

Title	潜在帰納法と書換え帰納法の比較
Author(s)	小池, 広高
Citation	
Issue Date	1999-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10119/1240">http://hdl.handle.net/10119/1240</a>
Rights	
Description	Supervisor:外山 芳人, 情報科学研究科, 修士

# 潜在帰納法と書換え帰納法の比較

小池 広高

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

1999年2月15日

キーワード： 潜在帰納法，書換え帰納法，定理自動証明，項書換えシステム.

関数型言語、代数的仕様記述法など等式に論理的基礎をおく言語系の性質は多くの場合、等式論理の帰納的定理として取り扱うことができる。それゆえに等式論理における帰納的定理の自動証明法は、代数的仕様やプログラムの検証などを自動的に行なうためには不可欠である。

等式論理における帰納的定理の自動証明手法は、明示帰納法と暗黙帰納法に大きく分けられる。明示帰納法とは帰納的図式を直接もちいて帰納的定理の証明を行なう手法である。Boyer と Moore(1979) によって研究された Nqthm は、この手法による自動証明システムとして有名である。一方、暗黙帰納法とは、帰納的図式を直接もちいずに帰納的定理の証明を行なう手法で、Musser(1980) により提案され Huet と Hullot(1982) により拡張された潜在帰納法や、Reddy(1990) らによって提案された書換え帰納法がある。また、潜在帰納法にもとづく自動証明システムとしては RRL、書換え帰納法にもとづく自動証明システムとしては SPIKE が知られている。

明示帰納法では数学的帰納法により証明が行なわれるが、暗黙帰納法では次のように証明が行なわれる。最初に、証明すべき等式  $e = e'$  を公理  $E$  に付け加えて等式論理  $E' = E \cup \{e = e'\}$  をつくる。次に、 $E$  と  $E'$  によって定められる基底項の集合上の同値関係が等しいことを示す。すると、 $E'$  のもとで成立している基底項上の等式は  $E$  のもとでも成立することになる。ここで、明らかに  $e = e'$  は  $E'$  における帰納的定理である。よって、上記の議論により  $E$  においても帰納的定理であることが示されたことになる。

潜在帰納法や書換え帰納法にもとづく自動証明システムでは、Knuth-Bendix の完備化手続き、被覆集合、テスト集合などの技術を利用している。そのため、潜在帰納法と書換え帰納法に関する研究の多くは Knuth-Bendix の完備化手続きの拡張、または被覆集合(テスト集合)にもとづく帰納法として論じられている。しかしすでに述べたように、暗黙帰納法の本質は基底項上で 2 つのシステムの等価性を示すことであり、完備化手続き

や被覆集合 (テスト集合) にもとづく帰納法はそのための一手法にすぎない。実際、外山 (1991) は完備化手続きの枠組を取り去り、抽象リダクションシステムの枠組で見直すことにより潜在帰納法の原理を非常に簡明に説明できることを示した。その結果、潜在帰納法で本質となるのは弱正規性と合流性であることを明らかにした。

本研究では暗黙証明法による自動証明手法として重要な潜在帰納法と書換え帰納法の関係を以下のように抽象的な枠組で考察する。

- 書換え帰納法の定式化

書換え帰納法を、2つのシステムの等価性を示す手法として抽象リダクションシステムの枠組で考察する。その結果、書換え帰納法で本質となるのは強正規性と退行性であることが明らかとなる。また、書換え帰納法の原理はここで示された抽象リダクションシステムの枠組にもとづき、非常に簡明に説明できることを示す。

- 潜在帰納法と書換え帰納法の比較

上記の結果より、統一された抽象リダクションシステムの枠組で潜在帰納法と書換え帰納法を理論的に比較することが可能となる。その結果、両者の本質的な差異が弱正規性と強正規性、および合流性と退行性にもとづくことが明らかとなる。したがって、両者の証明能力は一致しない。

- 反駁証明法と組み合わせてもちいたときの両者の比較

実際の自動証明システムで広くもちいられている反駁証明法についても同様に、抽象リダクションシステムの枠組で考察する。その結果、潜在帰納法と書換え帰納法にそれぞれ反駁証明法を組み合わせてもちいたとき、実質的には証明能力が一致することが示される。

- 自動証明システムとの対応

本研究で示した抽象的な枠組と実際に作成されている帰納的定理の自動証明システムとの対応について考察する。ここでは、潜在帰納法に対応する手続きとして Kapur の手続き、書換え帰納法に対応する手続きとして Fribourg の手続きを取り上げる。各手続き共に、次の方針で証明を行なう。最初に、公理となる項書換えシステム  $R_1$  に証明すべき等式  $e = e'$  に対応する規則を付け加え、項書換えシステム  $R_2 = R_1 \cup \{e \rightarrow e'\}$  を作る。次に、完備化手続きを拡張した証明システムをもちいて、 $R_2$  を適当な条件を満たす項書換えシステムへと変換する。このとき結果として作られるシステムが、実は我々の枠組に対応する性質をもつ項書換えシステムとなっている。このようにして、非常に簡明に自動証明システムのメカニズムが説明される。

このような観点から両者を比較した研究はこれまでなされていなかったもので、ここで示された結果は両者を拡張した新しい自動証明手法を確立する上で極めて有用な方針を与

える。また、本研究では2つのシステムの等価性を示す手法を、抽象リダクションシステムの枠組で考察している。それゆえに、本研究の成果を帰納的定理以外の自動証明システムに応用することも可能である。