

Title	項書換え系における到達可能性の決定問題
Author(s)	安藤, 欣司
Citation	
Issue Date	1999-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10119/1239">http://hdl.handle.net/10119/1239</a>
Rights	
Description	Supervisor:外山 芳人, 情報科学研究科, 修士

# 項書換え系における到達可能性の決定問題

安藤欣司

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

1999年2月15日

キーワード： 到達可能性、成長項書換え系、一般到達可能性、メンバーシップ強条件付き項書換え系.

項書換え系 (Term Rewriting System, TRS) とは、計算を項の書換えで表現する数学的な計算モデルである。項書換え系は、等式を左辺から右辺への書換えとみなす事により自然な計算モデルが得られるため、関数型言語、代数的仕様のような等式に基づくプログラミングや、等式論理による定理自動証明やプログラムの変換・検証などを研究する上で、重要な役割を担っている。

項書換え系  $R$  での書換えによりある項からある項へ到達できるとき、2つの項は  $R$  に関して到達可能性をもつという。また、ある性質が成立するかどうか常に判定できるときその性質は決定可能であるといい、判定できないとき決定不能であるという。決定可能・決定不能性を扱う問題を決定問題という。一般的に項書換え系における到達可能性は決定不能である。そのため、項書換え系における到達可能性が決定可能であるためのさまざまな十分条件が研究されてきた。W.S.Brainerd(1969) は基底項書換え系、すなわち、変数を含まない項書換え系において到達可能性は決定可能であることを示した。最近では、K.Salomaa(1988) による左辺の深さが1以上かつ右辺の深さが1未満の書換え規則からなる項書換え系 (monadic TRS) や、これを拡張した J.Coquide ら (1994) による左辺の変数の深さが1以上かつ右辺の変数の深さが1未満である項書換え系 (semi-monadic TRS) がある。また、F.Jacquenmard(1996) により両辺に共通して現れる変数の左辺での深さが1未満である成長項書換え系 (growing TRS) が提案されている。これらの研究では決定可能性の解析は木オートマトンを用いて行なわれている。木オートマトンは項書換え系のさまざまな決定問題に対して有効であることが知られている。

本論文では、木オートマトンを活用して項書換え系における到達可能性の決定問題について考察する。本論文の目的は次の二つである。一つは、一般到達可能性という性質を提案し、成長項書換え系では一般到達可能性が決定可能であることを示すことである。一般到達可能性は到達可能性における項を項の集合に拡張したもので、以下の2通りがある。

- 項から項の集合に含まれる項へ項書換え系  $R$  によって到達可能である。
- ある項の集合  $S$  に含まれる任意の項から項の集合  $T$  に含まれるある項へ項書換え系  $R$  によって到達可能である。

この決定可能性を示すために木オートマトンを利用する。一般到達可能性は、項が成長項書換え系  $R$  と項の集合によって作成した木オートマトンにより受理されるかで判定できる。本論文の結果は、F.Jacquemard が示した成長項書換え系における到達可能性の決定可能性に関する結果を真に含んでいる。

本論文のもう1つの目的は、メンバーシップ強条件付き項書換え系を提案し、この項書換え系において到達可能性が決定可能であることを示すことである。メンバーシップ強条件付き項書換え系は以下のような条件をみたす  $R$  である。

- $R$  での書換え規則の両辺に共通して現れる変数だけがメンバーシップ条件をもつ。
- メンバーシップ条件の集合  $M$  には、 $M$  での項書換え系  $R_M$  が付随している。ここで、 $R$  に含まれるすべての集合の集まりを  $\mathcal{M}$  とすると、 $M$  の各要素は  $R \cup \uplus_{M \in \mathcal{M}} R_M$  に関して合流性と停止性をもち、かつ  $R \cup \uplus_{M \in \mathcal{M}} R_M$  に関して正規形である  $M$  の要素は有限個である。
- $R$  の左辺は、メンバーシップ条件の集合での関数記号を使った項をもたない。

以下はメンバーシップ強条件付き項書換え系の例である。 $\mathcal{F}_{Bool}$  と  $R_{Bool}$  を以下のように定めると、この  $R$  はメンバーシップ強条件付き項書換え系の条件をみたしている。

$$\mathcal{F} = \{f/1, g/1, \neg/1, \wedge/2, \vee/2, T/0, F/0\}, \quad f : Bool \rightarrow Bool, \quad g : Bool \rightarrow Bool$$

$$R = \left\{ \begin{array}{l} f(g(x)) \rightarrow g(x). \quad x \in Bool \\ g(g(x)) \rightarrow f(x). \quad x \in Bool \end{array} \right\}$$

$$\mathcal{F}_{Bool} = \{T/0, F/0, \neg/1, \wedge/2, \vee/2\}$$

$$R_{Bool} = \left\{ \begin{array}{l} \neg(T) \rightarrow F, \quad \neg(F) \rightarrow T \\ \wedge(T, T) \rightarrow T, \quad \wedge(T, F) \rightarrow F \\ \wedge(F, T) \rightarrow F, \quad \wedge(F, F) \rightarrow F \\ \vee(T, T) \rightarrow T, \quad \vee(T, F) \rightarrow T \\ \vee(F, T) \rightarrow T, \quad \vee(F, F) \rightarrow F \end{array} \right\}$$

メンバーシップ強条件付き項書換え系は、外山 (1989) が提案したメンバーシップ項書換え系のメンバーシップ条件への制限を強めることによって、到達可能性が決定可能であることを保証する。また、両辺に共通して現れる変数には必ずメンバーシップ条件がつくように制限することによって、成長項書換え系で両辺に共通して現れる変数が深さ 1 という

制限を取り除いている。この決定可能性を示すために、一般到達可能性のときと同様に木オートマトンを利用した。

メンバーシップ条件をみたしている項書換え系において、この結果は K.Salomaa(1988)、J.Coquide ら (1994)、F.Jacquenmard(1996) らが提案した到達可能性が決定可能になるための十分条件を大きく拡張したものであるといえる。このことから、両辺に共通して現れる変数がメンバーシップ条件により制限されたシステムの解析において、大変有効な手法であるといえる。