/2) + \cos(3\alpha/2) + \cos(5\alpha/2))(L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2 + 9\alpha/2) + b \cos(\theta_1 + \theta_2 + 9\alpha/2 + \beta)) \\
h_3 &= -\dot{\theta}_2(2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)L_1L_2(7m + m_H) \sin \theta_2 - gm_H(L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)) + m(-b\dot{\theta}_3(2(\dot{\theta}_1 \\
&\quad + \dot{\theta}_2) + \dot{\theta}_3)L_2 \sin \theta_3 + \dot{\theta}_2(2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)L_1L_2 \sin(\theta_2 + \alpha) + 2b\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3L_2 \sin(\theta_3 + \alpha) \\
&\quad + 2b\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3L_2 \sin(\theta_3 + \alpha) + b\dot{\theta}_3^2L_2 \sin(\theta_3 + \alpha) + 2b\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2L_1 \sin(\theta_2 + \theta_3 + \alpha) \\
&\quad + b\dot{\theta}_2^2L_1 \sin(\theta_2 + \theta_3 + \alpha) + 2b\dot{\theta}_1\dot{\theta}_3L_1 \sin(\theta_2 + \theta_3 + \alpha) + 2b\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3L_1 \sin(\theta_2 \\
&\quad + \theta_3 + \alpha) + b\dot{\theta}_3^2L_1 \sin(\theta_2 + \theta_3 + \alpha) + 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2L_1L_2 \sin(\theta_2 + 2\alpha) + \dot{\theta}_2^2L_1L_2 \sin(\theta_2 + 2\alpha) \\
&\quad + 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2L_1L_2 \sin(\theta_2 + 3\alpha) + \dot{\theta}_2^2L_1L_2 \sin(\theta_2 + 3\alpha) + 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2L_1L_2 \sin(\theta_2 + 4\alpha) \\
&\quad + \dot{\theta}_2^2L_1L_2 \sin(\theta_2 + 4\alpha) + 2b\dot{\theta}_2(2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)L_1(\cos(\alpha/2) + \cos(3\alpha/2) + \cos(5\alpha/2)) \cos \beta \sin(\theta_2 \\
&\quad + 9\alpha/2) + 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2L_1L_2 \sin(\theta_2 + 5\alpha) + \dot{\theta}_2^2L_1L_2 \sin(\theta_2 + 5\alpha) + 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2L_1L_2 \sin(\theta_2 + 6\alpha) \\
&\quad + \dot{\theta}_2^2L_1L_2 \sin(\theta_2 + 6\alpha) + 2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2L_1L_2 \sin(\theta_2 + 7\alpha) + \dot{\theta}_2^2L_1L_2 \sin(\theta_2 + 7\alpha) + 2b\dot{\theta}_2(2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\
&\quad \times L_1(\cos(\alpha/2) + \cos(3\alpha/2) + \cos(5\alpha/2)) \cos(\theta_2 + 9\alpha/2) \sin \beta + gm(-(a + 7L_1) \sin \theta_1 \\
&\quad - 7L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_2(1 + 2 \cos \alpha + 2 \cos 2\alpha + 2 \cos 3\alpha) \sin(\theta_1 + \theta_2 + 4\alpha) + b(\sin(\theta_1 \\
&\quad + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) + 2(\cos(\alpha/2) + \cos(3\alpha/2) + \cos(5\alpha/2)) \sin(\theta_1 + \theta_2 + 9\alpha/2 + \beta))) \\
h_4 &= \dot{\theta}_1^2L_1L_2(7m + m_H) \sin \theta_2 - gL_2m_H \sin(\theta_1 + \theta_2) + m(-b(-\dot{\theta}_3(2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + \dot{\theta}_3)L_2(-1 \\
&\quad + \cos \alpha) + \dot{\theta}_1^2L_1 \cos(\theta_2 + \alpha)) \sin \theta_3 + b \cos \theta_3(\dot{\theta}_3(2(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + \dot{\theta}_3)L_2 \sin \alpha - \dot{\theta}_1^2L_1 \sin(\theta_2 + \alpha)) \\
&\quad + \dot{\theta}_1^2L_1(-L_2(1 + 2 \cos \alpha + 2 \cos 2\alpha + 2 \cos 3\alpha) \sin(\theta_2 + 4\alpha) - 2b(\cos(\alpha/2) + \cos(3\alpha/2) \\
&\quad + \cos(5\alpha/2)) \sin(\theta_2 + 9\alpha/2 + \beta))) + gm(-7L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + b \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha) + L_2(1 \\
&\quad + 2 \cos \alpha + 2 \cos 2\alpha + 2 \cos 3\alpha) \sin(\theta_1 + \theta_2 + 4\alpha) + 2b(\cos(\alpha/2) + \cos(3\alpha/2) + \cos(5\alpha/2)) \\
&\quad \sin(\theta_1 + \theta_2 + 9\alpha/2 + \beta)) \\
h_5 &= bm((\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 L_2(\sin \theta_3 - \sin(\theta_3 + \alpha)) - \dot{\theta}_1^2 L_1 \sin(\theta_2 + \theta_3 + \alpha) + g \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \alpha))
\end{aligned}$$

次に，第3章式(3.1)における行列 $M(\mathbf{q})$, $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ の詳細な項について述べる．
 $M(\mathbf{q})$ について，

$$M(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} & M_{15} & M_{16} \\ & M_{22} & M_{23} & M_{24} & M_{25} & M_{26} \\ & & M_{33} & M_{34} & M_{35} & M_{36} \\ & & & M_{44} & M_{45} & M_{46} \\ & & & & M_{55} & M_{56} \\ \text{Sym.} & & & & & M_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

とおいたとき，各項の詳細は以下通りである．

$$\begin{aligned} M_{11} &= 2(m_1 + m_2) + m_H \\ M_{12} &= 0 \\ M_{13} &= (a_1 m_1 + L_1(m_1 + 2m_2 + m_H)) \cos \theta_1 \\ M_{14} &= (a_2 m_2 + L_2(m_1 + m_2 + m_H)) \cos \theta_2 \\ M_{15} &= -(L_2 m_1 + b_2 m_2) \cos \theta_3 \\ M_{16} &= -b_1 m_1 \cos \theta_4 \\ M_{21} &= 0 \\ M_{22} &= 2(m_1 + m_2) + m_H \\ M_{23} &= -(a_1 m_1 + L_1(m_1 + 2m_2 + m_H)) \sin \theta_1 \\ M_{24} &= -(a_2 m_2 + L_2(m_1 + m_2 + m_H)) \sin \theta_2 \\ M_{25} &= (L_2 m_1 + b_2 m_2) \sin \theta_3 \\ M_{26} &= b_1 m_1 \sin \theta_4 \\ M_{33} &= a_1^2 m_1 + L_1^2(m_1 + 2m_2 + m_H) \\ M_{34} &= L_1(a_2 m_2 + L_2(m_1 + m_2 + m_H)) \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ M_{35} &= -L_1(L_2 m_1 + b_2 m_2) \cos(\theta_1 - \theta_3) \\ M_{36} &= -b_1 L_1 m_1 \cos(\theta_1 - \theta_4) \\ M_{44} &= a_2^2 m_2 + L_2^2(m_1 + m_2 + m_H) \\ M_{45} &= -L_2(L_2 m_1 + b_2 m_2) \cos(\theta_2 - \theta_3) \\ M_{46} &= -b_1 L_2 m_1 \cos(\theta_2 - \theta_4) \\ M_{55} &= L_2^2 m_1 + b_2^2 m_2 \\ M_{56} &= b_1 L_2 m_1 \cos(\theta_3 - \theta_4) \\ M_{66} &= b_1^2 m_1 \end{aligned}$$

$\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ についても，

$$\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

とおいたとき，各項の詳細は以下通りである．

$$\begin{aligned}
h_1 &= -\dot{\theta}_1^2(a_1m_1 + L_1(m_1 + 2m_2 + m_H)) \sin \theta_1 - \dot{\theta}_2^2(a_2m_2 + L_2(m_1 + m_2 + m_H)) \sin \theta_2 \\
&\quad + \dot{\theta}_3^2(L_2m_1 + b_2m_2) \sin \theta_3 + b_1\dot{\theta}_4^2m_1 \sin \theta_4 \\
h_2 &= g(2(m_1 + m_2) + m_H) - \dot{\theta}_1^2(a_1m_1 + L_1(m_1 + 2m_2 + m_H)) \cos \theta_1 - \dot{\theta}_2^2(a_2m_2 \\
&\quad + L_2(m_1 + m_2 + m_H)) \cos \theta_2 + \dot{\theta}_3^2(L_2m_1 + b_2m_2) \cos \theta_3 + b_1\dot{\theta}_4^2m_1 \cos \theta_4 \\
h_3 &= -g(a_1m_1 + L_1(m_1 + 2m_2 + m_H)) \sin \theta_1 + L_1(\dot{\theta}_2^2(a_2m_2 + L_2(m_1 + m_2 + m_H)) \\
&\quad \times \sin(\theta_1 - \theta_2) - \dot{\theta}_3^2(L_2m_1 + b_2m_2) \sin(\theta_1 - \theta_3) - b_1\dot{\theta}_4^2m_1 \sin(\theta_1 - \theta_4)) \\
h_4 &= -\dot{\theta}_1^2L_1(a_2m_2 + L_2(m_1 + m_2 + m_H)) \sin(\theta_1 - \theta_2) - g(a_2m_2 + L_2(m_1 + m_2 + m_H)) \\
&\quad \sin \theta_2 - L_2(\dot{\theta}_3^2(L_2m_1 + b_2m_2) \sin(\theta_2 - \theta_3) + b_1\dot{\theta}_4^2m_1 \sin(\theta_2 - \theta_4)) \\
h_5 &= (L_2m_1 + b_2m_2)(\dot{\theta}_1^2L_1 \sin(\theta_1 - \theta_3) + \dot{\theta}_2^2L_2 \sin(\theta_2 - \theta_3) + g \sin \theta_3) + b_1\dot{\theta}_4^2L_2m_1 \\
&\quad \times \sin(\theta_3 - \theta_4) \\
h_6 &= b_1m_1(\dot{\theta}_1^2L_1 \sin(\theta_1 - \theta_4) + \dot{\theta}_2^2L_2 \sin(\theta_2 - \theta_4) - \dot{\theta}_3^2L_2 \sin(\theta_3 - \theta_4) + g \sin \theta_4)
\end{aligned}$$

最後に，第4章式(4.1)における行列 $M(q)$ ， $h(q, \dot{q})$ の詳細な項について述べる．

$M(q)$ について，

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & M_{13} & M_{14} & M_{15} & M_{16} & M_{17} \\ & M_{22} & M_{23} & M_{24} & M_{25} & M_{26} & M_{27} \\ & & M_{33} & M_{34} & M_{35} & M_{36} & M_{37} \\ & & & M_{44} & M_{45} & M_{46} & M_{47} \\ & & & & M_{55} & M_{56} & M_{57} \\ & & & & & M_{66} & M_{67} \\ \text{Sym.} & & & & & & M_{77} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

とおいたとき，各項の詳細は以下通りである．

$$\begin{aligned}
M_{11} &= 2m_1 + 2m_2 + m_t + m_H \\
M_{12} &= 0 \\
M_{13} &= (a_1m_1 + L_1(m_1 + 2m_2 + m_t + m_H)) \cos \theta_1 \\
M_{14} &= (a_2m_2 + L_2(m_1 + m_2 + m_t + m_H)) \cos \theta_2 \\
M_{15} &= -(L_2m_1 + b_2m_2) \cos \theta_3 \\
M_{16} &= -b_1m_1 \cos \theta_4 \\
M_{17} &= L_tm_t \cos \theta_5 \\
M_{22} &= 2m_1 + 2m_2 + m_t + m_H \\
M_{23} &= -(a_1m_1 + L_1(m_1 + 2m_2 + m_t + m_H)) \sin \theta_1 \\
M_{24} &= -(a_2m_2 + L_2(m_1 + m_2 + m_t + m_H)) \sin \theta_2 \\
M_{25} &= (L_2m_1 + b_2m_2) \sin \theta_3 \\
M_{26} &= b_1m_1 \sin \theta_4 \\
M_{27} &= -L_tm_t \sin \theta_5 \\
M_{33} &= a_1^2m_1 + L_1^2(m_1 + 2m_2 + m_t + m_H) \\
M_{34} &= L_1(a_2m_2 + L_2(m_1 + m_2 + m_t + m_H)) \cos(\theta_1 - \theta_2) \\
M_{35} &= -L_1(L_2m_1 + b_2m_2) \cos(\theta_1 - \theta_3)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{36} &= -b_1 L_1 m_1 \cos(\theta_1 - \theta_4) \\
M_{37} &= L_1 L_t m_t \cos(\theta_1 - \theta_5) \\
M_{44} &= a_2^2 m_2 + L_2^2 (m_1 + m_2 + m_t + m_H) \\
M_{45} &= -L_2 (L_2 m_1 + b_2 m_2) \cos(\theta_2 - \theta_3) \\
M_{46} &= -b_1 L_2 m_1 \cos(\theta_2 - \theta_4) \\
M_{47} &= L_2 L_t m_t \cos(\theta_2 - \theta_5) \\
M_{55} &= L_2^2 m_1 + b_2^2 m_2 \\
M_{56} &= b_1 L_2 m_1 \cos(\theta_3 - \theta_4) \\
M_{57} &= 0 \\
M_{66} &= b_1^2 m_1 \\
M_{67} &= 0 \\
M_{77} &= L_t^2 m_t
\end{aligned}$$

$h(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ についても ,

$$\mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \\ h_7 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

とおいたとき , 各項の詳細は以下通りである .

$$\begin{aligned}
h_1 &= -\dot{\theta}_1^2 (a_1 m_1 + L_1 (m_1 + 2m_2 + m_t + m_H)) \sin \theta_1 - \dot{\theta}_2^2 (a_2 m_2 + L_2 (m_1 + m_2 + m_t + m_H)) \\
&\quad \times \sin \theta_2 + \dot{\theta}_3^2 (L_2 m_1 + b_2 m_2) \sin \theta_3 + b_1 \dot{\theta}_4^2 m_1 \sin \theta_4 - \dot{\theta}_5^2 L_t m_t \sin \theta_5 \\
h_2 &= g(2m_1 + 2m_2 + m_t + m_H) - \dot{\theta}_1^2 (a_1 m_1 + L_1 (m_1 + 2m_2 + m_t + m_H)) \cos \theta_1 - \dot{\theta}_2^2 (a_2 m_2 \\
&\quad + L_2 (m_1 + m_2 + m_t + m_H)) \cos \theta_2 + \dot{\theta}_3^2 (L_2 m_1 + b_2 m_2) \cos \theta_3 + b_1 \dot{\theta}_4^2 m_1 \cos \theta_4 - \dot{\theta}_5^2 L_t m_t \\
&\quad \times \cos \theta_5 \\
h_3 &= -g(a_1 m_1 + L_1 (m_1 + 2m_2 + m_t + m_H)) \sin \theta_1 + L_1 (\dot{\theta}_2^2 (a_2 m_2 + L_2 (m_1 + m_2 + m_t \\
&\quad + m_H)) \sin(\theta_1 - \theta_2) - \dot{\theta}_3^2 (L_2 m_1 + b_2 m_2) \sin(\theta_1 - \theta_3) - b_1 \dot{\theta}_4^2 m_1 \sin(\theta_1 - \theta_4) + \dot{\theta}_5^2 L_t m_t \\
&\quad \times \sin(\theta_1 - \theta_5)) \\
h_4 &= -\dot{\theta}_1^2 L_1 (a_2 m_2 + L_2 (m_1 + m_2 + m_t + m_H)) \sin(\theta_1 - \theta_2) - g(a_2 m_2 + L_2 (m_1 + m_2 + m_t \\
&\quad + m_H)) \sin \theta_2 - L_2 (\dot{\theta}_3^2 (L_2 m_1 + b_2 m_2) \sin(\theta_2 - \theta_3) + b_1 \dot{\theta}_4^2 m_1 \sin(\theta_2 - \theta_4) - \dot{\theta}_5^2 L_t m_t \sin(\theta_2 \\
&\quad - \theta_5)) \\
h_5 &= (L_2 m_1 + b_2 m_2) (\dot{\theta}_1^2 L_1 \sin(\theta_1 - \theta_3) + \dot{\theta}_2^2 L_2 \sin(\theta_2 - \theta_3) + g \sin \theta_3) + b_1 \dot{\theta}_4^2 L_2 m_1 \sin(\theta_3 - \theta_4) \\
h_6 &= b_1 m_1 (\dot{\theta}_1^2 L_1 \sin(\theta_1 - \theta_4) + \dot{\theta}_2^2 L_2 \sin(\theta_2 - \theta_4) - \dot{\theta}_3^2 L_2 \sin(\theta_3 - \theta_4) + g \sin \theta_4) \\
h_7 &= -L_t m_t (\dot{\theta}_1^2 L_1 \sin(\theta_1 - \theta_5) + \dot{\theta}_2^2 L_2 \sin(\theta_2 - \theta_5) + g \sin \theta_5)
\end{aligned}$$

となる .