JAIST Repository
https://dspace.jaist.ac.jp/

Title	弦楽器F0 推定のための精密周波数測定方法
Author(s)	西江，純教；赤木，正人
Citation	電子情報通信学会論文誌 A，J97-A(4)：332-342
Issue Date	2014-04-01
Type	Journal Article
Text version	publisher
URL	http://hdl.handle.net/10119/11937
Rights	Copyright (C)2014 IEICE. 西江純教，赤木正人，電子情報通信学会論文誌 A，J97-A(4)，2014，332-342. http://www.ieice.org/jpn/trans_online/
Description	

JAIST
JAPAN
ADVANCED INSTITUTE OF
SCIENCE AND TECHNOLOGY

Japan Advanced Institute of Science and Technology

弦楽器 F0 推定のための精密周波数測定方法

西江　純教[†a)]　　赤木　正人[†b)]

High-Resolution Frequency Measurement Method for F0 Estimation of String Instrument Vibrato

Suminori NISHIE[†a)] and Masato AKAGI[†b)]

あらまし　本論文では，弦楽器のビブラート解析を意図した弦楽器 F0 推定を目的とする，高時間分解能な精密周波数測定方法を提案し，基本周波数の測定結果からビブラート挙動を考察する．バイオリン奏法のビブラートの形態は演奏家の個性として重要である．演奏には奏者の心理的な音程認識も反映される．伊福部によるとバイオリンでのビブラート平均回数は 7 回/秒，深さは四分音 (50 cent) 程度が平均的とされる．しかしながら，ビブラートの謎の解明には非常に高い周波数・時間分解能を有する計測手段が必要である．ビブラートの変化を最低 6 点のデータで表現すると仮定すると，1 秒間に 42 点の計測値が必要である．周波数分解能として 5 cent を最低単位とすると，0.29%の周波数変化をノイズ等に邪魔されずに捕らえなければならない．この条件を満たすには $\Delta f \Delta t \geq 1/2$ の制約が必至のフーリエ変換を使用する解析法では分解能の制約の下限を超え，スペクトル補間やフレームシフトを使用しないかぎり実現は不可能である．本論文ではこの要求を満たすためフーリエ変換を用いない周波数–位相変換という概念を用いた精密周波数測定手法を提案する．本論文では提案する手法の原理を詳細に説明し，フーリエ変換を前提とする従来手法との測定原理の根本的な違いを述べる．更に計測として基本である測定精度（不確かさ），ノイズ耐性を検証する．弦楽器（バイオリン）の F0 測定実験を行い，ビブラートの開始終了タイミング，微細な周波数変動の挙動を示す．検出されたビブラート挙動に弦楽器特有の興味深い特性が捕らえられていることを示す．

キーワード　F0 推定，ノイズ耐性，時間・周波数分解能，周波数–位相変換，PRIMO

1. まえがき

音響分野全体において時間分解能が高く安定な精密周波数計測が強く，時には暗黙に求められている．音楽音響の研究は音律を扱い，半音 (100 cent) の周波数比は 5.9%程度でしかない．特に低周波域では，物理的に小数点以下の周波数を扱わなければならない．また早いテンポの楽曲では 100ms 程度の音長を扱い，時間分解能の要求も厳しい．すなわち詳細な音程構造を見極める研究では高い時間周波数分解能が必須である．しかし時間周波数分解能・ノイズ耐性などの要求を満たした計測方法の決定版は無く，従来は観測する対象や研究目的にあわせた F_0 推定方法 [1] が工夫されてきた．

基本周波数測定の方法は，単位時間当りのイベント個数を数えるもの，時系列で相関等を処理するもの，ケプストラムを含むフーリエ変換を使用するものと進化してきた．STRAIGHT/TEMPO [2] は不確定性を緩和させるため，瞬時周波数の不動点を用いる工夫がなされている．YIN 法 [3] では相関に差分を導入し，基本周期にのみ敏感に自己相関が現れる工夫がなされている．

バイオリン奏法の一つであるビブラートの形態は演奏家の個性として重要である．伊福部 [4] によると，当時の文献では 6.2〜7.7 回（平均 7.1 回/秒），深さは全音の 0.17〜0.36 倍（平均 0.26 倍）と述べられており，ビブラート回数は 7 回/秒・四分音 (50 cent) が平均的とされる．また同著によると心理量も含め音楽音響特徴量としてのビブラートの傾向が述べられている．しかし引用されたデータを含め，時代が古くその測定精度は不明である．

† 北陸先端科学技術大学院大学，能美市
School of Information Science, JAIST, 1–1 Asahidai, Nomi-shi, 923–1292 Japan
a) E-mail: snishie@jaist.ac.jp
b) E-mail: akagi@jaist.ac.jp

 ©一般社団法人電子情報通信学会 2014

本研究ではビブラートの周期（回/秒）・深さ (cent) と開始終了のタイミングを音響からの直接計測にて求め，演奏家の間で論争が耐えないとされる [5] ビブラートの謎を解明する手段を意図した，時間分解能の高い精密周波数測定方法を提案する．ビブラートの変化を最低 6 点のデータで表現すると仮定すると，伊福部が述べた 7 回/秒のビブラートでは 42 点の計測値が必要である．約 5 cent の周波数分解能を最低単位とすると，少なくとも 0.29%以上の周波数分解能を具備しなくてはならない．$\Delta f \Delta t \geq 1/2$ の制約が必至のフーリエ変換を使用するならば，要求される時間分解能 $\Delta t = 25$ms では $\Delta f \geq 20$ Hz が周波数分解能の限界であり，スペクトル補間やフレームシフトを使用しないかぎり，バイオリンの音域では半音の分離は不可能である．

このようなこだわりから，高い時間周波数分解能を実現するため，あえてフーリエ変換を用いない精密測定方法：Primary Rotation and Instantaneous Movement (PRIMO) と命名した精密周波数測定方法を考案した [6]．今までの筆者らの取り組みにおいて，計測の精度としていずれ問題となってくるサンプリング周波数の安定度の重要性を訴えた [7]．ヒルベルト変換を使用する手法を念頭に，位相差を簡易的に測定する試み [8] も行った．また PRIMO の優れた周波数分解能・時間分解能を活用する事例としてドップラーシフトを精密計測する事例 [9] を示した．本論文ではまず PRIMO の仕組みを詳細に述べる．提案する手法の基本的な差異を説明するため従来手法との比較を試みる．従来手法の代表格として，Flanagan による一種の補間演算 [10] を加味した FFT による周波数測定方法を想定し，提案する手法と Flanagan による演算について，位相角の扱いを比較考察する．更に，本論文では，PRIMO による高い時間周波数分解能を有する精密周波数測定を用いて，中心的課題であるバイオリン音の F0 推定を行い，ビブラート特性の測定結果を示す．検出されたビブラート挙動に音楽的音響量の知覚に起因すると思われる現象が捕らえられていることを考察する．提案する精密周波数測定手法の音楽情報科学における可能性を示す．

2. ビブラート解析におけるフーリエ変換の限界

音楽情報処理におけるフーリエ変換（FFT 等）の問題点を述べる．伊福部 [4] によるビブラート計測のための性能要求を実現するためには，フーリエ変換を用いた手法では実現が困難であることを，仮想的な実装例を用いて述べる．サンプリング周波数 $fs = 44100$ Hz，フレーム長 N=1024 の FFT を使用したとすると，時間分解能 $\Delta t = 1/f_s = 23.2$ms であり，周波数ビン間隔は Δf_{bin}= (44100/1024) =43.06 Hz となる．周波数分解能 Δf は $\Delta f = \frac{1}{2} \cdot \Delta f_{bin}$ であるので不確定性限界値は $\Delta f \Delta t = \frac{1}{2}$ となっている．

計測する周波数 $f_m = 440.0$Hz とすると，5 cent を識別するために必要な周波数偏差 ($f_d = \Delta f / f_m$) は基準となる周波数に対し 0.29%となり，周波数差では Δf=1.27 Hz となる．これは周波数ビン間隔の更に 3%の微細な周波数差を前述 23.2 ms でリアルタイムに求めなければならないことを意味する．概算では $\Delta f \Delta t = 0.03$ となり不確定性限界値を超えている．1 回の FFT 演算では正解は得られない．

3. 原　　理

本節では「周波数–位相変換」のコンセプトに基づいた PRIMO の原理を説明する．以下，周波数・角周波数表記として，サンプリング周波数 f_s を基準とする正規化周波数 F，正規化角周波数 Ω を使用する．$F = f/f_s$, $\Omega = 2\pi F = \omega / f_s$ である．離散系ではナイキスト周波数は $F = 0.5$，$\Omega = \pi$ である．また位相差を表す記号を ϕ_c とする．必要に応じて周波数 f と角周波数 ω を使い分ける．

3.1 概　　要

PRIMO の信号処理構成を図 1 に示す．本論文で使用する主要な信号名，変数を図中に示す．特に Ω_0 は，くし形フィルタの遅延段数 K によって決まる共振周波数（正規化角周波数表記）である．

共振回路において，入力周波数 f と共振周波数 f_0 の周波数偏差 ($f_d = f - f_0$) が同入出力間の位相差 ϕ_c に拡大される現象，すなわち「周波数–位相変換」という現象を，くし形フィルタを用いたディジタル信号処理にて実現する．真空管時代から知られる「Foster-Seeley FM 復調回路」[11] は，非常に高い時間分解能の周波数測定を実質的に行う．同回路は複素インピータンスの変化を利用し，共振回路入出力間における位相差をベクトル的に演算する．PRIMO の周波数–位相変換はこの原理に基づく．くし形フィルタは構造が単純であり，遅延段数 K で共振周波数を，フィードバックパラメータ a で共振回路の Q 値を容易に制御できる．また共振周波数周囲での位相特性を簡潔な関数で表現

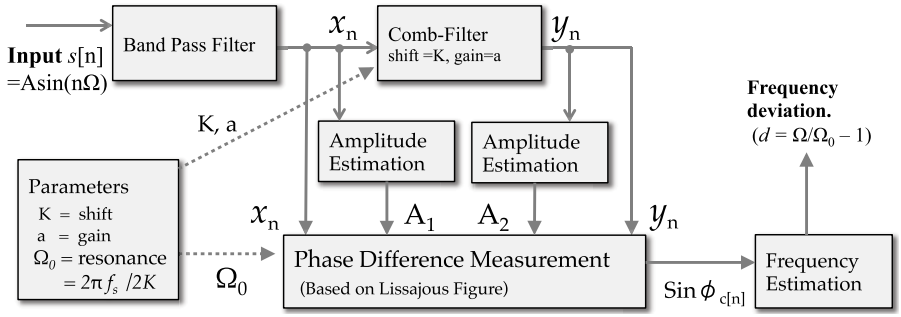


図 1　PRIMO 信号処理構成図
Fig. 1　PRIMO signal diagram.

できる．

次に，くし形フィルタの入出力間に発生した位相差 ϕ_c を精密に測定する．まずくし形フィルタの入出力信号 x_n, y_n でリサージュ図形 [12] を描画したと考え，リサージュ図軌跡 $\vec{P_n} = (x_n, y_n)$ のなす閉曲線に着目する．ある時点 n における原点と $\vec{P_{n-1}}, \vec{P_n}$ がつくる部分面積 ΔS_n を求める．部分面積 ΔS_n はベクトル積を用いて幾何学的に求めることができる．あわせて閉曲線軌跡の数理的性質を利用し位相差 ϕ_c を算出する．本研究の実装では，前述のくし形フィルタの共振周波数 Ω_0 を基準に，そこからの周波数差を精密に計測し，最終的な精密周波数を得る方法を採用する．処理手順概要を以下に略記する．

（1）　くし形フィルタによる周波数–位相変換

周波数–位相変換処理は図 2 に示されるような IIR 型くし形フィルタにて実行される．伝達関数 $H(\omega)$ から理論的な位相特性 $\phi(\omega)$ は解析的に知ることができる．同フィルタは共振周波数周辺で急しゅんな位相変化（図 3）を示す．この性質を利用し，共振周波数からの微小な周波数差を，位相差に拡大変換し下記ステップで位相差の計測を行う．

（2）　リサージュ図による精密位相差測定

くし形フィルタの入出力間に発生する位相差 ϕ_c を精密に測定する．リサージュ図形の閉曲線が各時刻ごとに描く「瞬時面積」とベクトル積を巧みに組み合わせた方法を用いる．

（3）　位相特性の逆関数による周波数偏差推定

測定された位相差 ϕ_c を用いて，くし形フィルタの共振周波数 ω_0 からの 周波数偏差 $\Delta\omega$ の推定を行う．ω_0 はくし形フィルタの遅延段数 K から計算できる．くし形フィルタの伝達関数 $H(\omega)$ の位相特性 $\phi(\omega) = \arctan(\frac{\Im(H(\omega))}{\Re(H(\omega))})$ の逆関数 $\omega = \phi^{-1}(\phi_c)$ から，

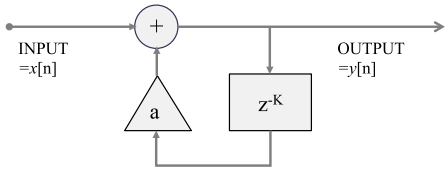


図 2　IIR 型くし形フィルタの構造
Fig. 2　IIR-comb filter.

周波数偏差 $\Delta\omega$ を得る．提案する方法は近似を用いない解法である．

（4）　前置帯域フィルタ

本研究で使用するくし形フィルタは奇数次倍音に鋭く反応する．第 3 以上の高調波を除去するため帯域フィルタを前置する．

（5）　フィルタブロック連装による広帯域化

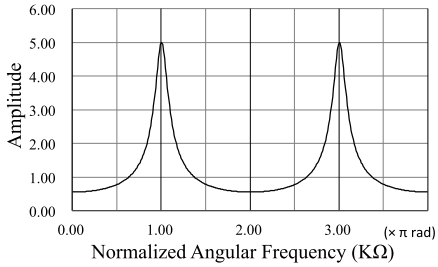
必要とする周波数帯域にあわせ複数のフィルタブロックを連装し，適切に反応したフィルタにおいて上記の周波数偏差推定を行う．

3.2　くし形フィルタによる周波数–位相変換

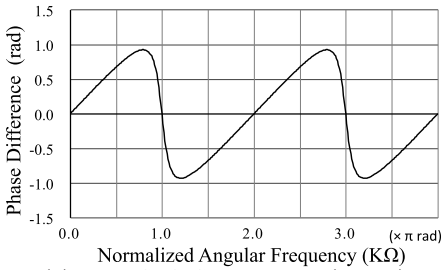
周波数–位相変換は遅延段数 K の IIR 型くし形フィルタから構成される．使用する IIR 型くし形フィルタの構造を図 2 に示す．同伝達関数を式 (1) に示す．a は負帰還ゲインを示し，共振の鋭さを制御する．Ω は正規化角周波数である．

$$H(\Omega) = \frac{1}{(1+a^2) - 2a\cos(\Omega K)} \cdot \left\{1 - a\cos(\Omega K) - ja\sin(\Omega K)\right\} \qquad (1)$$

共振周波数は $f_0 = \frac{f_s}{2K}$ と設定できる．振幅特性と位相特性を図 3 に示す．同グラフの横軸は伝達関数にあわせ，$K\Omega$ と表記する．K は実際に使用されるくし形フィルタの遅延段数である．共振時に入出力間位相差がゼロとなる．帰還ゲインに $(-1 < a < 0)$ を用い



(A) Amplitude Characteristic (a=-0.8)



(b) Phase Shift Characteristic (a=-0.8)

図 3　IIR くし形フィルタの特性（振幅・位相）
Fig. 3　Characteristic of IIR comb filter.

ると，図 3 のように奇数次倍音に共振が現れる．位相特性 $\phi(\Omega)$ は伝達関数 $H(\Omega)$ から式 (2) のように求められる．

$$\tan(\phi(\Omega)) = \frac{Im(H)}{Re(H)} = \frac{-a\sin(\Omega K)}{1 - a\cos(\Omega K)} \qquad (2)$$

3.3　リサージュ図による精密位相差測定

2 信号の位相差を求める方法として図 4 のようなリサージュ図が知られている．信号 x_n, y_n による軌跡における x 軸上クロス点 x_c と x 軸側振幅の最大値 x_m から $\sin\phi_c = x_c/x_m$ のように位相差を求める方法が，電気/電子工学では伝統的に知られている．図 4 は位相差 $\pi/6$ の例である．しかしこの方法では微小の位相角の測定は困難であり，DC 成分の混入による誤差が大きい．本研究では，リサージュ図形の閉曲線における軌跡 $\vec{P_n} = (x_n, y_n)$ と，その動きで発生する「瞬時面積」ΔS_n に着目した方法を提案する．DC 成分が混入しても，部分面積計算における原点がずれるだけで瞬時面積計算への影響は非常に少ない．かつ本質的に閉曲線面積は不変であることも有利に働く．

以下，リサージュ図の軌跡は，ベクトルを用いて $\vec{P_n}$ のように表記するものとする．提案する精密位相差測定方法の導出過程と最終的な計算式を以下に述べる．

一般的な閉曲線の面積は式 (3) で与えることができる．T は軌跡が 1 周する基本周期とする．

$$S = \frac{1}{2}\oint_0^T \{x \cdot \frac{dy}{dt} - y \cdot \frac{dx}{dt}\}dt \qquad (3)$$

上記の計算式は，式 (4) の Green の定理から，$P = -y, Q = x$ と置いて導出できる．C は閉曲線，D は閉曲線で囲まれる面を意味する．

$$\oint_C \{Pdx + Qdy\} = \iint_D \{\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\}dxdy \qquad (4)$$

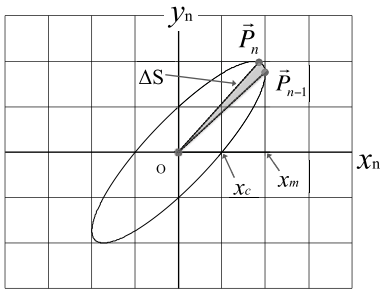


図 4　リサージュ図による位相差計算
Fig. 4　Phase difference by Lissajous figure.

以下，位相差 ϕ_c を伴う二つの信号を式 (5) のように定義して説明する．$-\phi$ は位相遅れを表すものとする．

$$x(t) = A_1\sin(\omega t),\ \ y(t) = A_2\sin(\omega t - \phi_c) \qquad (5)$$

時刻 t における軌跡を $\vec{P_{(t)}} = (x_{(t)}, y_{(t)})$ と与えた場合，時刻 $0 \sim t$ における面積は，式 (6) のように書ける．ただし $S(0) = 0$ とする．

$$S(t) = \frac{1}{2}\int_0^t \{x\frac{dy}{d\tau} - y\frac{dx}{d\tau}\}d\tau \qquad (6)$$

式 (6) を t で微分した面積の変化率 $\frac{d}{dt}S(t)$ を求める．三角関数の加法定理を用いて導出する．変化率を式 (7) に示す．面積変化率は時刻 t によらず，すなわち今回は与えられた一定の位相差 ϕ_c と対応した「瞬時面積」が得られることを示す．

$$\frac{d}{dt}S(t) = \frac{1}{2}A_1A_2 \cdot \omega \cdot \sin\phi_c \qquad (7)$$

ここで離散系での表現を考える．微少時間 Δt における微少面積 ΔS に着目する．サンプリング周波数 f_s より $\Delta t = 1/f_s$ であり，ΔS は式 (8) のように求められる．

$$\Delta S = \frac{d}{dt}S(t)\cdot\Delta t \tag{8}$$

次に，図 4 のリサージュ図軌跡 $\vec{P_n} = (x_n, y_n)$ において同 $\vec{P_n}, \vec{P_{n-1}}$ 間で外積を計算すると，外積の定義から，瞬時面積 ΔS を式 (9) のように近似して求めることができる．

$$\Delta S = \frac{1}{2}\{\vec{P_{n-1}} \times \vec{P_n}\} \tag{9}$$

式 (7)，式 (8)，式 (9) を整理する．$\Omega = \omega/f_s, \Delta t{=}1/f_s$ とあわせ，式 (10) が得られる．

$$\sin\phi_c = \frac{1}{A_1\cdot A_2\cdot\Omega}\{\vec{P_{n-1}} \times \vec{P_n}\} \tag{10}$$

ここまで述べた手順では，瞬時面積 ΔS を三角形として近似した．瞬時面積を円弧の面積とみなせば $S_{arc} = \frac{1}{2}r^2\theta$ であり，三角形の面積とみなせば $S_{vec} = \frac{1}{2}r^2\sin\theta$ である．外積で求める三角形の面積はわずかに小さい．そこで補正を加え厳密解を得る．係数 $\frac{\Omega}{\sin\Omega}$ を用いて補正すると式 (10) は式 (11) のように修正される．

ここまでは位相差 ϕ_c は定数として説明した．実際の動作では，くし形フィルタで処理される信号 x_n, y_n は刻々変化し $\phi_{c[n]}$ が決定される．式 (11) が最終的に得られる精密位相差計算式となる．

$$\sin\phi_{c[n]} = \frac{1}{A_1\cdot A_2\cdot\sin(\Omega)}\{\vec{P_{n-1}} \times \vec{P_n}\} \tag{11}$$

3.4 位相特性の逆関数による周波数偏差推定

位相特性の逆関数 $\omega = \phi^{-1}(\phi_c)$ による周波数偏差推定の計算手順を説明する．くし形フィルタ入出力の位相差 ϕ_c を外部から計測し，周波数偏差 $\Delta\omega$ を計算することで未知の周波数 $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ を推定する．くし形フィルタの共振周波数は ω_0 であり既知であるとする．ディジタルフィルタを用いる伝達関数（位相特性）には $z = e^{j\omega}$ を代入して展開する際の $\sin, \cos$ 項が存在し，代数的に逆関数 $(\omega = \phi^{-1}(\phi_c))$ を求めるのは困難である．提案する方法は単純なくし形フィルタを使用するため，式 (2) で示される位相特性の分母・分子が 1 次となる．式 (2) 左辺が定数になると，ワイエルシュトラス置換 (Weierstrass substitution) [13], [14] を用いて式は二次方程式に変形できる．ワイエルシュトラス置換は式 (12) のように三角関数を t で置換し，$\sin x, \cos x$ を t の多項式で展開するものである．

$$t = \tan(x/2),$$

$$\cos(x) = \frac{1-t^2}{1+t^2},\ \sin(x) = \frac{2t}{1+t^2} \tag{12}$$

以下，周波数偏差推定の導出手順を示す．前述 3.3 の手順で得られる位相角 $(\sin\phi)$ を，まず正接による位相角 $q_0 = \tan\phi = \frac{\sin\phi}{\sqrt{1-\sin^2\phi}}$ に変換する．次に，$t = \tan(\frac{K\Omega}{2})$ と置いて $\sin(K\Omega), \cos(K\Omega)$ 項の置換を行う．更に，式 (2)（＝位相特性）に代入すると式 (13) が得られ，展開すると，式 (14) の二次方程式が得られる．

$$q_0 = \tan(\phi(\Omega)) = \frac{Im(H)}{Re(H)} = \frac{-a\frac{2t}{1+t^2}}{1-a\frac{1-t^2}{1+t^2}} \tag{13}$$

$$q_0(1+a)t^2 + 2at + q_0(1-a) = 0 \tag{14}$$

式 (14) を以下のように解いて，式 (15) の解 t を得る．

$$t = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - q_0^2(1-a^2)}}{q_0(1+a)} \tag{15}$$

もとの置換に従い，得られた t を式 (16) のように元に戻し，遅延段数 K で割ると正規化角周波数 Ω が得られる．ただし $q_0 = 0$ となる場合解が不連続となるが，この場合極限値が存在するので問題ない．

$$\Omega K = 2\cdot\arctan(t) \tag{16}$$

図 5 は式 (2) で示した位相特性 $\phi(\Omega)$ と本セクションで説明した解法を，$K\Omega_{estimated} = \phi^{-1}(\phi(K\Omega_{given}))$ のように演算させ，解の一致を調べるものである．縦軸・横軸とも π で正規化してある．共振周波数 $K\Omega = \pi$ で解の不連続が発生する．解を連続的にするため，sign() 関数を用いて式 (17) のように符号を補正し連続化する．ただし $\mathrm{sign}(x) = -1; x < 0, \mathrm{sign}(x) = 1; x > 0$ のように，$\mathrm{sign}(x)$ は x の符号を ±1 で表す関数とす

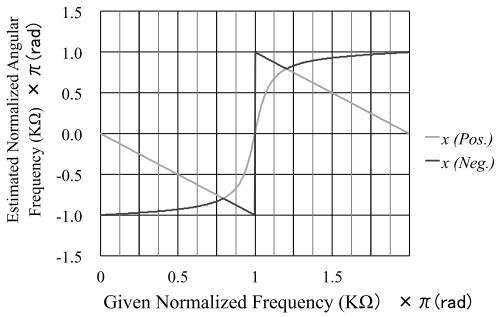


図 5 Weierstrass 置換により復元計算された $K\Omega$
Fig. 5 Obtained Ω by Weierstrass substitution.

る．更に，得られた $K\Omega$ から式 (17) を用いて周波数偏差係数 d に変換できる．

$$d = \mathrm{sign}(K\Omega) - \frac{K\Omega}{\pi} \tag{17}$$

周波数偏差係数 d を図 6 に示す．グラフ中央の直線部分が解の有効部分であり，この部分では近似無く周波数偏差を計算できる．$K\Omega$ の有効帯域は約 ±20% 弱ある．求められた周波数偏差係数 d とフィルタの共振周波数 ω_0 より推定する周波数 ω は最終的に式 (18) で求められる．

$$\omega = \omega_0 \cdot (1 + d) \tag{18}$$

3.5 フィルタブロック連装よる広帯域化

くし形フィルタ共振周波数 $f_0 = \frac{f_s}{2K}$ を基準とし，式 (18) を用いて周波数推定が可能となる．対応できる周波数帯域を広げるためはフィルタブロックを連装する．図 6 の直線部分が有効な周波数帯域である．一つのくし形フィルタにはおおむね ±10% 程度の周波数をカバーさせる．本報告では 1 オクターブ + 4 度の音域に対し 20 個のフィルタを実装した．

3.6 瞬時振幅推定

式 (11) による瞬時位相差の計算には瞬時振幅が必要であり，これらも精度を決定する重要な要素となる．現在の実装では振幅の二乗値を数周期分のデータで平均化し，瞬時振幅とする方法を用いている．1 周期が N サンプルからなる波形（基本周期 $T = N/f_s$）$x_{[i]}$ の $i = n$ における瞬時振幅 $A_{[n]}$ は，式 (19) のように計算できる．交流における実効値から最大値を得るのと同じ意味である．

$$A^2_{[n]} = \frac{2}{N} \sum_{i=n-N+1}^{n} x^2_{[i]} \tag{19}$$

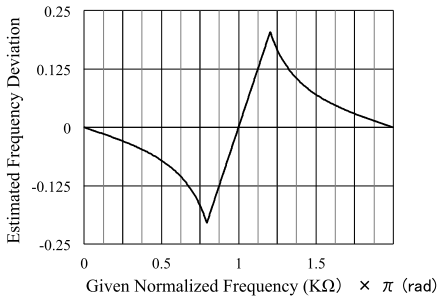


図 6 符号補正された周波数偏差係数 d
Fig. 6 Continuously transformed estimated frequency deviation.

この方法では単純に最大値を検出する方法と比べ誤差が少ない．式 (19) における平均化区間 N と基本周期が厳密に同期していなくても相対的な精度に影響が少ない．また振幅の変化に対し有限時間長で追従できる．本実装では，前述 N に相当する区間で，周波数推定結果の平均化も併用している．この二つを併用することでシステム全体の時間分解能に若干の性能低下が見られるが，本研究の目的であるビブラートの検出には十分な分解能を実現している．

3.7 前置帯域フィルタ

本研究して使用するくし形フィルタは奇数次倍音に反応する．図 3 に見られるように第 3 高調波以上の奇数次倍音の影響を受ける．その対策として前置帯域フィルタを設置し高調波を除去する．本研究における実装では線形 FIR 形の BPF を使用している．処理したい帯域 (f_L〜f_H) に対し，BPF の低域遮断周波数 f_1，高域遮断周波数 f_2 を $f_1 < f_L < f_H < f_2 < 3 \cdot f_L$ となるように設計する．本実装では，くし形フィルタの共振周波数が奇数次に現れるため，有効周波数を広くとれ，前述の条件から遮断特性の設計自由度が高い．

4. フーリエ変換を使用する周波数推定との比較考察

本節では Flanagan の方法よる [10] 補償演算を考慮した FFT による周波数測定方法を仮想的な方法として想定し，PRIMO による周波数偏差による方法と差異の検討を行う．ここでの比較では，従来手法で行われているスペクトル補間やフレームシフト・オーバーラップは条件として重視しない．

4.1 Flanagan の方法による FFT 実行結果の補間

FFT 演算でフレーム長 N とサンプリング周波数 f_s によって決められる周波数ビン $\omega_k = \frac{f_s}{N} \cdot k$ における複素スペクトルに対し，Flanagan の示した方法を用いてスペクトルの回転に着目した補間を行う方法を示す．この方法による補間は完全でなく PRIMO で使用する位相差計算が優れることを述べる．

Flanagan の示した方法 [10] はスペクトルの回転（位相差）を検出し，周波数ビン ω_k からずれを求め，補間により周波数ビン間の実際の周波数を求めるものである．フーリエスペクトル $S(\omega_k, t)$ を式 (20) のようにおく．Flanagan の記法では 虚数部の符号がマイナスであることに留意する．ω_k を周波数ビン，j は虚数単位，t は現在時刻とする．$a_{(\omega_k,t)}$ は周波数ビン ω_k に

おけるスペクトルの実数部．$b_{(\omega_k,t)}$ は同虚数部である．

$$S(\omega_k,t)=a(\omega_k,t)-j\cdot b(\omega_k,t) \tag{20}$$

周波数 ω と ω_k が一致しないと，スペクトル $S(\omega_k,t)$ は複素平面上で各フレームごとに位相角がずれていく．このときの位相角 $\theta(\omega_k,t)$ は下記のように表される．

$$\theta_{(\omega_k,t)}=\arctan\Big\{\frac{b(\omega_k,t)}{a(\omega_k,t)}\Big\} \tag{21}$$

この位相角 $\theta(\omega_k,t)$ に対し，Flanagan は周波数ビン ω_k からの微細な「回転率」 $\dot{\theta}=d\theta/dt$ に着目し，

$$\dot{\theta}(\omega_k,t)=\frac{1}{a^2+b^2}\{\dot{a}b-\dot{b}a\} \tag{22}$$

のように位相の変化率を表現した．微分公式 $\frac{d}{dt}\arctan(x)=\frac{1}{x^2}\frac{dx}{dt}$ を用いることで導出可能である．同様に離散系では，Flanagan は以下のように記述している．周波数を求めるための基準時間を T（= サンプリング間隔）とおくと，時刻 n における回転率 $\Delta\theta/T$ は式 (23) のように得られる．

$$\frac{\Delta\theta}{T}[\omega_k,nT]=\frac{1}{T}\frac{\Delta a_n\cdot b_n-a_n\cdot\Delta b_n}{a_n^2+b_n^2} \tag{23}$$

しかし Δa_n，Δb_n は差分であり，連続性・近似の有無を判断するには見通しが悪い．そこで，本論文で既に述べたリサージュ軌跡の考え方に従って，$\vec{X_n}=(a_{n,[\omega_k,t]},b_{n,[\omega_k,t]})$ のように，フーリエスペクトルをベクトル化してみる．差分 Δa, Δb は式 (24) のように後方差分を用いると，

$$\begin{aligned}\Delta a_n &= a_n-a_{n-1}\\ \Delta b_n &= b_n-b_{n-1}\end{aligned} \tag{24}$$

と書け，式 (23) 右辺分子は式 (25) のように展開ができる．

$$\begin{aligned}\Delta a\cdot b-a\cdot\Delta b &= (a_n-a_{n-1})b_n-a_n(b_n-b_{n-1})\\ &= a_nb_{n-1}-a_{n-1}b_n\end{aligned} \tag{25}$$

これは外積そのもので，

$$\Delta a\cdot b-a\cdot\Delta b=\vec{X_n}\times\vec{X_{n-1}} \tag{26}$$

と書ける．前に述べた定義から $|\vec{X_n}|^2=a_n^2+b_n^2$ でもあり，隣接サンプルでスペクトル振幅の変化は無視でき，$|\vec{X_n}|=|\vec{X_{n-1}}|$ とみなすことができる．以上をまとめると，式 (23) は，

$$\omega[\omega_k,nT]=-\frac{\vec{X_{n-1}}\times\vec{X_n}}{|X_{n-1}||X_n|} \tag{27}$$

と書くことができる．Franagan の定義では虚数部をマイナスとおいたために負号が発生する．

ここで式 (27) を見ると右辺は外積と同型であるのに左辺は $\sin\omega$ ではなく ω となっており，これは不自然である．本論文では，外積による近似を用いて，まず式 (10) を導出した．もし位相差が $\pi/2$ である信号の位相差を式 (10) で求めたとすると，振幅項 A_1,A_2 も同様の考えで置換でき，

$$\Omega=\frac{\vec{P_{n-1}}\times\vec{P_n}}{A_1\cdot A_2}=\frac{\vec{P_{n-1}}\times\vec{P_n}}{|P_{n-1}|\cdot|P_n|} \tag{28}$$

と変形可能である．すなわち，Flanagan の式 (27) と同型のものが導かれた．

次に，本研究で既に提案した「円弧補正」を行うと，式 (28) は，

$$\sin\Omega=\frac{\vec{P_{n-1}}\times\vec{P_n}}{|P_{n-1}|\cdot|P_n|} \tag{29}$$

のように，外積の形に一致する．本論文で提案した式 (11) の位相差計算計算式は Flanagan の計算式の潜在的問題点を改善していることを示している．

4.2 周波数ビンの設定間隔

PRIMO では各フィルタの共振周波数を $f_0=\frac{f_s}{2K}$ の範囲で設定できる．一つのフィルタで ±15%の程度の帯域をカバーできる．一方，フーリエ変換を使用するものでは，周波数ビン間隔は等差となる．

音楽では音階の周波数は等比である．周波数間隔を等比に設定できる PRIMO の方が音楽音響では使いやすい．また前述のように有効帯域が広いため，複数のフィルタブロック間でオーバーラップした測定域を設定することが可能であり周波数帯域の設定における自由度が高い．

4.3 周波数変化に対する応答の制約

本節では周波数の変動に対する測定値の応答について述べる．もし測定中に周波数が不連続に変化した場合，FFT・PRIMO 共，測定値の応答の早さと収束が問題となる．PRIMO は IIR 型くし形フィルタを使用し，フィルタの応答が収束するまで一定量の誤差 ε を伴う．くし形フィルタのインパルス応答に着目すると，負帰還ゲイン $a^L<\varepsilon$ となる L を求めることで実用上十分に過渡応答が収束したか判定することができる．無限インパルス応答が収束し所定の誤差以下に収

束するときの L が実用上の応答時間となる．現状の PRIMO では $\varepsilon = 10^{-6}, a = -0.8, F = 0.01$ において，おおむね 3 フレーム程度が標準値である．FFT では 1 フレームで完全に収束しこの点では FFT が優れる．しかし，PRIMO において，もし応答安定性を優先するならば，インパルス応答を有限とする FIR 型くし形フィルタを使用する選択も可能である．

5. 実験・評価

本実験では PRIMO を使用したビブラート計測を行うにあたり，最初に周波数標準（真の値）とのキャリブレーション，ノイズ耐性の検証を行った．これらに問題ないことを確認しビブラートの解析を行った．ビブラート取得はシミュレーションではなく，マイクロホンからの実入力による．スピーカから再生した MIDI によるバイオリン，実演奏によるバイオリン音に対し F0 推定実験を行った．

5.1 周波数標準について

周波数の測定にかぎらず，物理量の計測値は常に測定標準を用いて正しさが検証できる状態（トレーサブル）でなければならない [15]．本論文の実験で用いる信号発生器は周波数標準を用いて外部から同期される．周波数標準にはルビジウム (Rb) 発振器 [16], [17] を用いる．Rb 発振器は原子発振器の一つであり Rb 原子のスペクトル線が非常に安定な性質を利用する標準周波数源であり，安価なため携帯電話基地局などで使用されている．周波数安定度は 10^{-11} くらいあり，AD 変換器もワードクロック (WORD CLOCK) 経由で同期させることでサンプリング揺らぎを抑えることができる．特に断りのない限り信号発生器を使用する試験では信号発生器を Rb 発振器で同期させている．

5.2 精密周波数測定

一般に ADC に内蔵される水晶発振器の精度は SPXO/VCXO/TCXO/OCXO などの分類 [17] により 100〜1〜0.01 ppm 程度の周波数安定度の差がある．本方式は高い周波数分解能をもち，かつ AD 変換器（以下 ADC と称す）のサンプリング周波数 f_s の精度・安定度が測定値の精度を決める．ADC がどの程度安定でどの程度に不確かさをもつか試験を行った．周波数が精密同期された信号発生器からの信号を計測し，測定値のばらつきを見る．精密周波数の測定例を図 7 に示す．外部同期信号を用いないで ADC 内蔵のクロックを使用して行った精密周波数の測定例を図 8 に示す．中心値がわずかに外れる上，分単位での短時間

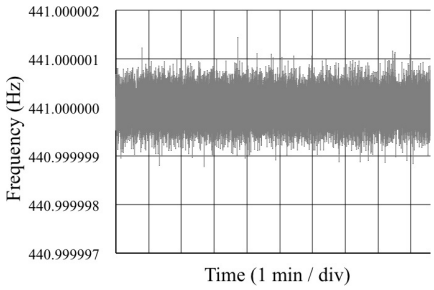


図 7 高安定 ADC 使用時の計測値
Fig. 7 Measurement with stabilized ADC.

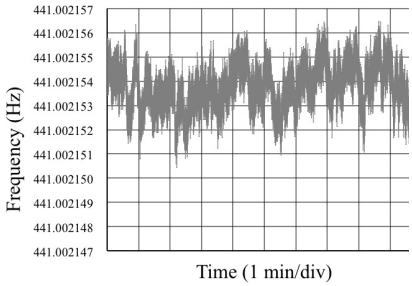


図 8 非安定化汎用 ADC 使用時の計測値
Fig. 8 Measurement with ordinary ADC.

変動が観測される．前述の Rb 発振器で同期安定化された信号を PRIMO で精密周波数測定すると，本例のように ADC のジッターに相当する揺らぎが観測できる．サンプリング周波数 f_s の安定度（長期〜短期）と周波数の絶対誤差が測定値に現れる．使用する ADC によっては計測値に ppm オーダーでオフセットが発生してしまうことが確認された．

5.3 ノイズ耐性の評価

本評価では PRIMO のもつ優れたノイズ耐性を測定不確かさにて示す．このような目的では通常アラン標準偏差 [18] が用いられる．厳密さはやや劣るが，短時間の測定ではほぼ同等の数値を示す方法として測定値誤差の標準偏差 (SD) にて評価を行った．計測基準値（真の値）として周波数標準に同期された信号発生器の信号を用いる．正弦波 f=441.000, 000 Hz（小数点以下 6 桁：μHz 分解能）を計測する．今回の試験では単一くし形フィルタを使用し，狭帯域の線形位相 BPF を前置する．異なった SNR 条件下による測定不確かさの計測値を表 1 に示す．PRIMO は SNR=0dB においても測定可能である．測定揺らぎは SNR に比例したものとなる．PRIMO で使用するくし形フィルタは，そのものが周波数選択性をもつ．また位相差測定

表 1　ノイズ耐性（SNR による測定不確かさ）
Table 1　Noise robustness (Uncertainly by SNR).

Noise Level	SNR (dB)	Freq. (Hz)	SD of Err. (Hz)
14.28	−23.1	441.0150823	2.32E-02
12.5	−21.9	441.011,5885	2.85E-02
10.0	−20.0	441.006,9953	1.35E-02
1	0.0	441.000,0707	1.11E-03
0.1	20.0	441.000,0008	1.11E-04
0.01	40.0	441.000,0000	1.11E-05

ステップにおいてノイズによる影響は閉曲線面積の計算である程度相殺されることがノイズに強い理由である．

5.4　信号発生器によるビブラート検出試験

ビブラートが付加された演奏音を FM 変調された信号と考え，信号発生器で生成する FM 変調信号を用いて周波数を精密に測定し，基本測定性能を評価する．本実験では基準周波数を 441 Hz とし，ビブラートの深さを ±6Hz(±23.4 cent) に固定し，ビブラート回数を 2 回/4 回/6 回で測定実験を行った．実験結果を，図 9，図 10，図 11 に示す．ビブラート 1 回当りのサンプル数が少ないと形状は判別しにくいが，設定されたパラメータと一致している．

5.5　MIDI 音源/実演奏による F0 計測

本実験では MIDI を使用して作成した音源と実演奏によるバイオリンに対し F0 を測定するし両者の違いを調べる．楽曲には “七つの子（本居長世作曲）”（譜例：図 12）を用いた．テンポは Andante M.M.=66 である．MIDI 音源は Mac QuickTime，音色は Violin（音色=41）を用いた．バイオリン演奏は第一筆者が行った．演奏はマイクロホンにて直接入力した．

測定結果を図 13 に示す．左側 (A) が MIDI，右側 (B) が生演奏によるものである．F0 の周波数表示は C5 を 0 cent とした値である．バイオリンの音域にあわせ，音域は 352Hz–926Hz (F4 - B5) とした．同帯域を通過域とする線形位相 FIR 型 BPF（タップ数=999）を前置する．遮断域ではおおむね −50dB の減衰量がある．この帯域を 20 個のフィルタで分担し F0 推定を行った．

5.6　ビブラート計測結果の比較と考察

5.6.1　MIDI 音による音階

MIDI 音の測定結果によると，全ての音程が正しく平均律で演奏されていることが分かる．一定時間経過後に上下対称のビブラートが開始され，ビブラートは次の音に移るまで継続されることが観察される．

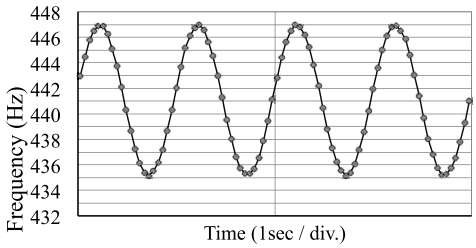


図 9　信号発生器によるビブラート検出試験（2 回/秒）
Fig. 9　Examination of vibrato detection (2 cycle/sec).

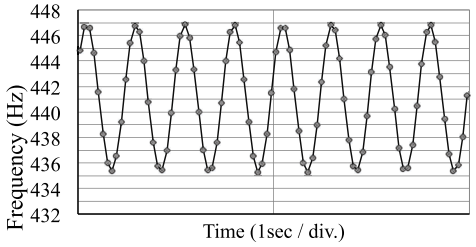


図 10　信号発生器によるビブラート検出試験（4 回/秒）
Fig. 10　Examination of vibrato detection (4 cycle/sec).

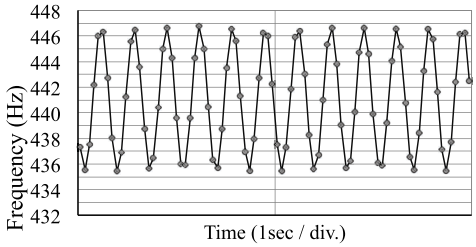


図 11　信号発生器によるビブラート検出試験（6 回/秒）
Fig. 11　Examination of vibrato detection (6 cycle/sec).

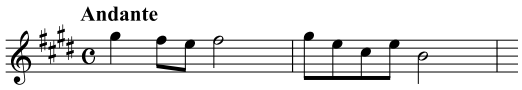


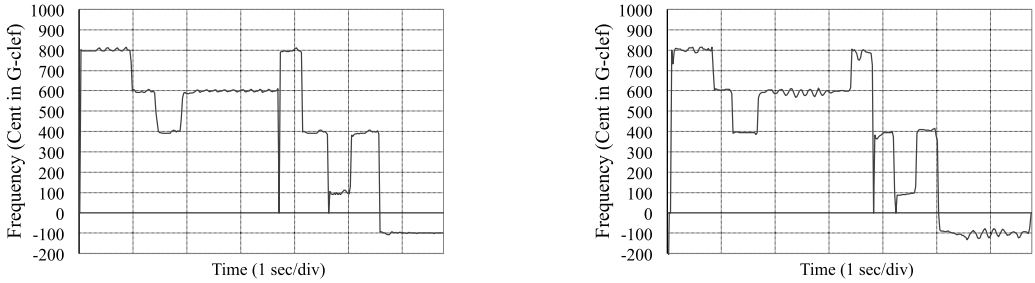
図 12　譜例「七つの子」
Fig. 12　Nanatsu-no-Ko.

5.6.2　開放弦 E 音

バイオリンの開放弦の音である E4 音に注目する．グラフで 400 cent の位置である．MIDI 音では最初の二つに同型の音程変化パターンが観測される．実バイオリン音の 3 番目の E 音では小指（4 指）が使用され，わずかな音程のずれが観測される．

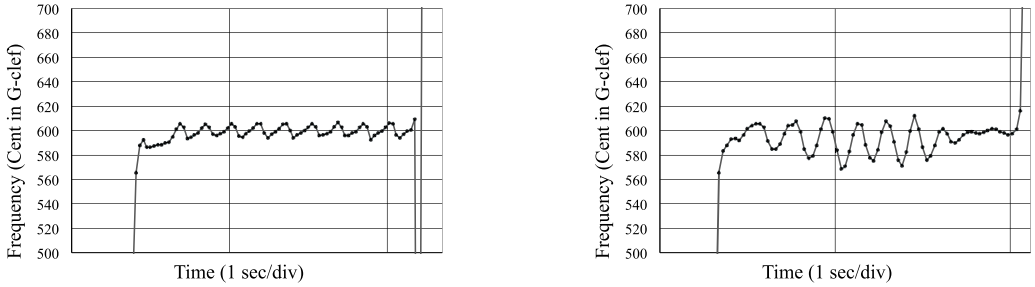
5.6.3　ビブラート

譜例の 1 小節目 3 拍目の F#音で明らかなビブラートの違いが観測された．図 14 に拡大図を示す．MIDI



(A) MIDI Violin　　(B) Actually Played Violin

図 13　MIDI/生楽器 F0
Fig. 13　F0 estimation of MIDI/Violin.



(A) MIDI Violin　　(B) Actually Played Violin

図 14　ビブラートの詳細挙動
Fig. 14　Vibrato movement of MIDI/Violin.

音では鋸波状の周波数変化パターンが見られる．人間の演奏では上下を均等に動かしており，深さ・中心周波数に微妙な変化がつけられている．グラフからの目算で，1 秒当りのビブラート回数は MIDI では 8 回，人間での演奏は 6.5 回である．

5.6.4　中央音程の議論

伊福部 [4] によればビブラートの中心音程は以下のように説明されている.「厳密に云えば，Sonance の位置は，常に，二音の中心なのではなく，二音の隔り（ママ）の度合いによって異る（ママ），J.Tiffin に依れば，二音の隔たりが四分音以内のときは中央より稍や高く，四分音以上半音に至る間は，その中央に，また，半音以上に亘るときは，中央より下方に向かう傾向が見られると云う．(J.Tiffin; Some aspects of the psychophysics of the vibrato, Psychol. Monog,. 44, 1931) なお，Sonance とは M. Metfessel, C.E. Seashore に依る命名である.」（引用終わり）

本実験ではビブラートの開始時と終了時の音程は正しく合わせられ，ビブラート付加時，奏者は平均値をわずかに低めにとっている様子も観察できる．すなわち伊福部らがいう Sonace がわずかに高めと奏者は感じたと思われ，無意識に中央音を低めにとったも解される．実験結果は伊福部の指摘に沿ったビブラート形状となっている．この結果は音楽情報科学にとって興味深い．

6. む す び

バイオリンのビブラート特性の解明のための分解能に関する課題を述べ，フーリエへ変換を用いるものは時間周波数分解能の要求が厳しく，本研究のような解析は非常に困難であることを示した．ビブラートの精密計測が可能な手法として，本論文はフーリエ変換を使用しない PRIMO を提案した．フーリエ変換を使用する手法との対比において Flanagan によるものを取り上げ，位相角の計算において，本論文で提案する位相差計算方法は Flanagan の計算式を改善していることを示した．PRIMO の計測手段としての正しさを，周波数標準を用いた試験にて示した．信号発生器を用

いた試験にて，想定したビブラートの挙動を捕らえられることを確認し，楽器音（MIDI,Violin）の計測結果は音楽的ビブラートの挙動を十分に捉えていることを示し，そのビブラート挙動は古くから知られている挙動と一致することが示唆された．

謝辞　本研究の一部は，科研費 (25240026) 及び A3 Foresight Program (JSPS) の援助を受けて行われた．

文　　献

[1] M. Goto, “A real-time music-scene-description system: Predominant-F0 estimation for detecting melody and bass lines in real-world audio signals,” Speech Communication (ISCA Journal), vol.43, no.4, pp.311–329, 2004.

[2] H. Kawahara, I. Masuda-Katsuse, and A. de Cheveigné, “Restructuring speech representations using a pitch-adaptive time-frequency smoothing and an instantaneous-frequency-based F0 extraction: Possible role of a reptitive structure in sounds,” Speech Communication, vol.27, no.3-4, pp.187–207, 1999.

[3] A. de Cheveigné and H. Kawahara, “YIN, a fundamental frequency estimator for speech and music,” JASA, vol.111, no.4. pp.1917–1930, 2002.

[4] 伊福部昭，Vibrato，管絃楽法［下巻］，p.47, pp.56–59, 音楽之友社，1968.

[5] 佐々田剛，“ヴィブラート，その解釈の歴史，” Pipers, vol.374, 杉原書店，2012.

[6] 西江純教，徳田　功，“周波数・位相変換を利用する精密な周波数判別器，” 信学技報，NLP2010-170, March 2011.

[7] 西江純教，徳田　功，赤木正人，“リサージュ図形閉曲線を用いる高精度位相差検出器，” 電気学会計測研究会，IM-11-028, pp.13–18, July 2011.

[8] 西江純教，赤木正人，“擬似直交信号による瞬時位相計測方法，” 電気学会計測研究会，IM-12-021, pp.21–25, March 2012.

[9] S. Nishie and M. Akagi, “Acoustic sound tracking for a moving object using precise Doppler-shift frequency,” EUSIPCO 2013, 2013, accepted.

[10] J.L. Flanagan and R.M. Golden, “Phase vocoder,” Bell Syst. Tech. J., vol.45, pp.1493–1509, 1966.

[11] 浅見伴一，図と式で理解する　FM 入門，電気通信振興会，1976/1995.

[12] 山崎弘郎，石川正俊，安藤　繁ほか（編），オシロスコープ，計測工学ハンドブック（普及版），p.477, 朝倉書店，2011.

[13] 森口繁一，宇田川銈久，一松　信，三角函数および逆三角函数を含む不定積分，岩波　数学公式，第 1 巻，第 3 章，p.173, 岩波書店，1956.

[14] S.F. Ellermeyer and D.G. Robinson, “Integrals of periodic functions,” Mathematics Magazine, vol.74-5, pp.393–395, Dec. 2001.

[15] 計測自動制御学会（編），計測技術の基礎，コロナ社，2009.

[16] 山崎弘郎，石川正俊，安藤　繁ほか（編），時間・周波数標準器，計測工学ハンドブック（普及版），p.258, 朝倉書店，2011.

[17] 吉村和昭，倉持内武，安居院猛，図解入門よくわかる最新電波と周波数の基本と仕組み［第 2 版］，秀和システム，2010.

[18] 内野政治，望月　健，“ディジタル信号処理を使った周波数安定度測定方法，” 信学論（B），vol.J85-B, no.7, pp.1031–1041, July 2002.

（平成 25 年 7 月 16 日受付，10 月 30 日再受付）

西江　純教　（学生員）

昭 60 早稲田大学･電気工学科卒．同年，松下通信工業（現 Panasonic Mobile Communications）入社．平 20 技術士（情報工学部門）登録．平 23，北陸先端科学技術大学院大学博士後期課程入学．精密周波数測定の研究に従事．平 25 音響学会学生優秀発表賞．日本音響学会，電子情報通信学会，電気学会，IEEE 学生会員．

赤木　正人　（正員）

昭 54 名工大・工・電子卒．昭 59 東工大大学院博士課程情報工学専攻了．工博．同年電電公社（現 NTT）研究所入社．以来，ATR 視聴覚機構研究所，NTT 基礎研究所を経て，現在，北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科教授．この間，米国 MIT，オランダアムステルダム大学，英国ケンブリッジ大学滞在研究員．音声信号処理，聴覚機構のモデル化の研究に従事．昭 62 電子情報通信学会論文賞，平 10，17，22，及び 23 日本音響学会佐藤論文賞，平 21 信号処理学会 Best Paper Award を受賞．日本音響学会，電子情報通信学会，信号処理学会，IEEE，ASA，ISCA 各会員．