JAIST Repository

https://dspace.jaist.ac.jp/

Title	マスタスレーブマニピュレータシステムのバイラテラ ル非線形制御に関する研究				
Author(s)	藤原,雅之				
Citation					
Issue Date	1999-03				
Туре	Thesis or Dissertation				
Text version	author				
URL	http://hdl.handle.net/10119/1248				
Rights					
Description	Supervisor:藤田 政之, 情報科学研究科, 修士				



Japan Advanced Institute of Science and Technology

修士論文

マスタスレーブマニピュレータシステムの バイラテラル非線形制御に関する研究

指導教官 藤田 政之 助教授

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科情報システム学専攻

藤原 雅之

1999年2月15日

Copyright © 1999 by FUJIWARA Masayuki

目 次

1 はじめに			1
	1.1	研究の動向と目的・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	1
	1.2	従来の研究	2
	1.3	本研究の内容	3
	1.4	本論文の構成	4
2	準備		5
	2.1	ロボットダイナミクス	5
		2.1.1 ロボットダイナミクスの特徴	5
		2.1.2 モデルの不確かさ	6
	2.2	マニピュレータ単体のリアプノフベース制御............	7
		2.2.1 リアプノフベース 公称制御	8
		2.2.2 リアプノフベース ロバスト制 御	10
3	マス	タスレーブシステムの公称制御	15
	3.1	システムのモデル	15
	3.2	マスタスレーブシステムの制御目標	16
	3.3	制御則の導出・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	17
	3.4	制御則についての考察	19
	3.5	シミュレーション	21
		3.5.1 モデルと条件	21
		3.5.2 シミュレーション結果	24

4	マス	タスレーブシステムのロバスト制御	27
	4.1	不確かさを含むシステム	27
	4.2	制御則の導出・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	28
	4.3	制御則についての考察	35
	4.4	シミュレーション	35
		4.4.1 モデルとパラメトリックな不確かさ	35
		4.4.2 シミュレーション結果の考察	38
5	おわ	りに	43
	5.1	本研究のまとめ....................................	43
	5.2	今後の課題	44
参	考文南	状	45
謝	辞		48
付	録 A	水平 2 自由度マニピュレータの運動学・動力学	49
	A.1	運動学	49
	A.2	動力学	51
付	録 B	シミュレーションに用いたプログラム	57
	B.1	マニピュレータの仕様	57
	B.2	シミュレーションプログラム	57



3.1	マスタスレーブシステム	15
3.2	マスタスレーブコントローラ	20
3.3	達成される制御目標	21
3.4	シミュレーションの目標軌道	23
3.5	目標軌道を与えたときの各誤差	25
3.6	環境に接触させたときの各誤差	26
4.1	負荷が無い場合の各誤差	39
4.2	マスタおよびスレーブのリンク2重心位置に荷重を載せた場合の各誤差	40
4.3	無負荷で環境に接触させたときの各誤差	41
4.4	マスタおよびスレーブに荷重を載せて環境に接触させたときの各誤差	42
A.1	水平 2 自由度マニピュレータの一例	49
A.2	2 リンクマニピュレータ	50
B.1	シミュレーションに使用したモデル	58
B.2	DADS の作業画面	59
B.3	SIMULINK プロック図	59

第1章

はじめに

この章では、マスタスレーブシステム(テレオペレーション)の研究の背景と動向を俯 瞰した上で、本研究の目的を示す。

1.1 研究の動向と目的

原子力施設や深海・宇宙などの危険な空間、いわゆる極限環境での補修や採集などと いった非定型作業において、作業対象物や環境の状況変化を認識しつつこれを人間が安全 な場所から判断しながら作業を進めるためには、遠隔操縦によるロボットシステムが必要 である。マスタスレーブシステムは、この遠隔操作の一手法である。マスタスレーブシス テムでは2台のマニピュレータとコントローラから構成され、オペレータによって操られ るマスタマニピュレータの動きが、作業環境に配置されたスレーブマニピュレータに伝え られて作業が行われる。

マスタスレーブシステムの制御では、人間がマスタマニピュレータを操作することで、 作業環境に配置したスレーブマニピュレータにマスタ側の位置情報・動作指令を伝え、逆 にスレーブと環境との干渉力がマスタマニピュレータを介して操縦者に伝えられる。この 双方向通信を行う制御がバイラテラル制御であり、オペレータにとっては、位置・力の感 覚が得られるために直感的に操作できるという大きな特長がある。

このようなバイラテラル制御を行うマスタスレーブシステムでは、スレーブと環境との 相互干渉力の制御に求められるような精巧な作業性能の要求に対して、位置情報のみによ る制御では満足な性能を得ることに限界がある。このため環境との接触力を測定して制御 ループに組み込むことが望ましい。

一方で実際のシステムに応用するためには、ロボットマニピュレータ自体に含まれるパ ラメトリックな不確かさなどに対してロバスト性を有する制御則でなくてはならない。さ らにマスタスレーブシステムを必要とする実際の作業の多くは、未知の環境に接触しなが ら作業をすることから、様々な環境に対して安定性を保つことが必要である。オペレータ に関しても、オペレータの操作状態によってその動特性が変化するため、その変動に対し ても安定性を保つことが必要である。

さらに近年ではマイクロマニピュレータをスレーブとして、医療分野に応用しようとす る研究も注目され、この場合には、特にマニピュレータの自由度を増やすことが必要であ る。また、システムの安定性の議論だけでなく、オペレータがあたかも制御対象を直接操 作するように感じる臨場感を与えること、つまり、力を含めた作業に必要な全ての感覚が 矛盾なくオペレータ側で再現されるシステムの透明性 (transparency) の実現を目指すこ とも最近の研究の動向である。

1.2 従来の研究

遠隔操作の概念は初期の頃テレオペレーターと呼ばれ、第二次世界大戦後の原子力の利 用とともに本格的に研究開発が進められた。最初のマスタスレーブマニピュレータは1948 年、米国アルゴンヌ国立研究所の R.Goertz を中心とするグループにより ANL Model-1 と呼ばれる機械式のものが開発された。また、1954 年にはそれを力の伝達比を任意に設 定することのできる電気式に発展させた ANL-E1 が完成された。力の感覚を操縦者に帰 還するバイラテラルの考え方が生まれたのはこの頃である。

その後、機械式では得られるバイラテラルな操作感を電気式でも得られるように数々の 工夫がなされてきた。その方法として対称型、力逆送型、力帰還型の三つが古典的方法と してよく知られている。このうち最も単純なものはマスタとスレーブの位置偏差のみを フィードバックさせた対称型と呼ばれるものである。力センサなどが不要であり簡単に構 成できるが、系の慣性力や摩擦力の影響を受ける。対象型に力のフィードバックを施し、 スレーブ側で受けた力をマスタ側にそのまま返したものが力逆送型である。スレーブは 位置サーボ系で構成され、マスタにはスレーブ側の力センサで検出された反力が伝わる。 スレーブ側の反力はよくわかるが、通常のアームではマスタの操作は重くなる。マスタ側 にも力センサを取り付け、スレーブとの力偏差をマスタに返して力サーボ系を構成したも のが力帰還型である。

しかしながら従来の対称型、力逆送型、力帰還型などの古典的な制御法が用いられたマ スタスレーブシステムの操作性は必ずしも満足のいくものではなく、操縦者に特殊な熟練 を必要としたりする。さらに力帰還型では高ゲインのフィードバックによりマニピュレー タのダイナミクスを打ち消そうとするため不安定になりやすいという問題点もある。

近年、電子計算機が著しく発展し、座標変換を伴う複雑な制御則を実装することも可能 になってきたことで、これらの古典的制御法を拡張し、力と位置のフィードバックをマス タとスレーブ双方に行うものがある。

Strassberg、Goldenberg ら [9][8] は、マスタスレーブ各々の位置制御ループの外側にマ スタスレーブ間の力制御ループを付加する方法で制御法を拡張している。Leung、Francis ら [4] は、拘束条件下でも良好な制御性能が得られるように力逆送型を拡張した研究を行っ ている。彼らの研究は、どちらも Spong と Vidyasagar [7] の提案した、単体のマニピュ レータのロバスト制御法をマスタスレーブシステムに拡張したものである。これは近似計 算トルク法を施してマスタおよびスレープ各々を部分的に線形化近似し、さらにマニピュ レータのモデル化誤差の有界性を仮定して、小ゲイン定理のマルチループ版を用いて非線 形マスタスレーブシステムのロバスト性までを考慮する手法である。だが、不確かさの上 界を計算する過程が非常に複雑であること、さらに制御入力の計算の次元が高くなってし まうことから、多自由度系への応用は難しいと考えられる。

1.3 本研究の内容

本研究で扱う対象は相似な2台のn自由度マニピュレータとコントローラからなるシス テムとする。このシステムにおいてリアプノフベース法に基づいたマニピュレータ単体の 制御を拡張し、マスタスレーブシステムのバイラテラル非線形制御を行う。このリアプノ フベース法はSlotine、Li [6] によって提案されたロボットダイナミクスの性質を生かした トラッキング制御法であり、システムに含まれる不確かさに対してロバスト性を有するよ うに拡張することが容易であると考えられる。また、リアプノフベース法はシステムのエ ネルギー関数に着目するため、計算量が比較的少なく済み、多自由度系への拡張に有利で ある。さらに本研究では、動的制御の手法を取り入れ、加速度情報を用いてアクチュエー ターの駆動力を正確に計算してマニピュレータのダイナミクスを補償する力制御も行う。

本研究では、横小路と吉川[18][19] がマスタスレーブシステムの2ポート線形回路網モ デルにおいて定義した"理想応答"の概念を適用し、マスタとスレーブの関節角度および関 節角速度がそれぞれ一致すること、および、操縦者がマスタに加える力と、スレーブが環 境に伝える力が等しくなることを制御目標とした。

さらに、提案したマスタスレーブシステムの公称制御則を、マニピュレータのシステム に含まれるパラメトリックな不確かさに対してロバスト性を有し、環境の変動にも対応で きる、ロバスト制御則へ拡張することを試みる。

最後に提案した制御則の安定性について議論した上で、シミュレーションを行って制御 則の性能を確認する。

1.4 本論文の構成

本論文では、まず第1章でマスタスレーブシステム(テレオペレーション)の研究の背 景と動向を俯瞰した上で、本研究の目的を示した。次の第2章では、マスタスレーブマニ ピュレータの制御を行う上で必要となるマニピュレータの数式モデルを導出し、本研究の 基礎であるマニピュレータ単体のリアプノフベース法にもとづく制御則について説明す る。それをふまえた上で第3章ではマスタスレーブマニピュレータに対するリアプノフ ベース制御則を提案する。制御目標が漸近的に達成されることを証明し、さまざまな環境 の下でのシミュレーションを行って、その動作について検証する。第4章では第3章で 提案した公称制御則をロバスト化する拡張を試みる。第5章で本研究をまとめ、考察を 行う。

第2章

準備

この章ではマスタスレーブシステムの制御について考える前に、マニピュレータのロ ボットダイナミクスの性質と、モデルの不確かさについて述べる。次に本研究の基礎であ るリアプノフベース法に基づくマニピュレータ単体の制御についてまとめる。

2.1 ロボットダイナミクス

2.1.1 ロボットダイナミクスの特徴

n 自由度のロボットダイナミクス(運動方程式)は次のように記述できる[10]。

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{u} + \boldsymbol{J}^T \boldsymbol{F}$$
(2.1)

ここで、

$$M(q) \in \Re^{n imes n}$$
 : 慣性行列
 $C(q, \dot{q}) \in \Re^{n imes n}$: コリオリ行列
 $(C(q, \dot{q})\dot{q}$: コリオリ力・遠心力項)
 $g(q) \in \Re^{n}$: 重力項
 $q = [q_{1}, \dots, q_{n}]^{T} \in \Re^{n}$: 関節変数
 $u = [u_{1}, \dots, u_{n}]^{T} \in \Re^{n}$: 制御入力
 $F \in \Re^{6}$: マニピュレータの手先に加わる外力 (ユークリッド空間)
 $J \in \Re^{6 imes n}$: マニピュレータのヤコビ行列

である。このロボットダイナミクスの特徴として次の4点が挙げられる。

(性質1) M(q) の正定対称性

M(q)は対称かつ正定な行列であることがいえるので、逆行列 $M^{-1}(q)$ が常に存在する。

(性質 2) $\dot{M}(q) - 2C(q, q)$ の歪対称性

C(q, q)を適当に定めると、 $\dot{M}(q) - 2C(q, q)$ は歪対称となる。なお、歪対称行列 $A \in \Re^{n \times n}$ には、任意の $z \in \Re^n$ に対して $z^T A z = 0$ となる性質がある。

(性質3)M(q)、 $C(q, \dot{q})$ 、g(q)の有界性

適当な定数 M_{\min} 、 M_{\max} 、 C_{\max} 、 G_{\max} が存在して、すべての q、 \dot{q} に対して次に示す有界性がある。

$$0 < M_{\min} \le \|\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\| \le M_{\max} \tag{2.2}$$

$$\|\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\| \le C_{\text{Max}} \|\dot{\boldsymbol{q}}\|$$
(2.3)

$$\|\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})\| \le G_{\text{Max}} \tag{2.4}$$

(性質4) パラメータ表現の線形性

上記のロボットダイナミクス (2.1) の左辺は、適当なリグレッサ $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in \Re^{n \times p}$ と、パラメータベクトル $\theta \in \Re^{p \times 1}$ を用いて以下のように表現できる。

$$M(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + C(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \ddot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{\theta}$$
(2.5)

 $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ は関節角度、関節角速度、関節角加速度に依存した既知の関数からなり、 パラメータベクトル θ がこれに関して線形に表れている。なお、リグレッサを用い た式 (2.5)の表現は一意的ではなく、任意性がある。

2.1.2 モデルの不確かさ

ロボットの制御則を設計する際には、まずモデルが必要であるが、実在するロボットの 振る舞いを数学モデルにより完全に記述することは不可能であり、モデルに対して不確か さが存在してしまう。そこで式(2.1)で表されるロボットダイナミクスに対し、次の公称 モデルが考えられていることにする。

$$\hat{\boldsymbol{M}}(\hat{\boldsymbol{q}})\ddot{\boldsymbol{q}} + \hat{\boldsymbol{C}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{u} + \boldsymbol{J}^T \boldsymbol{F}$$
(2.6)

上式 (2.6) は、ロボットダイナミクスの実際の振る舞いに対する公称の数学モデルである。 さらに、この公称モデルに対する不確かさを以下のように表す。

$$\tilde{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q}) := \hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) \tag{2.7}$$

$$\tilde{\boldsymbol{C}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) := \hat{\boldsymbol{C}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})$$
(2.8)

$$\tilde{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) := \hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})$$
(2.9)

式 (2.2)、(2.3)、(2.4) に示す有界性から、上記の不確かさの大きさも同様に評価すること ができる。

ここではまず、パラメトリックな不確かさの表し方について考察する。いま、公称モデ $\mathcal{U}(2.6)$ 式の左辺をリグレッサ $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ を用いて表現すると、公称パラメータベクトル を $\hat{\theta}$ として

$$\hat{\boldsymbol{M}}(\hat{\boldsymbol{q}})\ddot{\boldsymbol{q}} + \hat{\boldsymbol{C}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \ddot{\boldsymbol{q}})\hat{\boldsymbol{\theta}}$$
(2.10)

と書ける。したがって、いまパラメータベクトルの誤差を

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}} := \hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta} \tag{2.11}$$

とおけば、

$$\tilde{\boldsymbol{M}}(\tilde{\boldsymbol{q}})\ddot{\boldsymbol{q}} + \tilde{\boldsymbol{C}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \tilde{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \ddot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{\theta}}$$
(2.12)

と表すことができる。これで、不確かさが \tilde{M} 、 \tilde{C} 、 \tilde{g} といった関数による表現から、取 り扱いやすいパラメータベクトル $\tilde{\theta}$ による表現 (2.12) へと変換できることを示している。

2.2 マニピュレータ単体のリアプノフベース制御

Slotine、Li [6] により提案された、リアプノフベース法と呼ばれる単体のマニピュレー タの制御手法をまとめる。リアプノフベース法はロボットダイナミクスの性質を生かした トラッキング制御法であり、システムに含まれるパラメトリックな不確かさに対してロバ スト性を有するように拡張することが可能である[10]。この方法は状態空間におけるエネ ルギー関数に着目するため、多自由度系に拡張した場合でも計算量が比較的少なく済む特 長もある。

リアプノフベース制御則を用いた単体のマニピュレータシステムの安定性を証明する手法は、後の章で提案する本研究のマスタスレーブシステムの安定性の議論と関連があるため、この節では制御則とともに証明も示しておく。ただし、この節では簡単のため運動方程式 (2.1) の外力の項 *J^T F* は o として扱い、

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{u}$$
(2.13)

をマニピュレータの運動方程式とする。

2.2.1 リアプノフベース 公称制御

マニピュレータ単体の制御目標は、目標関節角度 q_d と目標関節角速度 \dot{q}_d が与えられ たときに関節角度 q の q_d からの角度誤差 \tilde{q} が o に向かい、かつ、関節角速度 \dot{q} の \dot{q}_d からの角速度誤差 $\dot{\tilde{q}}$ も o に向かうことである。すなわち

 $\tilde{\boldsymbol{q}} = \boldsymbol{q} - \boldsymbol{q}_d \longrightarrow \boldsymbol{o}, \quad \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} = \dot{\boldsymbol{q}} - \dot{\boldsymbol{q}}_d \longrightarrow \boldsymbol{o}$

である。

(定理)リアプノフベース制御

マニピュレータの運動方程式(2.13)に対して、次に示す制御入力 *u* を加えると、閉ループ系の平衡状態は漸近安定になる。

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{\zeta}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{\zeta}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{K}\boldsymbol{\sigma}$$

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\zeta}} := \dot{\boldsymbol{q}}_{d} - \boldsymbol{A}\tilde{\boldsymbol{q}} \\ \boldsymbol{\sigma} := \dot{\boldsymbol{q}} - \dot{\boldsymbol{\zeta}} = \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{A}\tilde{\boldsymbol{q}} \\ \boldsymbol{\sigma} := \mathrm{diag}\{\lambda_{1}, \cdots, \lambda_{n}\}, \ (\lambda_{i} > 0, \quad i = 1, \cdots, n), \end{cases}$$

$$\boldsymbol{K} = \mathrm{diag}\{k_{1}, \cdots, k_{n}\}, \ (k_{i} > 0, \quad i = 1, \cdots, n) \end{cases}$$

$$(2.14)$$

$$(2.15)$$

リアプノフベース軌道追従制御の大まかなアイディアを以下で説明する。誤差のベクト $\mu \tilde{q}, \tilde{q}$ で構成される状態空間において、ある平面 $\tilde{q} + A\tilde{q} = o$ 上の点(状態)は漸近的 に $\tilde{q} = \tilde{q} = o$ (状態空間の原点)に向かう性質がある。この面からの距離に相当する値 を補助変数: $\sigma := \tilde{q} + A\tilde{q}$ と定義する。軌道制御の目標は状態を $\tilde{q} = \tilde{q} = o$ と一致させ ることであるが、リアプノフベース制御則ではこの補助変数 σ を漸近的にoに収束させる ことにより、結果的に点(状態)は漸近的に原点に収束する。なお、ここで仮想目標軌道 を $\zeta := q - \sigma$ とおいている。

(証明)

運動方程式 (2.13) に制御則 (2.14) を代入すると

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{\zeta}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{\zeta}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{K}\boldsymbol{\sigma}$$
(2.16)

右辺を左辺に移項して、

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})(\ddot{\boldsymbol{q}}-\ddot{\boldsymbol{\zeta}}) + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q},\dot{\boldsymbol{q}})(\dot{\boldsymbol{q}}-\dot{\boldsymbol{\zeta}}) + \boldsymbol{K}\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{o}$$
(2.17)

式(2.15)の補助変数の定義より、

$$M(q)\dot{\sigma} + C(q, \dot{q})\sigma + K\sigma = \mathbf{o}$$
(2.18)

となる。これは σ に関する一次の非線形微分方程式である。

いま、次のスカラ関数 $V(ilde{m{q}}, \dot{ ilde{m{q}}}): \Re^{2n} o \Re^+$ を考える。

$$V(\tilde{\boldsymbol{q}}, \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}) := \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) \boldsymbol{\sigma} + \tilde{\boldsymbol{q}}^T \boldsymbol{P} \tilde{\boldsymbol{q}}$$
(2.19)

ただし、 $P \in \Re^{n imes n}$ は

$$\boldsymbol{P} = \boldsymbol{P}^T = \boldsymbol{\Lambda}^T \boldsymbol{K} > 0 \tag{2.20}$$

となるように選んでいる。

ここで、 $\tilde{q} = \dot{\tilde{q}} = \mathbf{o}$ のとき $V(\mathbf{o}, \mathbf{o}) = 0$ であり、 $\tilde{q}, \dot{\tilde{q}}$ がそれ以外の値のとき、 $V(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) > 0$ であるので、 $V(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}})$ は $\tilde{q}, \dot{\tilde{q}}$ に関して正定である。

V の時間微分を計算すると

$$\dot{V}(\tilde{\boldsymbol{q}},\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}) = \frac{1}{2}\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{T}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\sigma} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}^{T}\dot{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\boldsymbol{\sigma} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma}^{T}\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{\sigma}} + \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}^{T}\boldsymbol{P}\tilde{\boldsymbol{q}} + \tilde{\boldsymbol{q}}^{T}\dot{\boldsymbol{P}}\tilde{\boldsymbol{q}} + \tilde{\boldsymbol{q}}^{T}\boldsymbol{P}\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}$$

$$= \boldsymbol{\sigma}^{T} \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^{T} \dot{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q}) \boldsymbol{\sigma} + 2 \tilde{\boldsymbol{q}}^{T} \boldsymbol{P} \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}$$

$$= -\boldsymbol{\sigma}^{T} \boldsymbol{K} \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}^{T} (\frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})) \boldsymbol{\sigma} + 2 \tilde{\boldsymbol{q}}^{T} \boldsymbol{P} \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}$$

$$= -\boldsymbol{\sigma}^{T} \boldsymbol{K} \boldsymbol{\sigma} + 2 \tilde{\boldsymbol{q}}^{T} \boldsymbol{P} \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}$$

$$= -(\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\boldsymbol{q}})^{T} \boldsymbol{K} (\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\boldsymbol{q}}) + 2 \tilde{\boldsymbol{q}}^{T} \boldsymbol{\Lambda}^{T} \boldsymbol{K} \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}$$

$$= -\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}^{T} \boldsymbol{K} \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} - \tilde{\boldsymbol{q}}^{T} \boldsymbol{\Lambda}^{T} \boldsymbol{K} \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\boldsymbol{q}} \qquad (2.21)$$

となる。 $\dot{V}(0,0) = 0$ であり、K も $\Lambda^T K \Lambda$ も正定行列なので、 \dot{V} は負定関数である。以 上より V はリアプノフ関数であるといえるので閉ループ系の平衡状態は漸近安定である。 したがって、

 $\tilde{q} = q - q_d \longrightarrow \mathbf{o}, \quad \dot{\tilde{q}} = \dot{q} - \dot{q}_d \longrightarrow \mathbf{o}$

が示された。

2.2.2 リアプノフベース ロバスト制御

パラメトリックな不確かさの影響

~

制御則 (2.14) は、パラメトリックな不確かさがないとして $\tilde{M} = O$ 、 $\tilde{C} = O$ 、 $\tilde{g} = o$ を 前提に書いているが、実際には公称値を用いて

$$\boldsymbol{u} = \hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{\zeta}} + \hat{\boldsymbol{C}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{\zeta}} + \hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{K}\boldsymbol{\sigma}$$

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\zeta}} := \dot{\boldsymbol{q}}_d - \boldsymbol{\Lambda}\tilde{\boldsymbol{q}} \\ \boldsymbol{\sigma} := \dot{\boldsymbol{q}} - \dot{\boldsymbol{\zeta}} = \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{\Lambda}\tilde{\boldsymbol{q}} \end{cases}$$
(2.22)
(2.23)

$$\boldsymbol{\Lambda} = \operatorname{diag}\{\lambda_1, \cdots, \lambda_n\}, \ (\lambda_i > 0, \quad i = 1, \cdots, n),$$

$$K = \text{diag}\{k_1, \cdots, k_n\}, \ (k_i > 0, i = 1, \cdots, n)$$

のように書かなければならない。この制御則 (2.22) をロボットダイナミクス (2.1) に代入 すると

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{\zeta}} + \hat{\boldsymbol{C}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{\zeta}} + \hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{K}\boldsymbol{\sigma}$$
(2.24)

となる。ここで両辺から $M(q)\ddot{\zeta} + C(q, \dot{q})\dot{\zeta}$ を引くと、

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\dot{\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{\sigma} = \tilde{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{\zeta}} + \tilde{\boldsymbol{C}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{\zeta}} + \tilde{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q})$$
(2.25)

を得る。ところが、式(2.12)と同様にして、上式の右辺は

 $\tilde{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{\zeta}} + \tilde{\boldsymbol{C}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{\zeta}} + \tilde{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}})\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ (2.26)

と表現できることから、結局次のような閉ループ系のダイナミクスを導くことができる。

$$M(q)\dot{\sigma} + C(q,\dot{q})\sigma + K\sigma = Y(q,\dot{q},\dot{\zeta},\ddot{\zeta})\dot{\theta}$$
(2.27)

公称制御のダイナミクスの式 (2.18) とこの式 (2.27) を比較すると、不確かさの影響は その右辺に現れてくる。しかもこの影響はリグレッサ $Y(q, \dot{q}, \dot{\zeta}, \ddot{\zeta})$ と誤差ベクトル $\tilde{\theta}$ の 積という形で表現できることがわかる。これにより、不確かさの範囲をパラメータベクト ルの大きさとして取り扱うことができる。そこでパラメトリックな不確かさの大きさを適 当な定数 $\rho > 0$ により

 $\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\| := \|\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}\| \le \rho \tag{2.28}$

と表すことにする。この不確かさの影響を抑え込むようにリアプノフベース法による制御 則を適当に拡張する必要がある。そこで、リグレッサ形式をうまく利用して $Y(q, \dot{q}, \dot{\zeta}, \ddot{\zeta})\tilde{u}$ という新たな入力を付加することを考え、式 (2.27) を

$$M(q)\dot{\sigma} + C(q, \dot{q})\sigma + K\sigma = Y(q, \dot{q}, \zeta, \zeta)(\theta + \tilde{u})$$
(2.29)

のように拡張する。

以上をふまえて前節のリアプノフベース公称制御則をロバスト化する。

(定理)リアプノフベース ロバスト制御

マニピュレータの運動方程式(2.13) に対して、次に示す制御入力 *u* を加えると、閉ルー プ系は、一様終局有界¹になる。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u} &= \{ \hat{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q}) \ddot{\boldsymbol{\zeta}} + \hat{\boldsymbol{C}}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) \dot{\boldsymbol{\zeta}} + \hat{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{K}\boldsymbol{\sigma} \} + \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}) \tilde{\boldsymbol{u}} \\ &= \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}) (\hat{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\boldsymbol{u}}) - \boldsymbol{K}\boldsymbol{\sigma} \\ \begin{cases} \dot{\boldsymbol{\zeta}} &:= \dot{\boldsymbol{q}}_d - \boldsymbol{A} \tilde{\boldsymbol{q}} \\ \boldsymbol{\sigma} &:= \dot{\boldsymbol{q}} - \dot{\boldsymbol{\zeta}} = \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{A} \tilde{\boldsymbol{q}} \\ \boldsymbol{\Lambda} &= \operatorname{diag}\{\lambda_1, \cdots, \lambda_n\}, \ (\lambda_i > 0, \quad i = 1, \cdots, n) , \end{cases} \end{aligned}$$
(2.30)

$$K = \text{diag}\{k_1, \cdots, k_n\}, (k_i > 0, i = 1, \cdots, n)$$

¹ある有限な時間が経過した後、状態変数が平衡状態の近傍のある領域 B に入り、さらにそれ以降 B の中にとどまり続ける。

ここで、

$$\tilde{\boldsymbol{u}} = \begin{cases} -\rho \frac{\boldsymbol{\xi}}{\|\boldsymbol{\xi}\|} & (\|\boldsymbol{\xi}\| > \varepsilon \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}) \\ -\frac{\rho}{\varepsilon} \boldsymbol{\xi} & (\|\boldsymbol{\xi}\| \le \varepsilon \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}) \end{cases}$$
(2.32)

である。いま $\varepsilon > 0$ は充分小さい定数とし、また

$$\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{Y}^{T}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}})\boldsymbol{\sigma} \in \Re^{p}$$
(2.33)

とおいている。

ここで、式 (2.30) の $Y(q, \dot{q}, \dot{\zeta}, \ddot{\zeta})\hat{\theta}$ は公称マニピュレータダイナミクスのフィードフォ ワード的補償である。また、 \tilde{u} は補助入力である。さらに右辺第 2 項の $-K\sigma$ は位置誤 差と速度誤差に対してのフィードバック補償の役割を持つ。

(証明)

いま、次のスカラ関数 $V(ilde{m{q}},\dot{ ilde{m{q}}}): \Re^{2n} o \Re +$ を考える。

$$V(\tilde{\boldsymbol{q}}, \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}) := \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) \boldsymbol{\sigma} + \tilde{\boldsymbol{q}}^T \boldsymbol{P} \tilde{\boldsymbol{q}}$$
(2.34)

ただし、 $P \in \Re^{n imes n}$ は

 $P = P^T = \Lambda^T K > \mathbf{o}$

となるように選んでいる。

ここで、 $\tilde{q} = \dot{\tilde{q}} = \mathbf{o}$ のとき $V(\mathbf{o}, \mathbf{o}) = 0$ であり、 $\tilde{q}, \dot{\tilde{q}}$ がそれ以外の値のとき、 $V(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) > 0$ であるので、 $V(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}})$ は $\tilde{q}, \dot{\tilde{q}}$ に関して正定である。

今度は閉ループ系のダイナミクスが式 (2.29) で表せることを考慮して V の時間微分を 計算すると、

$$\begin{split} \dot{V}(\tilde{\boldsymbol{q}}, \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}) &= \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\sigma}}^T \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) \boldsymbol{\sigma} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q}) \boldsymbol{\sigma} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}^T \boldsymbol{P} \tilde{\boldsymbol{q}} + \tilde{\boldsymbol{q}}^T \dot{\boldsymbol{P}} \tilde{\boldsymbol{q}} + \tilde{\boldsymbol{q}}^T \boldsymbol{P} \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} \\ &= \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}^T \dot{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q}) \boldsymbol{\sigma} + 2 \tilde{\boldsymbol{q}}^T \boldsymbol{P} \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} \\ &= -\boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{K} \boldsymbol{\sigma} + \boldsymbol{\sigma}^T (\frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q}) - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})) \boldsymbol{\sigma} + 2 \tilde{\boldsymbol{q}}^T \boldsymbol{P} \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}) (\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\boldsymbol{u}}) \\ &= -\boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{K} \boldsymbol{\sigma} + 2 \tilde{\boldsymbol{q}}^T \boldsymbol{P} \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}) (\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\boldsymbol{u}}) \end{split}$$

$$= -(\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{\Lambda}\tilde{\boldsymbol{q}})^{T}\boldsymbol{K}(\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{\Lambda}\tilde{\boldsymbol{q}}) + 2\tilde{\boldsymbol{q}}^{T}\boldsymbol{\Lambda}^{T}\boldsymbol{K}\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} + \boldsymbol{\sigma}^{T}\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}})(\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\boldsymbol{u}})$$

$$= -\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}^{T}\boldsymbol{K}\dot{\tilde{\boldsymbol{q}}} - \tilde{\boldsymbol{q}}^{T}\boldsymbol{\Lambda}^{T}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\Lambda}\tilde{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{\sigma}^{T}\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}})(\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\boldsymbol{u}})$$

$$= -\boldsymbol{x}^{T}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\xi}^{T}(\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \tilde{\boldsymbol{u}}) \qquad (2.35)$$

となる。ただし、 $x := [\tilde{q}^T, \dot{\tilde{q}}^T]^T$ 、 $Q := ext{diag}\{A^T K A, K\}$ とおいている。定義よりQは正定である。

さて、コーシーシュワルツの不等式 $\boldsymbol{\xi}^T \tilde{\boldsymbol{\theta}} \leq \|\boldsymbol{\xi}\| \cdot \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|$ と式 (2.28) から次の不等式

$$\boldsymbol{\xi}^{T}(\rho \frac{\boldsymbol{\xi}}{\|\boldsymbol{\xi}\|} - \tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \rho \frac{\boldsymbol{\xi}^{T} \boldsymbol{\xi}}{\|\boldsymbol{\xi}\|} - \boldsymbol{\xi}^{T} \tilde{\boldsymbol{\theta}} = \rho \|\boldsymbol{\xi}\| - \boldsymbol{\xi}^{T} \tilde{\boldsymbol{\theta}}$$

$$\geq \rho \|\boldsymbol{\xi}\| - \|\boldsymbol{\xi}\| \cdot \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\| = \|\boldsymbol{\xi}\| \cdot (\rho - \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}\|) \geq 0 \qquad (2.36)$$

が成り立つことに注意する。そこで、式 (2.35) にこの不等式を代入すると

$$\dot{V}(\tilde{\boldsymbol{q}}, \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}) \leq -\boldsymbol{x}^{T}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{\xi}^{T}(\rho \frac{\boldsymbol{\xi}}{\|\boldsymbol{\xi}\|} + \tilde{\boldsymbol{u}})$$
(2.37)

を導くことができる。

まず、
$$\|\boldsymbol{\xi}\| > \varepsilon$$
 のとき $\tilde{\boldsymbol{u}} = -\rho \frac{\boldsymbol{\xi}}{\|\boldsymbol{\xi}\|}$ であるから、ただちに $\dot{V}(\tilde{\boldsymbol{q}}, \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}) \leq -\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{x}$ (2.38)

となる。

一方、 $\|m{\xi}\| \le \varepsilon$ のときは $\tilde{m{u}} = -rac{
ho}{arepsilon}m{\xi}$ であるから、式(2.37)の右辺第2項に着目すると

$$\boldsymbol{\xi}^{T}(\rho \frac{\boldsymbol{\xi}}{\|\boldsymbol{\xi}\|} + \tilde{\boldsymbol{u}}) = \boldsymbol{\xi}^{T}(\rho \frac{\boldsymbol{\xi}}{\|\boldsymbol{\xi}\|} - \frac{\rho}{\varepsilon} \boldsymbol{\xi})$$

$$= -\frac{\rho}{\varepsilon} \|\boldsymbol{\xi}\|^{2} + \rho \|\boldsymbol{\xi}\|$$

$$= -\frac{\rho}{\varepsilon} (\|\boldsymbol{\xi}\| - \frac{\varepsilon}{2})^{2} + \frac{\varepsilon\rho}{4}$$
(2.39)

となる。これは、この項が $\|\boldsymbol{\xi}\| = \frac{\varepsilon}{2}$ のとき、最大値 $\frac{\varepsilon \rho}{4}$ をとることを示している。 ここで

$$\omega := \sqrt{\frac{\varepsilon \rho}{4\lambda_{\min}(\boldsymbol{Q})}} \tag{2.40}$$

と定義する。ただし $\lambda_{min}(Q)$ は、Qの最小固有値である。

 $\|x\| > \omega$ を満たすならば

$$\frac{\varepsilon\rho}{4} < \lambda_{min}(\boldsymbol{Q}) \|\boldsymbol{x}\|^2 \le \boldsymbol{x}^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{x}$$
(2.41)

であるから、式 (2.37) は

$$\dot{V}(\tilde{\boldsymbol{q}}, \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}) \leq -\boldsymbol{x}^{T}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} + \frac{\varepsilon\rho}{4} < 0$$
(2.42)

となる。よって $\dot{V}(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}})$ は負定関数なのでVはリアプノフ関数であるといえる。これより位置誤差、速度誤差 $(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}})$ が領域 $B = \{x \mid ||x|| \le \omega\}$ に対して一様終局有界である。以上の議論により位置誤差・速度誤差を、ある設計範囲に収められることが示された。

第3章

マスタスレーブシステムの公称制御

この章ではマスタスレーブシステムの制御について考える。まずマスタスレーブシステ ムのダイナミクスを数式モデル化する。次にマスタスレーブシステムの制御則を導出し、 提案した制御則についての考察を行う。最後にシミュレーションを行って制御則の性能の 評価を行う。

以降、各変数・定数の添え字 m および s は、各々マスタとスレーブを表すことにする。

3.1 システムのモデル



図 3.1: マスタスレーブシステム

マスタスレーブシステム全体を考えると、制御対象はマスタとスレーブ各々の運動方程

式2本を連立させたものとすることができる。第2章で説明したマニピュレータの運動方 程式(2.1)を2本連立させて、

$$\begin{cases} \boldsymbol{M}_{m}(\boldsymbol{q}_{m})\ddot{\boldsymbol{q}}_{m} + \boldsymbol{C}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m})\dot{\boldsymbol{q}}_{m} + \boldsymbol{g}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}) = \boldsymbol{u}_{m} + \boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h} \\ \boldsymbol{M}_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\ddot{\boldsymbol{q}}_{s} + \boldsymbol{C}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s})\dot{\boldsymbol{q}}_{s} + \boldsymbol{g}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}) = \boldsymbol{u}_{s} - \boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e} \end{cases}$$
(3.1)

となる。ここで、*F_h*はオペレータがマスタに加える力、*F_e*はスレーブが環境に及ぼす 力という向きに定義している。したがって各マニピュレータの運動方程式の外力の項の符 号が異なることに注意されたい。

本研究では、図 3.1で表せるシステムにおいて制御に利用できるセンサ情報は、マスタ・ スレーブ各々の関節角度 q_m 、 q_s 、関節角速度 \dot{q}_m 、 \dot{q}_s 、マニピュレータ手先に加わる力 F_h 、 F_e が得られると考える。

3.2 マスタスレーブシステムの制御目標

マスタスレーブシステムシステムの制御に求められる最も基本的な要求はマスタマニ ピュレータとスレーブマニピュレータの位置の応答 $x_m := [q_m^T, \dot{q}_m^T]^T, x_s := [q_s^T, \dot{q}_s^T]^T$ と、 力の応答 F_h, F_e が、扱う対象物によらず常に一致することである。この概念は横小路 ら [18] により"理想応答"と定義され、マスタスレーブシステムの線形化 2 ポートモデル について考察されている。

本研究ではこの"理想応答"の概念を用いることにし、オペレータがある操作力を加えた とき、マスタとスレーブの関節角度および関節角速度が漸近的に等しくなること、その結 果、操縦者がマスタに加える力 *F_h* と、スレーブが環境に伝える力 *F_e* も漸近的に等しく なることを制御の目標とする。

ゆえに、スレーブの関節角度の制御目標としてマスタの関節角度 q_m を与え、スレーブの目標関節角速度としてマスタの関節角速度 \dot{q}_m を与える。この条件を書き直すと

 $\boldsymbol{q}_s - \boldsymbol{q}_m \longrightarrow \boldsymbol{\mathrm{o}}, \quad \dot{\boldsymbol{q}}_s - \dot{\boldsymbol{q}}_m \longrightarrow \boldsymbol{\mathrm{o}}, \quad \boldsymbol{F}_h - \boldsymbol{F}_e \longrightarrow \boldsymbol{\mathrm{o}}$

と書くことができる。

3.3 制御則の導出

マスタスレーブシステムの制御則を導出するにあたり、まず外力の項を打ち消すために 制御入力を

$$\begin{cases} \boldsymbol{u}_m = \boldsymbol{u}'_m - \boldsymbol{J}_s^T \boldsymbol{F}_e \\ \boldsymbol{u}_s = \boldsymbol{u}'_s + \boldsymbol{J}_m^T \boldsymbol{F}_h \end{cases}$$
(3.2)

と構成する。この式 (3.2) で u'_m および u'_s は仮の制御入力である。 運動方程式 (3.1) の入力トルク u_m 、 u_s に上の式 (3.2) を代入すると

$$\boldsymbol{M}_{m}(\boldsymbol{q}_{m})\boldsymbol{\ddot{q}}_{m} + \boldsymbol{C}_{m}(\boldsymbol{q}_{m},\boldsymbol{\dot{q}}_{m})\boldsymbol{\dot{q}}_{m} + \boldsymbol{g}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}) = \boldsymbol{u}_{m}' + (\boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h} - \boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e})$$
(3.3)

$$\boldsymbol{M}_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\boldsymbol{\ddot{q}}_{s} + \boldsymbol{C}_{s}(\boldsymbol{q}_{s},\boldsymbol{\dot{q}}_{s})\boldsymbol{\dot{q}}_{s} + \boldsymbol{g}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}) = \boldsymbol{u}_{s}' + (\boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h} - \boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e})$$
(3.4)

と書き直すことができる。したがって、 $J_m^T F_h - J_s^T F_e$ がキャンセルできれば u'_m および u'_s の部分について、第2章で説明したマニピュレータ単体のトラッキング制御則が適用できる。このような構成にすることにより、既存のリアプノフベース制御法をマスタスレーブシステムの制御に拡張できる。

そこで本研究で提案する制御則の式はマスタに対するリアプノフベース制御則の右辺 に環境への力の項を加えた式(3.5)と、スレーブに対するリアプノフベース制御則の右辺 に人間の操作力の項を加えた式(3.7)の2本の式を連立させた構造とした。制御則を以下 に示し、続いてその制御則のもとで制御目標が漸近的に達成されることの証明を示す。

(定理)マスタスレーブシステムのリアプノフベース公称制御

マスタ、スレーブ各々について変数 σ_m および σ_s を導入した以下の制御入力を加える と、上記の制御目標を満たすことができる。

$$\boldsymbol{u}_{m} = \boldsymbol{M}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}) \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m} + \boldsymbol{C}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m}) \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m} + \boldsymbol{g}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}) - \boldsymbol{K}_{m} \boldsymbol{\sigma}_{m} - \boldsymbol{J}_{s}^{T} \boldsymbol{F}_{e}$$

$$\left(\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m} = \dot{\boldsymbol{q}}_{s} - \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\boldsymbol{q}}_{m} \right)$$

$$(3.5)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varsigma}_m = \boldsymbol{q}_s & \boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{q}_m \\ \boldsymbol{\sigma}_m = \dot{\boldsymbol{q}}_m - \dot{\boldsymbol{\zeta}}_m = \dot{\boldsymbol{q}}_m + \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\boldsymbol{q}}_m \end{cases}$$
(3.6)

$$\boldsymbol{u}_{s} = \boldsymbol{M}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}) \boldsymbol{\dot{\zeta}}_{s} + \boldsymbol{C}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \boldsymbol{\dot{q}}_{s}) \boldsymbol{\dot{\zeta}}_{s} + \boldsymbol{g}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}) - \boldsymbol{K}_{s} \boldsymbol{\sigma}_{s} + \boldsymbol{J}_{m}^{T} \boldsymbol{F}_{h}$$
(3.7)

$$\begin{cases} \boldsymbol{\zeta}_{s} = \dot{\boldsymbol{q}}_{m} - \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\boldsymbol{q}}_{s} \\ \boldsymbol{\sigma}_{s} = \dot{\boldsymbol{q}}_{s} - \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s} = \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}_{s} + \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\boldsymbol{q}}_{s} \end{cases}$$
(3.8)

ただし、
$$\Lambda = \operatorname{diag}\{\lambda_1, \cdots, \lambda_n\}, \ (\lambda_i > 0 \quad i = 1, \cdots, n)$$
,
 $K_m = \operatorname{diag}\{k_{m1}, \cdots, k_{mn}\}, \ K_s = \operatorname{diag}\{k_{s1}, \cdots, k_{sn}\}$
 $(k_{mi} + k_{si} > 0 \quad i = 1, \cdots, n)$
 $\tilde{q}_m = q_m - q_s, \quad \tilde{q}_s = q_s - q_m, \quad \sigma_m = -\sigma_s$

(証明)

運動方程式(3.1)の入力トルクに制御則を代入して

$$\boldsymbol{M}_{m}(\boldsymbol{q}_{m})\ddot{\boldsymbol{q}}_{m} + \boldsymbol{C}_{m}(\boldsymbol{q}_{m},\dot{\boldsymbol{q}}_{m})\dot{\boldsymbol{q}}_{m} + \boldsymbol{g}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}) - \boldsymbol{M}_{m}(\boldsymbol{q}_{m})\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m} - \boldsymbol{C}_{m}(\boldsymbol{q}_{m},\dot{\boldsymbol{q}}_{m})\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m} - \boldsymbol{g}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}) + \boldsymbol{K}_{m}\boldsymbol{\sigma}_{m} = -\boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e} + \boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h}$$

$$(3.9)$$

$$M_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\ddot{\boldsymbol{q}}_{s} + C_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s})\dot{\boldsymbol{q}}_{s} + \boldsymbol{g}_{s}(\boldsymbol{q}_{s})$$

$$-M_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s} - C_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s})\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s} - \boldsymbol{g}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}) + K_{s}\boldsymbol{\sigma}_{s} = \boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h} - \boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e}$$

$$(3.10)$$

式(3.6)、(3.8) で定義した仮想目標軌道から

$$\boldsymbol{M}_{m}(\boldsymbol{q}_{m})\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{m} + \boldsymbol{C}_{m}(\boldsymbol{q}_{m},\dot{\boldsymbol{q}}_{m})\boldsymbol{\sigma}_{m} + \boldsymbol{K}_{m}\boldsymbol{\sigma}_{m} = -\boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e} + \boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h}$$
(3.11)

$$\boldsymbol{M}_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{s} + \boldsymbol{C}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s})\boldsymbol{\sigma}_{s} + \boldsymbol{K}_{s}\boldsymbol{\sigma}_{s} = \boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h} - \boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e}$$
(3.12)

式(3.11)から式(3.12)の辺々を引いて

$$\{ \boldsymbol{M}_{m}(\boldsymbol{q}_{m})\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{m} + \boldsymbol{C}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m})\boldsymbol{\sigma}_{m} + \boldsymbol{K}_{m}\boldsymbol{\sigma}_{m} \}$$

$$-\{ \boldsymbol{M}_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{s} + \boldsymbol{C}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s})\boldsymbol{\sigma}_{s} + \boldsymbol{K}_{s}\boldsymbol{\sigma}_{s} \} = \mathbf{o}$$

$$(3.13)$$

 $\sigma_m = -\sigma_s$ なのでまとめると

$$\{\boldsymbol{M}_{m}(\boldsymbol{q}_{m})+\boldsymbol{M}_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\}\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{s}+\{\boldsymbol{C}_{m}(\boldsymbol{q}_{m},\dot{\boldsymbol{q}}_{m})+\boldsymbol{C}_{s}(\boldsymbol{q}_{s},\dot{\boldsymbol{q}}_{s})\}\boldsymbol{\sigma}_{s}+(\boldsymbol{K}_{m}+\boldsymbol{K}_{s})\boldsymbol{\sigma}_{s}=\boldsymbol{o}\quad(3.14)$$

ここで

$$\bar{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q}_m, \boldsymbol{q}_s) := \boldsymbol{M}_m(\boldsymbol{q}_m) + \boldsymbol{M}_s(\boldsymbol{q}_s)$$
(3.15)

$$\bar{\boldsymbol{C}}(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m, \boldsymbol{q}_s, \dot{\boldsymbol{q}}_s) := \boldsymbol{C}_m(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m) + \boldsymbol{C}_s(\boldsymbol{q}_s, \dot{\boldsymbol{q}}_s)$$
(3.16)

$$\bar{\boldsymbol{K}} := \boldsymbol{K}_m + \boldsymbol{K}_s \tag{3.17}$$

 $\bar{\boldsymbol{\sigma}} := -\boldsymbol{\sigma}_m = \boldsymbol{\sigma}_s \tag{3.18}$

$$\bar{\boldsymbol{q}} := -\tilde{\boldsymbol{q}}_m = \tilde{\boldsymbol{q}}_s \tag{3.19}$$

と定義すると式 (3.14) は次のように書き直せる。

$$\bar{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q}_m, \boldsymbol{q}_s)\dot{\boldsymbol{\sigma}} + \bar{\boldsymbol{C}}(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m, \boldsymbol{q}_s, \dot{\boldsymbol{q}}_s)\boldsymbol{\bar{\sigma}} + \bar{\boldsymbol{K}}\boldsymbol{\bar{\sigma}} = \mathbf{o}$$
(3.20)

計算により $\bar{M}(\boldsymbol{q}_m, \boldsymbol{q}_s)$ は正定対称行列、 $\dot{M}(\boldsymbol{q}_m, \boldsymbol{q}_s) - 2\bar{C}(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m, \boldsymbol{q}_s, \dot{\boldsymbol{q}}_s)$ は歪対称であ り、 \bar{K} は正定なことがいえる。

式 (3.20) は第2章の式 (2.18) と同様であり、これ以降は同様な議論ができる。

$$V(\bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) = \frac{1}{2} \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \bar{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q}_m, \boldsymbol{q}_s) \bar{\boldsymbol{\sigma}} + \bar{\boldsymbol{q}}^T \bar{\boldsymbol{P}} \bar{\boldsymbol{q}}$$
(3.21)
$$\bar{\boldsymbol{P}} = \bar{\boldsymbol{P}}^T = \boldsymbol{\Lambda}^T \bar{\boldsymbol{K}} > 0$$
(3.22)

という、式 (2.19) と同様なリアプノフ関数候補 $V(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) : \Re^{2n} \rightarrow \Re +$ を用いれば、

$$\dot{V}(\bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) = -\dot{\bar{\boldsymbol{q}}}^T \bar{\boldsymbol{K}} \dot{\bar{\boldsymbol{q}}} - \bar{\boldsymbol{q}}^T \boldsymbol{\Lambda}^T \bar{\boldsymbol{K}} \boldsymbol{\Lambda} \bar{\boldsymbol{q}}$$
(3.23)

となる。 $\dot{V}(\mathbf{o},\mathbf{o}) = 0$ であり、 \bar{K} も $\Lambda^T \bar{K} \Lambda$ も正定行列なので、 \dot{V} は負定関数である。以 上より V はリアプノフ関数であるといえるので、 $\bar{q} \rightarrow \mathbf{o}$ 、 $\dot{\bar{q}} \rightarrow \mathbf{o}$ が示せた。

さて、充分な時間が経った後には $\ddot{q} \rightarrow \mathbf{o}$ と考えられるので、 $\tilde{q}_s = \bar{q} \rightarrow \mathbf{o}$ 、 $\dot{\tilde{q}}_s = \dot{\bar{q}} \rightarrow \mathbf{o}$ $\ddot{\tilde{q}}_s = \ddot{\bar{q}} \rightarrow \mathbf{o}$ である。これを式 (3.8) に代入すると $\sigma = \dot{\tilde{q}}_s + \Lambda \tilde{q}_s \rightarrow \mathbf{o}$ 、 $\dot{\sigma} = \ddot{\tilde{q}}_s + \Lambda \dot{\tilde{q}}_s \rightarrow \mathbf{o}$ となるので、式 (3.12) に代入すると $J_s^T F_e = J_m^T F_h$ が得られる。

いま、マニピュレータの各リンクの質量及び長さについては同一と考えているので、ヤ コビ行列 J_m と J_s は各々の関節角度のみに依存するので、漸近的に $J_m = J_s$ となるか ら、結果として漸近的に $F_h = F_e$ となることが導かれ、制御の目的が達成されているこ とが示された。

3.4 制御則についての考察

本章で提案した制御則の構造について考える。図 3.1のコントローラの部分の構造を図 3.2に図示する。図中の"Controller"で示される部分は単体のマニピュレータに対する制御 則を表している。スレーブの関節変位 x_sを目標軌道とするリアプノフベース法に基づい たマスタの軌道制御ループと、マスタの関節変位 x_m を目標軌道とするリアプノフベー ス法に基づいたスレーブの軌道制御ループが各々構成され、この外側に人間がマスタに加



図 3.2: マスタスレーブコントローラ

える力 *F_h* とスレーブが環境に加える力 *F_e* をキャンセルするための力制御ループが付加 する構造になっている。

このため第2章で示したマニピュレータ単体のリアプノフベース制御則によるトラッキング制御のコントローラを、そのままマスタスレーブマニピュレータの制御にも利用できる。また、リアプノフベース法に基づく制御に必要な計算量のオーダーはO(n) であるため [2]、マニピュレータの自由度を多くした場合には計算量の面で有利である。

本研究で提案した制御則は、マスタ、スレーブ各々のマニピュレータの加速度信号を用 いる。加速度信号を得るためには、アームの手先に加速度センサーを取り付けるなどの必 要性が生じるため、実際上は加速度信号を用いない方が好ましい。しかしながら、加速度 信号を用いないと"理想応答"が達成できないことが知られている[18]。したがって加速度 信号を用いないのであれば、制御の目標を変える必要がある。

本研究が基礎としているリアプノフベース法は、あらかじめ制御対象の構造を仮定せず、状態のエネルギーにのみ注目する。理想応答を漸近的に達成する制御則なので、状態 が目標近傍に達する収束時間については言及できない。

さらに本研究では制御目標が達成されても、状態がある点(例えば $q_m \rightarrow o, q_s \rightarrow o$) に収束することはいえず、状態空間 $[q_m^T, q_s^T]^T$ 上のある平面 $q_m = q_s$ に収束することし かいえない。よって極端な場合、図 3.3に示すように $q_m = q_s \rightarrow \infty$ の状態になる可能性 がある。それを防ぐため、オペレータまたは環境のどちらかによってマスタスレーブシス



図 3.3: 達成される制御目標

テムが常に拘束されている必要が生じてしまう。以上より、理想応答の定式化に検討の余 地があると考えられる。

3.5 シミュレーション

3.5.1 モデルと条件

シミュレーションモデル

前節で示した制御則は一般に n 自由度のマスタスレーブシステム(n 自由度のマスタマ ニピュレータと、マスタと相似な n 自由度のスレーブマニピュレータからなるシステム) について成り立つものであるが、同形状の水平 2 自由度マニピュレータ 2 台で構成され るシステムをシミュレーションの対象とした。

シミュレーションに使用した水平2自由度マニピュレータの外形図を図 B.1(付録)に 示す。このモデルでの各ロボットパラメータの値は、表 3.1に示した通りである。なお、 水平2自由度マニピュレータのロボットダイナミクスの計算については付録 A に示して ある。

表 3.1: マニピュレータの物理パラメータ

	マスタ		スレーブ	
リンクの物理パラメータ	第1 リンク	第2 リンク	第1リンク	第2 リンク
リンクの長さ (m)	$l_{m1} = 0.2$	$l_{m2} = 0.2$	$l_{s1} = 0.2$	$l_{s2} = 0.2$
関節から重心までの長さ(m)	$r_{m1} = 0.1$	$r_{m2} = 0.1$	$r_{s1} = 0.1$	$r_{s2} = 0.1$
リンクの質量 (kg)	$m_{m1} = 15$	$m_{m2} = 3$	$m_{s1} = 15$	$m_{s2} = 3$
慣性モーメント (kgm ²)	$I_{m_{ZZg1}} = 0.125$	$I_{m_{ZZg2}} = 0.025$	$I_{s_{ZZg1}} = 0.125$	$I_{s_{ZZg2}} = 0.025$

さて、水平 2 自由度マニピュレータのパラメータベクトルは、付録の式 (A.33) に各ロ ボットパラメータを代入して

$$\boldsymbol{\theta}_{m} = \begin{bmatrix} m_{m1}r_{m1}^{2} + m_{m2}l_{m1}^{2} + I_{m_{ZZg1}} \\ m_{m2}r_{m2}^{2} + I_{m_{ZZg2}} \\ m_{m2}l_{m1}r_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3950 \\ 0.0550 \\ 0.0600 \end{bmatrix}$$
(3.24)
$$\boldsymbol{\theta}_{s} = \begin{bmatrix} m_{s1}r_{s1}^{2} + m_{s2}l_{s1}^{2} + I_{s_{ZZg1}} \\ m_{s2}r_{s2}^{2} + I_{s_{ZZg2}} \\ m_{s2}l_{s1}r_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3950 \\ 0.0550 \\ 0.0600 \end{bmatrix}$$
(3.25)

が得られる。式 (3.5)、(3.7)の制御則を式 (2.5)のリグレッサ形式で書き直すと、

$$\boldsymbol{u}_{m} = \boldsymbol{Y}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m})\boldsymbol{\theta}_{m} - \boldsymbol{K}_{m}\boldsymbol{\sigma}_{m} - \boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e}$$

$$(3.26)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\zeta}_m = \boldsymbol{q}_s - \boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{q}_m \\ \boldsymbol{\sigma}_m = \dot{\boldsymbol{q}}_m - \dot{\boldsymbol{\zeta}}_m = \dot{\boldsymbol{q}}_m + \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\boldsymbol{q}}_m \end{cases}$$
(3.27)

$$\boldsymbol{u}_{s} = \boldsymbol{Y}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s})\boldsymbol{\theta}_{s} - \boldsymbol{K}_{s}\boldsymbol{\sigma}_{s} + \boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h}$$

$$(3.28)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\zeta}_{s} = \boldsymbol{\dot{q}}_{m} - \boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\dot{q}}_{s} \\ \boldsymbol{\sigma}_{s} = \boldsymbol{\dot{q}}_{s} - \boldsymbol{\dot{\zeta}}_{s} = \boldsymbol{\dot{\tilde{q}}}_{s} + \boldsymbol{\Lambda} \boldsymbol{\tilde{q}}_{s} \end{cases}$$
(3.29)

ただし、
$$\Lambda = \operatorname{diag}\{\lambda_1, \cdots, \lambda_n\}, \ (\lambda_i > 0 \quad i = 1, \cdots, n)$$
,
 $K_m = \operatorname{diag}\{k_{m1}, \cdots, k_{mn}\}, \ K_s = \operatorname{diag}\{k_{s1}, \cdots, k_{sn}\}$
 $(k_{mi} + k_{si} > 0 \quad i = 1, \cdots, n)$
 $\tilde{q}_m = q_m - q_s, \quad \tilde{q}_s = q_s - q_m, \quad \sigma_m = -\sigma_s$

となる。ここで、

 $\boldsymbol{Y}_m(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_m, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_m)$



図 3.4: シミュレーションの目標軌道

$$= \begin{bmatrix} \ddot{\zeta}_{m1} & \ddot{\zeta}_{m1} + \ddot{\zeta}_{m2} & (2\ddot{\zeta}_{m1} + \ddot{\zeta}_{m2})\cos q_{m2} - (\dot{q}_{m2}\dot{\zeta}_{m2} + \dot{q}_{m1}\dot{\zeta}_{m2} + \dot{q}_{m2}\dot{\zeta}_{m1})\sin q_{m2} \\ 0 & \ddot{\zeta}_{m1} + \ddot{\zeta}_{m2} & \ddot{\zeta}_{m1}\cos q_{m2} + \dot{q}_{m1}\dot{\zeta}_{m1}\sin q_{m2} \end{bmatrix}$$
(3.30)
$$\mathbf{Y}_{s}(\mathbf{q}_{s}, \dot{\mathbf{q}}_{s}, \dot{\mathbf{\zeta}}_{s}, \ddot{\mathbf{\zeta}}_{s})$$
$$= \begin{bmatrix} \ddot{\zeta}_{s1} & \ddot{\zeta}_{s1} + \ddot{\zeta}_{s2} & (2\ddot{\zeta}_{s1} + \ddot{\zeta}_{s2})\cos q_{s2} - (\dot{q}_{s2}\dot{\zeta}_{s2} + \dot{q}_{s1}\dot{\zeta}_{s2} + \dot{q}_{s2}\dot{\zeta}_{s1})\sin q_{s2} \\ 0 & \ddot{\zeta}_{s1} + \ddot{\zeta}_{s2} & \ddot{\zeta}_{s1}\cos q_{s2} + \dot{q}_{s1}\dot{\zeta}_{s1}\sin q_{s2} \end{bmatrix}$$
(3.31)

である。この式に基づいてシミュレーションを行う。

シミュレーション条件

マスタおよびスレーブの関節の初期状態は

$$\mathbf{q}_{m0} = \begin{bmatrix} \pi/2 \\ -\pi/2 \end{bmatrix} , \quad \mathbf{q}_{s0} = \begin{bmatrix} \pi/2 \\ -\pi/2 \end{bmatrix}$$
$$\dot{\mathbf{q}}_{m0} = \mathbf{o} , \quad \dot{\mathbf{q}}_{s0} = \mathbf{o}$$
$$\ddot{\mathbf{q}}_{m0} = \mathbf{o} , \quad \ddot{\mathbf{q}}_{s0} = \mathbf{o}$$

であるので、初期状態の手先位置はそれぞれの座標系において

$$\boldsymbol{x}_{m0} = \begin{bmatrix} 0.2\\ 0.2 \end{bmatrix}$$
, $\boldsymbol{x}_{s0} = \begin{bmatrix} 0.2\\ 0.2 \end{bmatrix}$

である。

マスタマニピュレータの手先位置の目標軌道として

$$\boldsymbol{x}_{md} = \begin{bmatrix} 0.2\\ 0.2\cos(2t) \end{bmatrix}$$
, $\dot{\boldsymbol{x}}_{md} = \begin{bmatrix} 0\\ -0.4\sin(2t) \end{bmatrix}$

を与え、関節角度の誤差 $\tilde{q} = q_s - q_m$ 、関節角速度の誤差 $\dot{\tilde{q}} = \dot{q}_s - \dot{q}_m$ 、力の誤差 $\tilde{F} = F_e - F_h$ を計算した。

さらにスレーブ側の Y 軸負方向 0.1m の場所 $(y \le -0.1)$ に、反力が次の数式モデルで 表現される弾性環境を置いた場合についても計算を行った。

$$\boldsymbol{F}_e = k_e \boldsymbol{x} \tag{3.32}$$

ここで、

 $F_e \in \Re^3$: ロボットアームが環境を押す力

k_e : 環境のばね定数

 $x \in \Re^3$: 環境の変位

を表している。

上記のモデルをもとに機構をモデル化し、提案した制御則を適用した場合における機構 モデルの応答を数値解析した。使用したソフトウェアについての説明は付録 B に示して いる。

設計パラメータの値は、
$$A = \begin{bmatrix} 30 & 0 \\ 0 & 30 \end{bmatrix}$$
、 $K = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix}$ 、 $k_e = 200$ とした。

3.5.2 シミュレーション結果

シミュレーションの結果を図 3.5、図 3.6に示す。

マスタを目標軌道に沿って動かした場合、位置、速度ともに、スレーブはマスタの動き に追従していることが図 3.5から読み取れる。

さらに、スレーブが環境に接触して反力が帰ってくる場合には、図3.6のように環境からの力がマスタで再現されていることがわかる。この図中で影を付けている時間帯にスレーブと環境が接触している。スレーブが環境に接触した瞬間、あるいは環境から離れた瞬間には力の誤差が一瞬大きくなるが、それでも誤差のノルムは0.05(N)程度であり、特に問題となる値ではないと思われる。



図 3.5: 目標軌道を与えたときの各誤差



図 3.6: 環境に接触させたときの各誤差

第4章

マスタスレーブシステムのロバスト制御

第3章では、マニピュレータダイナミクスの物理パラメータが既知であるとして制御系 を設計した。しかし、実際のシステムにおける物理パラメータは、正確に求めることがで きず、必ず不確かさが存在してしまう。そのため、不確かさを考慮していない制御則では 充分な制御性能を得ることは不可能である。この章では第2章で示したマニピュレータ単 体のロバスト制御を参考に、第3章で示したマスタスレーブシステムのリアプノフベース 公称制御則をロバスト制御則に拡張し、不確かさが存在しても制御性能が劣化しない制御 則の導出を試みる。

4.1 不確かさを含むシステム

第3章で示した制御則(3.5)、(3.7)は、ロボットパラメータを用いている。しかし実際 にはロボットパラメータの真値が得られるわけではなく、同定の結果より得られる真値に 近い値、すなわち公称値を用いて記述するしかない。このように不確かさが存在する状況 下で制御を行おうとするのがロバスト制御問題である。ロバスト制御問題では、不確かさ が存在しているために制御目標を漸近的に達成することは期待できない。そこで、不確か さについて何らかの仮定を行い、漸近収束より緩い条件での制御を行う。

本研究では、不確かさの上界が既知であるという仮定の下で、ある時間が経過した後 に、状態がある領域Bの中に入り、それ以降その領域中にとどまり続けること、つまりー 様終局有界を制御目標とする。

具体的には、マニピュレータ単体のロバスト制御のときと同様に、不確かさの大きさの

上界を適当な定数 $\rho_m > 0$ 、 $\rho_s > 0$ により

$$\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_m\| := \|\hat{\boldsymbol{\theta}}_m - \boldsymbol{\theta}_m\| \le \rho_m \tag{4.1}$$

$$\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_s\| := \|\hat{\boldsymbol{\theta}}_s - \boldsymbol{\theta}_s\| \le \rho_s \tag{4.2}$$

と表せると仮定する。さらに、関節位置 q_m および q_s 、関節角度 \dot{q}_m および \dot{q}_s 、マニピュレー タ手先に加わる外力 F_h および F_e が観測可能とする。

この仮定の下で、

$$\|\boldsymbol{q}_s - \boldsymbol{q}_m\| \le \omega_p, \ \|\dot{\boldsymbol{q}}_s - \dot{\boldsymbol{q}}_m\| \le \omega_v, \ \|\boldsymbol{F}_h - \boldsymbol{F}_e\| \le \omega_f \ (\forall t \ge t_0)$$

 $\omega_p, \, \omega_v, \, \omega_f = \text{const.}$

を満たすことを制御目標とする。

4.2 制御則の導出

マニピュレータの物理パラメータに存在する不確かさを考慮し、第3章で提案したリア プノフベース制御則をマニピュレータ単体のリアプノフベース制御法のロバスト化の手法 をそのまま応用してロバスト化を試みる。

(命題)マスタスレーブシステムのリアプノフベース ロバスト制御

マニピュレータの運動方程式(3.1)に対して、次に示す制御入力 u_m 、 u_s を加える。

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}_{m} &= \{ \hat{\boldsymbol{M}}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}) \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m} + \hat{\boldsymbol{C}}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m}) \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m} + \hat{\boldsymbol{g}}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}) - \boldsymbol{K}_{m} \boldsymbol{\sigma}_{m} - \boldsymbol{J}_{s}^{T} \boldsymbol{F}_{e} \} \\ &+ \boldsymbol{Y}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m}) \tilde{\boldsymbol{u}}_{m} \\ &= \boldsymbol{Y}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m}) (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{m} + \tilde{\boldsymbol{u}}_{m}) - \boldsymbol{K}_{m} \boldsymbol{\sigma}_{m} - \boldsymbol{J}_{s}^{T} \boldsymbol{F}_{e} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}_{s} &= \{ \hat{\boldsymbol{M}}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}) \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s} + \hat{\boldsymbol{C}}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s}) \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s} + \hat{\boldsymbol{g}}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}) - \boldsymbol{K}_{s} \boldsymbol{\sigma}_{s} + \boldsymbol{J}_{m}^{T} \boldsymbol{F}_{h} \} \\ &+ \boldsymbol{Y}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s}) \tilde{\boldsymbol{u}}_{s} \\ &= \boldsymbol{Y}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s}) (\hat{\boldsymbol{\theta}}_{s} + \tilde{\boldsymbol{u}}_{s}) - \boldsymbol{K}_{s} \boldsymbol{\sigma}_{s} + \boldsymbol{J}_{m}^{T} \boldsymbol{F}_{h} \end{aligned}$$

$$(4.4)$$

ここで、各変数は

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\zeta}}_m := \dot{\boldsymbol{q}}_s - \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\boldsymbol{q}}_m \\ \boldsymbol{\sigma}_m := \dot{\boldsymbol{q}}_m - \dot{\boldsymbol{\zeta}}_m = \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}_m + \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\boldsymbol{q}}_m \end{cases}$$
(4.5)

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s} := \dot{\boldsymbol{q}}_{m} - \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\boldsymbol{q}}_{s} \\ \boldsymbol{\sigma}_{s} := \dot{\boldsymbol{q}}_{s} - \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s} = \dot{\tilde{\boldsymbol{q}}}_{s} + \boldsymbol{\Lambda} \tilde{\boldsymbol{q}}_{s} \end{cases}$$

$$\tilde{\boldsymbol{q}}_{m} = \boldsymbol{q}_{m} - \boldsymbol{q}_{s}, \quad \tilde{\boldsymbol{q}}_{s} = \boldsymbol{q}_{s} - \boldsymbol{q}_{m}, \quad \boldsymbol{\sigma}_{m} = -\boldsymbol{\sigma}_{s} = \bar{\boldsymbol{\sigma}}$$

$$(4.6)$$

であり、設計パラメータの各定数は

$$\begin{split} \boldsymbol{\Lambda} &= \operatorname{diag}\{\lambda_1, \cdots, \lambda_n\}, \quad (\lambda_i > 0 \quad i = 1, \cdots, n) \quad , \\ \boldsymbol{K}_m &= \operatorname{diag}\{k_{m1}, \cdots, k_{mn}\}, \quad \boldsymbol{K}_s = \operatorname{diag}\{k_{s1}, \cdots, k_{sn}\}, \\ &\quad (k_{mi} + k_{si} > 0 \quad i = 1, \cdots, n) \end{split}$$

である。ここで、各補助入力の値は

$$\tilde{\boldsymbol{u}}_{m} = \begin{cases} -\rho_{m} \frac{\boldsymbol{\xi}_{m}}{\|\boldsymbol{\xi}_{m}\|} (\|\boldsymbol{\xi}_{m}\| > \varepsilon_{m} \boldsymbol{\mathcal{O}} \boldsymbol{\mathcal{E}} \boldsymbol{\mathcal{E}}) \\ -\frac{\rho_{m}}{\varepsilon_{m}} \boldsymbol{\xi}_{m} (\|\boldsymbol{\xi}_{m}\| \le \varepsilon_{m} \boldsymbol{\mathcal{O}} \boldsymbol{\mathcal{E}} \boldsymbol{\mathcal{E}}) \end{cases} \quad \tilde{\boldsymbol{u}}_{s} = \begin{cases} -\rho_{s} \frac{\boldsymbol{\xi}_{s}}{\|\boldsymbol{\xi}_{s}\|} (\|\boldsymbol{\xi}_{s}\| > \varepsilon_{s} \boldsymbol{\mathcal{O}} \boldsymbol{\mathcal{E}} \boldsymbol{\mathcal{E}}) \\ -\frac{\rho_{s}}{\varepsilon_{s}} \boldsymbol{\xi}_{s} (\|\boldsymbol{\xi}_{s}\| \le \varepsilon_{s} \boldsymbol{\mathcal{O}} \boldsymbol{\mathcal{E}} \boldsymbol{\mathcal{E}}) \end{cases} \end{cases}$$
(4.8)

である。いま $\varepsilon_m > 0$ 、 $\varepsilon_s > 0$ は充分小さい定数であり、また

$$\boldsymbol{\xi}_{m} := \boldsymbol{Y}_{m}^{T}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m}) \boldsymbol{\sigma}_{m} = -\boldsymbol{Y}_{m}^{T}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m}) \bar{\boldsymbol{\sigma}} \in \Re^{p}$$
(4.9)

$$\boldsymbol{\xi}_{s} := \boldsymbol{Y}_{s}^{T}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s})\boldsymbol{\sigma}_{s} = \boldsymbol{Y}_{s}^{T}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s})\bar{\boldsymbol{\sigma}} \in \Re^{p}$$

$$(4.10)$$

とおいている。

第3章で示したマスタスレーブシステムのリアプノフベース公称制御則(3.5)、(3.7)を、 単体のマニピュレータのロバスト化の手法を参考に拡張し、式(4.3) および式(4.4)を連 立させた制御則とした。

ここで、式 (4.3)、(4.4) の $Y_m(q_m, \dot{q}_m, \dot{\zeta}_m, \ddot{\zeta}_m)\hat{\theta}_m$ および $Y_s(q_s, \dot{q}_s, \dot{\zeta}_s, \ddot{\zeta}_s)\hat{\theta}_s$ は公称マ ニピュレータダイナミクスのフィードフォワード的補償である。さらに各式の右辺第 2 項 の $-K_m\sigma_m$ および $-K_s\sigma_s$ は位置誤差と速度誤差に対してのフィードバック補償の役割 を持つ。

また、補助入力ベクトル \tilde{u}_m および \tilde{u}_s は、マニピュレータダイナミクスに含まれる不確かさの影響を抑えるために加えた項である。

この制御入力を与えた場合に制御目標が達成されるか確認する。

(確認)

まず(4.3)、(4.4) をロボットダイナミクス(3.1) に代入すると、

$$M_{m}(\boldsymbol{q}_{m})\ddot{\boldsymbol{q}}_{m} + C_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m})\dot{\boldsymbol{q}}_{m} + \boldsymbol{g}_{m}(\boldsymbol{q}_{m})$$

$$= \hat{M}_{m}(\boldsymbol{q}_{m})\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m} + \hat{C}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m})\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m} + \hat{\boldsymbol{g}}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}) - \boldsymbol{K}_{m}\boldsymbol{\sigma}_{m} - \boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e} + \boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h}$$

$$+ \boldsymbol{Y}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m})\tilde{\boldsymbol{u}}_{m}$$

$$M_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\ddot{\boldsymbol{q}}_{s} + \boldsymbol{C}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s})\dot{\boldsymbol{q}}_{s} + \boldsymbol{g}_{s}(\boldsymbol{q}_{s})$$

$$= \hat{M}_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s} + \hat{\boldsymbol{C}}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s})\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s} + \hat{\boldsymbol{g}}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}) - \boldsymbol{K}_{s}\boldsymbol{\sigma}_{s} + \boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h} - \boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e}$$

$$+ \boldsymbol{Y}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s})\tilde{\boldsymbol{u}}_{s}$$

$$(4.11)$$

となる。この式を不確かさの定義(2.7)、(2.8)、(2.9)により不確かさを用いて記述すると、

$$M_{m}(\boldsymbol{q}_{m})\ddot{\boldsymbol{q}}_{m} + C_{m}(\boldsymbol{q}_{m},\dot{\boldsymbol{q}}_{m})\dot{\boldsymbol{q}}_{m} + \boldsymbol{g}_{m}(\boldsymbol{q}_{m})$$

$$-M_{m}(\boldsymbol{q}_{m})\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m} - C_{m}(\boldsymbol{q}_{m},\dot{\boldsymbol{q}}_{m})\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m} - \boldsymbol{g}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}) + K_{m}\boldsymbol{\sigma}_{m}$$

$$= \tilde{M}_{m}(\boldsymbol{q}_{m})\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m} + \tilde{C}_{m}(\boldsymbol{q}_{m},\dot{\boldsymbol{q}}_{m})\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m} + \tilde{\boldsymbol{g}}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}) - \boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{s} + \boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h}$$

$$+\boldsymbol{Y}_{m}(\boldsymbol{q}_{m},\dot{\boldsymbol{q}}_{m},\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m},\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m})\tilde{\boldsymbol{u}}_{m}$$

$$M_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\ddot{\boldsymbol{q}}_{s} + \boldsymbol{C}_{s}(\boldsymbol{q}_{s},\dot{\boldsymbol{q}}_{s})\dot{\boldsymbol{q}}_{s} + \boldsymbol{g}_{s}(\boldsymbol{q}_{s})$$

$$-\boldsymbol{M}_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s} - \boldsymbol{C}_{s}(\boldsymbol{q}_{s},\dot{\boldsymbol{q}}_{s})\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s} - \boldsymbol{g}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}) + \boldsymbol{K}_{s}\boldsymbol{\sigma}_{s}$$

$$= \tilde{M}_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s} + \tilde{\boldsymbol{C}}_{s}(\boldsymbol{q}_{s},\dot{\boldsymbol{q}}_{s})\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s} + \tilde{\boldsymbol{g}}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}) + \boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h} - \boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e}$$

$$+\boldsymbol{Y}_{s}(\boldsymbol{q}_{s},\dot{\boldsymbol{q}}_{s},\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s},\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s})\tilde{\boldsymbol{u}}_{s}$$

$$(4.12)$$

となるから、補助変数 (4.5)、(4.6) を用いて書き直し、

$$M_{m}(\boldsymbol{q}_{m})\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{m} + \boldsymbol{C}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m})\boldsymbol{\sigma}_{m} + \boldsymbol{K}_{m}\boldsymbol{\sigma}_{m}$$

$$= \tilde{M}_{m}(\boldsymbol{q}_{m})\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m} + \tilde{\boldsymbol{C}}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m})\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m} + \tilde{\boldsymbol{g}}_{m}(\boldsymbol{q}_{m})$$

$$+ \boldsymbol{Y}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m})\tilde{\boldsymbol{u}}_{m} - \boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e} + \boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h}$$

$$M_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{s} + \boldsymbol{C}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s})\boldsymbol{\sigma}_{s} + \boldsymbol{K}_{s}\boldsymbol{\sigma}_{s}$$

$$= \tilde{M}_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s} + \tilde{\boldsymbol{C}}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s})\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s} + \tilde{\boldsymbol{g}}_{s}(\boldsymbol{q}_{s})$$

$$+ \boldsymbol{Y}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s})\tilde{\boldsymbol{u}}_{s} + \boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h} - \boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e}$$

$$(4.13)$$

を得る。ここでマスタ、スレーブ各々について単体のマニピュレータの式(2.26)をもとに リグレッサを用いて書き直す。

$$\begin{cases} M_{m}(\boldsymbol{q}_{m})\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{m} + C_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m})\boldsymbol{\sigma}_{m} + K_{m}\boldsymbol{\sigma}_{m} \\ = Y_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m})\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{m} + Y_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m})\tilde{\boldsymbol{u}}_{m} - \boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e} + \boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h} \\ M_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{s} + C_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s})\boldsymbol{\sigma}_{s} + K_{s}\boldsymbol{\sigma}_{s} \\ = Y_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s})\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{s} + Y_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s})\tilde{\boldsymbol{u}}_{s} + \boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h} - \boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e} \end{cases}$$
(4.14)
ここで、式 (4.14) のマスタの式からスレーブの式を引くと、

$$(\boldsymbol{M}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}) + \boldsymbol{M}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}))\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{s} + (\boldsymbol{C}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m}) + \boldsymbol{C}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s}))\boldsymbol{\sigma}_{s} + (\boldsymbol{K}_{m} + \boldsymbol{K}_{s})\boldsymbol{\sigma}_{s}$$
$$= \boldsymbol{Y}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s})(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{s} + \tilde{\boldsymbol{u}}_{s}) - \boldsymbol{Y}_{m}(\boldsymbol{q}_{m}, \dot{\boldsymbol{q}}_{m}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m})(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{m} + \tilde{\boldsymbol{u}}_{m})$$
(4.15)

となる。式 (3.15)~(3.18)の定義より、

$$\bar{\boldsymbol{M}}(\boldsymbol{q}_{m},\boldsymbol{q}_{s})\dot{\boldsymbol{\sigma}} + \bar{\boldsymbol{C}}(\boldsymbol{q}_{m},\dot{\boldsymbol{q}}_{m},\boldsymbol{q}_{s},\dot{\boldsymbol{q}}_{s})\bar{\boldsymbol{\sigma}} + \bar{\boldsymbol{K}}\bar{\boldsymbol{\sigma}}$$

$$= \boldsymbol{Y}_{s}(\boldsymbol{q}_{s},\dot{\boldsymbol{q}}_{s},\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s},\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s})(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{s} + \tilde{\boldsymbol{u}}_{s}) - \boldsymbol{Y}_{m}(\boldsymbol{q}_{m},\dot{\boldsymbol{q}}_{m},\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m},\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m})(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{m} + \tilde{\boldsymbol{u}}_{m})$$
(4.16)

が導かれる。

ここで、 $ar{M}(m{q}_m,m{q}_s)$ は正定対称行列、 $\dot{M}(m{q}_m,m{q}_s) - 2ar{C}(m{q}_m,m{\dot{q}}_m,m{q}_s,m{\dot{q}}_s)$ は歪対称であり、 $ar{K}$ は正定である。

式(4.16)は第2章の(2.29)式と同様であり、これ以降は同様な議論ができる。

いま、次のスカラ関数 $V(\bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}): \Re^{2n} \to \Re^+$ を考える。

$$V(\bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) := \frac{1}{2} \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \bar{\boldsymbol{M}}(\bar{\boldsymbol{q}}) \bar{\boldsymbol{\sigma}} + \bar{\boldsymbol{q}}^T \bar{\boldsymbol{P}} \bar{\boldsymbol{q}}$$
(4.17)

ただし、 $ar{P}\in \Re^{n imes n}$ は

 $\bar{\boldsymbol{P}} = \bar{\boldsymbol{P}}^T = \boldsymbol{\Lambda}^T \bar{\boldsymbol{K}} > 0$

となるように選んでいる。

ここで、 $\bar{q} = \dot{\bar{q}} = o$ のときV(o, o) = 0であり、 \bar{q} 、 $\dot{\bar{q}}$ がそれ以外の値のとき、 $V(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) > 0$ であるので、 $V(\bar{q}, \dot{\bar{q}})$ は \bar{q} 、 $\dot{\bar{q}}$ に関して正定である。

今度は閉ループ系のダイナミクスが式 (4.16) で表せることを考慮して V の時間微分を 計算すると、

$$\begin{split} \dot{V}(\bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) &= \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\sigma}}^T \bar{\boldsymbol{M}}(\bar{\boldsymbol{q}}) \bar{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{1}{2} \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \bar{\boldsymbol{M}}(\bar{\boldsymbol{q}}) \dot{\bar{\boldsymbol{\sigma}}} + \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}^T \bar{\boldsymbol{P}} \bar{\boldsymbol{q}} + \bar{\bar{\boldsymbol{q}}}^T \dot{\boldsymbol{P}} \bar{\boldsymbol{q}} + \bar{\bar{\boldsymbol{q}}}^T \bar{\boldsymbol{P}} \dot{\bar{\boldsymbol{q}}} \\ &= \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \bar{\boldsymbol{M}}(\bar{\boldsymbol{q}}) \dot{\bar{\boldsymbol{\sigma}}} + \frac{1}{2} \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \bar{\boldsymbol{M}}(\bar{\boldsymbol{q}}) \bar{\boldsymbol{\sigma}} + 2 \bar{\boldsymbol{q}}^T \bar{\boldsymbol{P}} \dot{\bar{\boldsymbol{q}}} \\ &= -\bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \bar{\boldsymbol{K}} \bar{\boldsymbol{\sigma}} + \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T (\frac{1}{2} \dot{\bar{\boldsymbol{M}}}(\bar{\boldsymbol{q}}) - \bar{\boldsymbol{C}}(\bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}})) \bar{\boldsymbol{\sigma}} + 2 \bar{\boldsymbol{q}}^T \bar{\boldsymbol{P}} \dot{\bar{\boldsymbol{q}}} \\ &- \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \boldsymbol{Y}_m(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_m, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_m) (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_m + \tilde{\boldsymbol{u}}_m) + \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{q}_s, \dot{\boldsymbol{q}}_s, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_s, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_s) (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_s + \tilde{\boldsymbol{u}}_s) \end{split} \\ &= -\bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \bar{\boldsymbol{K}} \bar{\boldsymbol{\sigma}} + 2 \bar{\boldsymbol{q}}^T \bar{\boldsymbol{P}} \dot{\bar{\boldsymbol{q}}} \\ &- \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \boldsymbol{Y}_m(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_m, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_m) (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_m + \tilde{\boldsymbol{u}}_m) + \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{q}_s, \dot{\boldsymbol{q}}_s, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_s, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_s) (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_s + \tilde{\boldsymbol{u}}_s) \end{split} \\ &= -(\dot{\bar{\boldsymbol{q}}} + A \bar{\boldsymbol{q}})^T \bar{\boldsymbol{K}} (\dot{\bar{\boldsymbol{q}}} + A \bar{\boldsymbol{q}}) + 2 \bar{\boldsymbol{q}}^T A^T \bar{\boldsymbol{K}} \dot{\bar{\boldsymbol{q}}} \\ &- \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \boldsymbol{Y}_m(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_m, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_m) (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_m + \tilde{\boldsymbol{u}}_m) + \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{q}_s, \dot{\boldsymbol{q}}_s, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_s, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_s) (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_s + \tilde{\boldsymbol{u}}_s) \cr &= -(\dot{\bar{\boldsymbol{q}}} + A \bar{\boldsymbol{q}})^T \bar{\boldsymbol{K}} (\dot{\bar{\boldsymbol{q}}} + A \bar{\boldsymbol{q}}) + 2 \bar{\boldsymbol{q}}^T A^T \bar{\boldsymbol{K}} \dot{\bar{\boldsymbol{q}}} \\ &= -\bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \boldsymbol{Y}_m(\boldsymbol{q}_m, \dot{\boldsymbol{q}}_m, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_m, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_m) (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_m + \tilde{\boldsymbol{u}}_m) + \bar{\boldsymbol{\sigma}}^T \boldsymbol{Y}_s(\boldsymbol{q}_s, \dot{\boldsymbol{q}}_s, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_s, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_s) (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_s + \tilde{\boldsymbol{u}}_s) \cr &= -(\dot{\bar{\boldsymbol{q}}} + A \bar{\boldsymbol{q}})^T \bar{\boldsymbol{K}} (\dot{\bar{\boldsymbol{q}}} + A \bar{\boldsymbol{q}}) + 2 \bar{\boldsymbol{q}}^T A^T \bar{\boldsymbol{K}} \dot{\bar{\boldsymbol{q}}} \\ &= -\bar{\boldsymbol{q}}^T \bar{\boldsymbol{K}} \dot{\bar{\boldsymbol{q}}} - \bar{\boldsymbol{q}}^T A^T \bar{\boldsymbol{K}} A \bar{\boldsymbol{q}} \end{split}{}$$
$$-\bar{\boldsymbol{\sigma}}^{T}\boldsymbol{Y}_{m}(\boldsymbol{q}_{m},\dot{\boldsymbol{q}}_{m},\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{m},\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{m})(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{m}+\tilde{\boldsymbol{u}}_{m})+\bar{\boldsymbol{\sigma}}^{T}\boldsymbol{Y}_{s}(\boldsymbol{q}_{s},\dot{\boldsymbol{q}}_{s},\dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s},\ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s})(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{s}+\tilde{\boldsymbol{u}}_{s})$$
$$=-\bar{\boldsymbol{x}}^{T}\bar{\boldsymbol{Q}}\bar{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{\xi}_{m}^{T}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{m}+\tilde{\boldsymbol{u}}_{m})+\boldsymbol{\xi}_{s}^{T}(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{s}+\tilde{\boldsymbol{u}}_{s})$$
(4.18)

となる。ただし、 $\bar{x} = [\bar{q}^T, \dot{\bar{q}}^T]^T$ 、 $\bar{Q} = \text{diag}\{\Lambda^T \bar{K} \Lambda, \bar{K}\}$ とおいている。定義より \bar{Q} は正定である。

さて、コーシーシュワルツの不等式 $\boldsymbol{\xi}_m^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_m \leq \|\boldsymbol{\xi}_m\| \cdot \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_m\|, \ \boldsymbol{\xi}_s^T \tilde{\boldsymbol{\theta}}_s \leq \|\boldsymbol{\xi}_s\| \cdot \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_s\|$ と式 (4.1)、(4.2) から次の不等式

$$\boldsymbol{\xi}_{m}^{T}(\rho_{m}\frac{\boldsymbol{\xi}_{m}}{\|\boldsymbol{\xi}_{m}\|}-\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{m}) = \rho_{m}\frac{\boldsymbol{\xi}_{m}^{T}\boldsymbol{\xi}_{m}}{\|\boldsymbol{\xi}_{m}\|}-\boldsymbol{\xi}_{m}^{T}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{m} = \rho_{m}\|\boldsymbol{\xi}_{m}\|-\boldsymbol{\xi}_{m}^{T}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{m}$$

$$\geq \rho_{m}\|\boldsymbol{\xi}_{m}\|-\|\boldsymbol{\xi}_{m}\|\cdot\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{m}\| = \|\boldsymbol{\xi}_{m}\|\cdot(\rho_{m}-\|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{m}\|) \geq 0 \qquad (4.19)$$

$$\boldsymbol{\xi}_{m}^{T}(\boldsymbol{\varphi}_{m}-\tilde{\boldsymbol{\xi}}_{m}) = \boldsymbol{\varphi}_{m}^{T}\boldsymbol{\xi}_{m}^{T}\boldsymbol{\xi}_{m} = \boldsymbol{\varphi}_{m}\|\boldsymbol{\xi}_{m}\| - \boldsymbol{\xi}_{m}^{T}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{m}$$

$$\boldsymbol{\xi}_{s}^{T}(\rho_{s}\frac{\boldsymbol{\zeta}_{s}}{\|\boldsymbol{\xi}_{s}\|} - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{s}) = \rho_{s}\frac{\boldsymbol{\zeta}_{s}\boldsymbol{\zeta}_{s}}{\|\boldsymbol{\xi}_{s}\|} - \boldsymbol{\xi}_{s}^{T}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{s} = \rho_{s}\|\boldsymbol{\xi}_{s}\| - \boldsymbol{\xi}_{s}^{T}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{s} \\ \geq \rho_{s}\|\boldsymbol{\xi}_{s}\| - \|\boldsymbol{\xi}_{s}\| \cdot \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{s}\| = \|\boldsymbol{\xi}_{s}\| \cdot (\rho_{s} - \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{s}\|) \geq 0$$

$$(4.20)$$

が成り立つことに注意する。そこで、式 (4.18) にこの不等式を代入すると

$$\dot{V}(\bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) \leq -\bar{\boldsymbol{x}}^T \bar{\boldsymbol{Q}} \bar{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{\xi}_m^T (\rho_m \frac{\boldsymbol{\xi}_m}{\|\boldsymbol{\xi}_m\|} + \tilde{\boldsymbol{u}}_m) + \boldsymbol{\xi}_s^T (\rho_s \frac{\boldsymbol{\xi}_s}{\|\boldsymbol{\xi}_s\|} + \tilde{\boldsymbol{u}}_s)$$
(4.21)
を導くことができる。

(1)
$$\|\boldsymbol{\xi}_{m}\| > \varepsilon_{m}$$
かつ $\|\boldsymbol{\xi}_{s}\| > \varepsilon_{s}$ のとき
 $\tilde{\boldsymbol{u}}_{m} = -\rho_{m} \frac{\boldsymbol{\xi}_{m}}{\|\boldsymbol{\xi}_{m}\|}, \quad \tilde{\boldsymbol{u}}_{s} = -\rho_{s} \frac{\boldsymbol{\xi}_{s}}{\|\boldsymbol{\xi}_{s}\|}$ であるから、ただちに
 $\dot{V}(\bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) \leq -\bar{\boldsymbol{x}}^{T} \bar{\boldsymbol{Q}} \bar{\boldsymbol{x}} \leq 0$
(4.22)

となる。

(2)
$$\|\boldsymbol{\xi}_{m}\| \leq \varepsilon_{m} \, \boldsymbol{n} \, \boldsymbol{\mathcal{D}} \, \|\boldsymbol{\xi}_{s}\| > \varepsilon_{s} \, \boldsymbol{\mathcal{O}}$$
とき
 $\tilde{\boldsymbol{u}}_{m} = -\frac{\rho_{m}}{\varepsilon_{m}} \boldsymbol{\xi}_{m}, \, \tilde{\boldsymbol{u}}_{s} = -\rho_{s} \frac{\boldsymbol{\xi}_{s}}{\|\boldsymbol{\xi}_{s}\|} \, \boldsymbol{\mathcal{C}}$ あるから、式 (4.21) は、
 $\dot{V}(\bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\boldsymbol{q}}) \leq -\bar{\boldsymbol{x}}^{T} \bar{\boldsymbol{Q}} \bar{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{\xi}_{m}^{T} (\rho_{m} \frac{\boldsymbol{\xi}_{m}}{\|\boldsymbol{\xi}_{m}\|} - \frac{\rho_{m}}{\varepsilon_{m}} \boldsymbol{\xi}_{m})$
(4.23)

となる。式 (2.39) と同様の議論によりこの式の右辺第 2 項は $\|\boldsymbol{\xi}_m\| = \frac{\varepsilon_m}{2}$ のとき、 最大値 $\frac{\varepsilon_m \rho_m}{4}$ をとることを示しているので、

$$\omega_1 := \sqrt{\frac{\varepsilon_m \rho_m}{4\lambda_{min}(\bar{\boldsymbol{Q}})}} \tag{4.24}$$

とおけば、 $\|ar{x}\| > \omega_1$ のとき

$$\frac{\varepsilon_m \rho_m}{4} < \lambda_{min}(\bar{\boldsymbol{Q}}) \|\bar{\boldsymbol{x}}\|^2 \le \bar{\boldsymbol{x}}^T \bar{\boldsymbol{Q}} \bar{\boldsymbol{x}}$$
(4.25)

であるから、式 (4.21) は

$$\dot{V}(\bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\boldsymbol{q}}) \leq -\bar{\boldsymbol{x}}^T \bar{\boldsymbol{Q}} \bar{\boldsymbol{x}} + \frac{\varepsilon_m \rho_m}{4} < 0$$
(4.26)

となる。

(3)
$$\|\boldsymbol{\xi}_{m}\| > \varepsilon_{m}$$
かつ $\|\boldsymbol{\xi}_{s}\| \le \varepsilon_{s}$ のとき
 $\tilde{\boldsymbol{u}}_{m} = -\rho_{m} \frac{\boldsymbol{\xi}_{m}}{\|\boldsymbol{\xi}_{m}\|}, \quad \tilde{\boldsymbol{u}}_{s} = -\frac{\rho_{s}}{\varepsilon_{s}} \boldsymbol{\xi}_{s}$ であるから、式 (4.21) は、
 $\dot{V}(\bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) \le -\bar{\boldsymbol{x}}^{T} \bar{\boldsymbol{Q}} \bar{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{\xi}_{s}^{T} (\rho_{s} \frac{\boldsymbol{\xi}_{s}}{\|\boldsymbol{\xi}_{s}\|} - \frac{\rho_{s}}{\varepsilon_{s}} \boldsymbol{\xi}_{s})$
(4.27)

となる。式 (2.39) と同様の議論によりこの式の右辺第 2 項は $\|\boldsymbol{\xi}_s\| = \frac{\varepsilon_s}{2}$ のとき、最 大値 $\frac{\varepsilon_s \rho_s}{4}$ をとることを示しているので、

$$\omega_2 := \sqrt{\frac{\varepsilon_s \rho_s}{4\lambda_{min}(\bar{\boldsymbol{Q}})}} \tag{4.28}$$

とおけば、 $\|m{x}\| > \omega_2$ のとき

$$\frac{\varepsilon_s \rho_s}{4} < \lambda_{min}(\bar{\boldsymbol{Q}}) \|\bar{\boldsymbol{x}}\|^2 \le \bar{\boldsymbol{x}}^T \bar{\boldsymbol{Q}} \bar{\boldsymbol{x}}$$
(4.29)

であるから、式 (4.21) は

$$\dot{V}(\bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) \leq -\bar{\boldsymbol{x}}^T \bar{\boldsymbol{Q}} \bar{\boldsymbol{x}} + \frac{\varepsilon_s \rho_s}{4} < 0$$
(4.30)

となる。

(4) $\|\boldsymbol{\xi}_m\| \leq \varepsilon_m$ かつ $\|\boldsymbol{\xi}_s\| \leq \varepsilon_s$ のとき

$$\begin{split} \tilde{\boldsymbol{u}}_{m} &= -\frac{\rho_{m}}{\varepsilon_{m}} \boldsymbol{\xi}_{m}, \quad \tilde{\boldsymbol{u}}_{s} &= -\frac{\rho_{s}}{\varepsilon_{s}} \boldsymbol{\xi}_{s} \quad \boldsymbol{\mathcal{C}}\boldsymbol{\mathcal{T}}\boldsymbol{\mathcal{S}}\boldsymbol{\mathcal{T}}\boldsymbol{\mathcal{S}}\boldsymbol{\mathcal{S}}, \quad \boldsymbol{\mathcal{T}}\left(4.21\right) \, \boldsymbol{\mathsf{I}}\boldsymbol{\mathsf{I}}, \\ \dot{V}(\bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) &\leq -\bar{\boldsymbol{x}}^{T} \bar{\boldsymbol{Q}} \bar{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{\xi}_{m}^{T} (\rho_{m} \frac{\boldsymbol{\xi}_{m}}{\|\boldsymbol{\xi}_{m}\|} - \frac{\rho_{m}}{\varepsilon_{m}} \boldsymbol{\xi}_{m}) + \boldsymbol{\xi}_{s}^{T} (\rho_{s} \frac{\boldsymbol{\xi}_{s}}{\|\boldsymbol{\xi}_{s}\|} - \frac{\rho_{s}}{\varepsilon_{s}} \boldsymbol{\xi}_{s}) \quad (4.31) \end{split}$$

となる。式 (2.39) と同様の議論によりこの式の右辺第 2 項 + 第 3 項は $\|\boldsymbol{\xi}_m\| = \frac{\varepsilon_m}{2}$ かつ $\|\boldsymbol{\xi}_s\| = \frac{\varepsilon_s}{2}$ のとき、最大値 $\frac{\varepsilon_m \rho_m + \varepsilon_s \rho_s}{4}$ をとることを示しているので、

$$\omega_3 := \sqrt{\frac{\varepsilon_m \rho_m + \varepsilon_s \rho_s}{4\lambda_{min}(\bar{\boldsymbol{Q}})}} \tag{4.32}$$

とおけば、 $\|m{x}\| > \omega_3$ のとき

$$\frac{\varepsilon_m \rho_m + \varepsilon_s \rho_s}{4} < \lambda_{min}(\bar{\boldsymbol{Q}}) \|\bar{\boldsymbol{x}}\|^2 \le \bar{\boldsymbol{x}}^T \bar{\boldsymbol{Q}} \bar{\boldsymbol{x}}$$
(4.33)

であるから、式 (4.21) は

$$\dot{V}(\bar{\boldsymbol{q}}, \dot{\bar{\boldsymbol{q}}}) \leq -\bar{\boldsymbol{x}}^T \bar{\boldsymbol{Q}} \bar{\boldsymbol{x}} + \frac{\varepsilon_m \rho_m + \varepsilon_s \rho_s}{4} < 0$$
(4.34)

となる。

よっていずれの場合にも $\dot{V}(\bar{q}, \dot{q})$ は負定関数なので V はリアプノフ関数であるといえる。また、明らかに $\omega_1 \subset \omega_3$ かつ $\omega_2 \subset \omega_3$ であるから、

これより閉ループ系が領域 $B = \{x \mid ||x|| \le \omega_3\}$ に関して一様終局有界である。

以上の証明により、位置誤差 \bar{q} 、速度誤差 \bar{q} がある範囲 $B = \{(q^T, \dot{q}^T)^T | \| (q^T, \dot{q}^T)^T \| \le \omega_3\}$ 内に収まると、それ以降その領域内にとどまり続けることがいえる。したがって、 $\bar{q} = \tilde{q}_s = -\tilde{q}_m \rightarrow \mathbf{o}, \ \dot{\bar{q}} = \dot{\bar{q}}_s = \dot{\bar{q}}_m \rightarrow \mathbf{o}$ となり、追従誤差に関しては一様終局有界であることがいえた。

さて、上の証明では \bar{q} 、 \bar{q} を要素とする状態空間を考えているため、 \ddot{q} については言及していない。

式 (4.6) より $\bar{\sigma} = \dot{\bar{q}} + \Lambda \bar{q} \rightarrow o$ となるが、 $\dot{\bar{\sigma}} = \ddot{\bar{q}} + \Lambda \dot{\bar{q}}$ については情報が得られない。 これらを式 (4.14) のスレーブの式に代入すると

$$\boldsymbol{M}_{s}(\boldsymbol{q}_{s})\dot{\boldsymbol{\sigma}}_{s} - \boldsymbol{Y}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s})\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{s} - \boldsymbol{Y}_{s}(\boldsymbol{q}_{s}, \dot{\boldsymbol{q}}_{s}, \dot{\boldsymbol{\zeta}}_{s}, \ddot{\boldsymbol{\zeta}}_{s})\tilde{\boldsymbol{u}}_{s} = \boldsymbol{J}_{m}^{T}\boldsymbol{F}_{h} - \boldsymbol{J}_{s}^{T}\boldsymbol{F}_{e}$$
(4.35)

となる。慣性項 $M_s(q_s)\dot{\sigma}_s$ 、および不確かさの影響 $Y_s(q_s, \dot{q}_s, \dot{\zeta}_s, \ddot{\zeta}_s)\tilde{\theta}_s$ が残ってしまう ため、これらを補償しなければ $J_s^T F_e = J_m^T F_h$ にはならない。

以上から命題に示した制御入力を用いても、力の一致は望めない。ただし、追従誤差に ついては、一様終局有界である。

4.3 制御則についての考察

本章で提案した制御入力は図 3.2の"Controller"で示される単体のマニピュレータに対 する制御則の部分について、第2章で示したマニピュレータ単体のリアプノフベースロバ スト制御則を、そのままあてはめたものである。これによりロバスト化されるのは追従誤 差だけであり、力誤差に関しては補償を行っていない。

力についてもロバストな制御則にするには、以下の方策が考えられる。

- 図3.2の力の制御ループについて、単に打ち消すだけではなく、不確かさを補償する 制御ループに拡張する。
- 一様終局有界性を考える状態空間を角加速度誤差を含んだもので考える。つまり $x = [\bar{q}^T, \bar{q}^T, \ddot{q}^T]^T$ という状態空間でのリアプノフ関数を探す。 $x \to o$ となることが 示されれば、第3章と同じ論理で力についても一致することが示せるはずである。

4.4 シミュレーション

4.4.1 モデルとパラメトリックな不確かさ

ここでは第3章と同様に2台の同形状の水平2自由度マニピュレータ(図B.1)をシミュ レーションの対象として用いることにする。

表 4.1 に示した各ロボットパラメータの公称値から水平2自由度マニピュレータのパラ メータベクトルは、

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{m} = \begin{bmatrix} \hat{m}_{m1}\hat{r}_{m1}^{2} + \hat{m}_{m2}\hat{l}_{m1}^{2} + \hat{I}_{m_{ZZg1}} \\ \hat{m}_{m2}\hat{r}_{m2}^{2} + \hat{I}_{m_{ZZg2}} \\ \hat{m}_{m2}\hat{l}_{m1}\hat{r}_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3950 \\ 0.0550 \\ 0.0600 \end{bmatrix}$$
(4.36)

スレーブ マスタ リンクの物理パラメータ 第1 リンク 第2 リンク 第1リンク 第2 リンク リンクの長さ(m) $l_{m1} = 0.2$ $l_{m2} = 0.2$ $l_{s1} = 0.2$ $l_{s2} = 0.2$ 関節から重心までの長さ(m) $\hat{r}_{m1} = 0.1$ $\hat{r}_{m2} = 0.1$ $\hat{r}_{s1} = 0.1$ $\hat{r}_{s2} = 0.1$ リンクの質量 (kg) $\hat{m}_{m1} = 15$ $\hat{m}_{m2} = 3$ $\hat{m}_{s1} = 15$ $\hat{m}_{s2} = 3$ $\ddot{I}_{m_{Z\,Z\,g2}} = 0.025$ 慣性モーメント (kgm²) $\hat{I}_{m_{ZZg1}} = 0.125$ $\ddot{I}_{s_{ZZg1}} = 0.125$ $\ddot{I}_{s_{ZZg2}} = 0.025$

表 4.1: マニピュレータの物理パラメータ(公称値)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{s} = \begin{bmatrix} \hat{m}_{s1}\hat{r}_{s1}^{2} + \hat{m}_{s2}\hat{l}_{s1}^{2} + \hat{I}_{s_{ZZg1}} \\ \hat{m}_{s2}\hat{r}_{s2}^{2} + \hat{I}_{s_{ZZg2}} \\ \hat{m}_{s2}\hat{l}_{s1}\hat{r}_{s2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.3950 \\ 0.0550 \\ 0.0600 \end{bmatrix}$$
(4.37)

のように得られる。

さて、システムにパラメトリックな不確かさが存在する状況の例として、マニピュレー タの手先に重量未知のおもりりを載せた場合について考える。いまマスタおよびスレーブ の第 2 リンクの重心位置に重量未知のおもりが装着されたと考える。これによりマスタお よびスレーブの第 2 リンクのパラメータ m_{m2} 、 $I_{m_{ZZg2}}$ 、 m_{s2} 、 $I_{s_{ZZg2}}$ がそれぞれ m_{m2} + \tilde{m}_{m2} 、 $I_{m_{ZZg2}}$ + $\tilde{I}_{m_{ZZg2}}$ 、 m_{s2} + \tilde{m}_{s2} 、 $I_{s_{ZZg2}}$ + $\tilde{I}_{s_{ZZg2}}$ に変動したとする。ただし変動の大きさは

 $\begin{aligned} 0 &\leq \tilde{m}_{m2} \leq 12.0 \,, \; 0 \leq \tilde{I}_{m_{ZZg2}} \leq 0.100 \\ 0 &\leq \tilde{m}_{s2} \leq 12.0 \,, \; 0 \leq \tilde{I}_{s_{ZZg2}} \leq 0.100 \end{aligned}$

と仮定している。このとき、上記の変動によってパラメータベクトルの値が最大になる場 合を考えると

$$\boldsymbol{\theta}_{m_{max}} = \begin{bmatrix} 0.8750\\ 0.2750\\ 0.3000 \end{bmatrix} \qquad \qquad \boldsymbol{\theta}_{s_{max}} = \begin{bmatrix} 0.8750\\ 0.2750\\ 0.3000 \end{bmatrix}$$
(4.38)

のようになる。パラメータベクトルの最大値 $\theta_{m_{max}}$ 、 $\theta_{s_{max}}$ と公称値 $\hat{\theta}_{m}$ 、 $\hat{\theta}_{s}$ の差を誤差ベクトル $\tilde{\theta}_{m}$ 、 $\tilde{\theta}_{s}$ とすると、

$$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{m} = \begin{bmatrix} 0.4800\\ 0.2200\\ 0.2400 \end{bmatrix} \qquad \qquad \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{s} = \begin{bmatrix} 0.4800\\ 0.2200\\ 0.2400 \end{bmatrix} \qquad (4.39)$$

であるから、不確かさの上限 ρ_m 、 ρ_s は

$$\rho_m = \|\hat{\boldsymbol{\theta}}_m\| = 0.5800 \qquad \qquad \rho_s = \|\hat{\boldsymbol{\theta}}_s\| = 0.5800 \qquad (4.40)$$

と考えることができる。

シミュレーション条件

マスタスレーブシステムに本章で提案した制御入力(4.3)、(4.4)を加えてシミュレーションを行った。

- 無負荷の場合
- マスタのリンク2の重心位置に質量 9kg、スレーブのリンク2の重心位置に質量 12kgの質点を乗せた状態
- において、ロバスト制御則による制御と前章の公称制御則による制御を比較した。 マスタマニピュレータの手先位置の目標軌道として

 $\boldsymbol{x}_{md} = \begin{bmatrix} 0.2\\ 0.2\cos(2t) \end{bmatrix} , \quad \dot{\boldsymbol{x}}_{md} = \begin{bmatrix} 0\\ -0.4\sin(2t) \end{bmatrix}$

を与え、関節角度の誤差 $\tilde{q} = q_s - q_m$ 、関節角速度の誤差 $\dot{\tilde{q}} = \dot{q}_s - \dot{q}_m$ 、力の誤差 $\tilde{F} = F_e - F_h$ を計算した。

設計パラメータの値は、 $\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 、 $K_s = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$ 、 $\varepsilon_m = 0.01\varepsilon_s = 0.01$ として いる。シミュレーションの結果を図 4.1、図 4.2に示す。

さらにスレーブ側の Y 軸負方向 0.1m の場所 $(y \le -0.1)$ に、反力が次の数式モデルで 表現される弾性環境を置いた場合についても計算を行った。

$$\boldsymbol{F}_{e} = 200\boldsymbol{x} \tag{4.41}$$

シミュレーションの結果を図 4.3、図 4.4に示す。この図中で影を付けている時間帯にス レーブと環境が接触している。

4.4.2 シミュレーション結果の考察

システムに不確かさが無い場合の図 4.1では比較のため、図 4.2の縦軸と同じ尺度にしたが、この場合には公称制御、ロバスト制御ともに追従誤差はほぼ零であり、どちらの制御則でも良好な制御性能が得られる。

一方、不確かさが存在する場合には、ロバスト制御では点線で示した追従誤差の一様終 局有界の範囲内に追従誤差が収まっている。それに対して公称制御則を用いると、その範 囲を超える場合もあることが、図4.2の左下の第1関節の速度誤差のグラフからわかる。 これよりシステムにパラメトリックな不確かさが存在する場合において、追従誤差に関し てはロバスト制御則の有効性が示された。

しかし、力誤差のグラフから読み取れるように、この章で提案した制御入力を加えても 力誤差は有界ではない。

弾性環境にスレーブマニピュレータを接触させた場合にも、システムに不確かさが無け れば図 4.3に示す通り、公称制御、ロバスト制御ともに良好な追従を行っている。

一方、不確かさが存在する場合には、公称制御では図 4.4の第1 関節の速度誤差のよう に、誤差が一様終局有界の範囲を超えることもある。この場合にもロバスト制御則はシス テムの不確かさが存在しても追従誤差に関しては設計範囲内に抑えることができる。



図 4.1: 負荷が無い場合の各誤差



図 4.2: マスタおよびスレーブのリンク2 重心位置に荷重を載せた場合の各誤差



図 4.3: 無負荷で環境に接触させたときの各誤差



図 4.4: マスタおよびスレーブに荷重を載せて環境に接触させたときの各誤差

第5章

おわりに

5.1 本研究のまとめ

- •本研究では、2台の相似なn自由度マニピュレータで構成されるマスタスレーブシステムに対する制御則を導出した。この制御則は、外力を補償した上で、ロボットダイナミクスの性質を利用してロバストな制御則を構成するのに有効な手法であるリアプノフベース法を基礎としており、マスタとスレーブの追従誤差が漸近的に収束することを証明した。提案した制御則ではマスタとスレーブをマニピュレータ単体と同様の制御則で制御することができるため、計算量が少なくて済み、システムの多自由度化に向いているという特長がある。
- 次にロバスト制御問題について考えた。不確かさの上界が既知であるという仮定の もとで、ある時間が経過した後に追従誤差がある領域の中に入り、それ以降その領 域中にとどまり続けること、すなわち一様終局有界を制御目標とした。その目標を 達成するため、マニピュレータ単体に対するリアプノフベース追従制御法をロバス ト化する手法を参考にして、先に提案したマスタスレーブシステムの公称制御則を パラメトリックな不確かさに対してロバスト性を有する制御則に拡張を試みた。こ の結果、不確かさが存在する場合に、追従誤差のみに関してはロバストであること が言えた。
- 最後にマスタスレーブシステムの公称制御則、ロバスト制御則の性能を確認するため、水平2自由度マニピュレータのモデルを作成し、シミュレーションを行った。

まず公称制御則により、マニピュレータ単体のリアプノフベース制御法とほぼ同じ 計算を行うことで、マスタスレーブシステムの追従制御の目標が達成されているこ とが確認できた。次にシステムにパラメトリックな不確かさが存在する例として、 マニピュレータの手先におもりを付け加えた場合を考え、物理パラメータの不確か さの上限を与えてスレーブをマスタに追従させる制御を行い、不確かさが無い場合 との比較を行った。公称制御則を用いた場合では、不確かさが存在すると追従誤差 が要求された性能を満たさない場合があるが、ロバスト制御則を用いれば、追従誤 差に関しては設計した領域内に収めることができることを確認した。さらにスレー プマニピュレータが弾性環境に接触した状況における挙動を観測し、その場合にも ロバスト制御則の有効性を確認した。

5.2 今後の課題

- 本研究ではパラメトリックな不確かさについてロバストな制御則を提案したが、力の誤差については一様終局有界性がいえず、現時点では透明性が実現されていない。 力制御の外部ループを改善する、もしくは制御対象として考えている状態空間そのものの見直しを行い、力についてもロバストな制御則に拡張させる必要がある。
- 追従誤差・力誤差が一致することを目標としたが、これによって透明性が実現されるのか、つまり実機に実装して人間が扱ったときにどう感じるかは不明である。透明性に関する定量的な評価法の確立が必要であると考えられる。

参考文献

- P. M. Bobgan, H. Kazerooni: "Achievable Dynamic Performance in Telerobotic Systems" Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp.2040-2046, 1991
- [2] C. C. de Wit, B. Siciliano, G. Bastin: "Theory of Robot Control", Springer, 1996
- [3] H. Kazerooni, T. I. Tsay, K. Hollerbach: "A Controller Design Framework for Telerobotic Systems", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol.1, No.1, pp.50-62, 1993
- [4] G. M. H. Leung, B. A. Francis: "Robust Nonlinear Control of Bilateral Tereoperators", Proceedings of the American Control Conference, pp.2119-2123, 1994
- [5] G. M. H. Leung, B. A. Francis, J. Apkarian: "Bilateral Controller for Tereoperators with Time Delay via μ-Synthesis" *IEEE Transactions on Robotics and Automation* , Vol.11, No.1, pp.105-116, 1995
- [6] J. E. Slotine, W. Li: "On the Adaptive Control of Robot Manipulators", The International Journal of Robotics Research, Vol.6, No.3, pp.49-59, 1987
- [7] M. W. Spong, M. Vidyasagar: "Robust Linear Compensator Design for Nonlinear Robotic Control" *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol. RA-3, No.4, pp.345-351, 1987
- [8] Y. Strassberg, A. A. Goldenberg, J. K. Mills: "A New Control Scheme for Bilateral Teleoperating Systems: Lyapunov Stability Analysis" Proceedings of the 1992 IEEE

International Conference on Robotics and Automation, pp.837-842, 1992

- [9] Y. Strassberg, A. A. Goldenberg, J. K. Mills: "Stability Analysis of Bilateral Teleoperating System" Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol.115, pp.419-426, 1993
- [10] 小林尚登 他: ロボット制御の実際, コロナ社, 1997
- [11] 佐竹靖: "H[∞]制御を用いたテレロボティクシステム",北陸先端科学技術大学院大学
 修士論文,1994
- [12] 佐野明人, 藤本英雄: "マスタスレーブシステムの制御系設計の動向", システム/制御/ 情報, Vol.42, No.7, pp.356-362, 1998
- [13] **滝本昇**, 高橋醇: 工科系の力学, 森北出版, 1987
- [14] 平林久明, 杉本浩一, 荒井信一, 坂上志之: "多自由度ロボットの仮想コンプライアン ス制御", 計測自動制御学会論文集, Vol.22, No.3, pp.343-350, 1986
- [15] 古田勝久,小菅一弘,塩手良知,秦野弘: "仮想内部モデルに基づくマスタスレイブマ ニピュレータの制御",計測自動制御学会論文集,Vol.24, No.2, pp.176-182, 1988
- [16] 牧野洋 他: ロボット機構学, 日刊工業新聞社, 1988
- [17] 宮崎友宏, 荻原史朗: "バイラテラル・マスタ・スレーブ・マニピュレータの並列制御 方式", 日本ロボット学会誌, Vol.7, No.5, pp.446-452, 1989
- [18] 横小路泰義, 吉川恒夫: "マスタ・スレーブ型遠隔操縦システムの操作性", 計測自動 制御学会論文集, Vol.26, No.5, pp.572-579, 1990
- [19] 横小路泰義, 吉川恒夫: "理想的な筋運動感覚を与えるマスタ・スレーブマニピュレー タのバイラテラル制御", 計測自動制御学会論文集, Vol.27, No.1, pp.56-63, 1991
- [20] 横小路泰義: "マスタ・スレーブ制御の理論", 日本ロボット学会誌, Vol.11, No.6, pp.794-802, 1993

- [21] 吉川恒夫: ロボット制御基礎理論, コロナ社, 1988
- [22] 吉川恒夫, 横小路泰義, 細谷徳男, 井村順一: "環境とオペレータ特性の不確実さを考慮 したマスタ・スレーブシステムのロバスト制御", 日本ロボット学会誌, Vol.14, No.6, pp.836-845, 1996

謝辞

本研究を進める上で、長きにわたり暖かい御指導を賜りました藤田政之助教授に深く感 謝の意を表します。さらに、研究生活全般において至らぬ筆者に根気強くご指導頂きまし た望山洋助手に心より感謝申し上げます。

元講座教授としてご指導・御支援を賜わりました示村悦二郎学長に、そして主指導教官 の嵯峨山茂樹教授、副テーマをご指導頂いた日比野靖教授、横田治夫助教授に厚く感謝い たします。

また、様々なアドバイスをいただき、原稿のチェックまで手伝って下さいました博士過 程の田中奈津夫さんに心からお礼申し上げます。

北陸先端科学技術大学院大学ロボティクス講座での日々をともに過ごし、共に励まし学 んできた皆さんの今後のご発展をお祈りします。

最後にこれまでの生活を支えて下さいました両親に感謝し謝辞とさせて頂きます。

付録 A

水平2自由度マニピュレータの運動学・動力学



図 A.1: 水平 2 自由度マニピュレータの一例

A.1 運動学

図 A.1 に示すような水平 2 自由度マニピュレータについて、各関節の軸回りに微小回転させたとき、手先効果器が絶対座標系でどのように変化するかという問題を考える。

水平2自由度マニピュレータは図 A.2に示すように2自由度の平面リンクからなる。水 平面を稼動面として考えるので重力の影響は無視できる。根元のリンク1の長さを*l*₁、根



図 A.2: 2 リンクマニピュレータ

元の関節 0 からリンク重心までの長さを r_1 、次のリンク 2 の長さを l_2 、関節 1 からリン ク 2 の重心までの長さを r_2 とする。関節 1 の関節角を q_1 、関節 2 の関節角を q_2 とする。

ある姿勢 $q_1 \ge q_2$ における微小回転 $dq_1 \ge dq_2$ に対する絶対座標系での微小変位 $dx \ge dy$ は次式で求められる。

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = \boldsymbol{J} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial q_1} & \frac{\partial x}{\partial q_2} \\ \frac{\partial y}{\partial q_1} & \frac{\partial y}{\partial q_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dq_1 \\ dq_2 \end{bmatrix}$$
(A.1)

水平2自由度マニピュレータの幾何条件は、図A.2のように原点を第1関節上に置くと、

$$x = l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) \tag{A.2}$$

$$y = l_1 \sin q_1 + l_2 \sin(q_1 + q_2) \tag{A.3}$$

となるので、これらの式を q_1 および q_2 で偏微分することにより、水平 2 自由度マニピュレータのヤコビ行列*J*は次のようになる。

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin q_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$
(A.4)

A.2 動力学

マニピュレータについてラグランジュ法により、具体的な運動方程式を導く。マニピュ レータを構成する各リンクの重心点の絶対座標系に関する並進速度と、各リンク座標系に 関する重心点回りのリンクの角速度を表現する必要がある。

リンクiの重心の(i-1)座標系に関する位置ベクトルをi-1 p_{gi} とすると絶対座標系である(0)座標系では

$${}^{0}\boldsymbol{p}_{gi} = \boldsymbol{A}_{1}\boldsymbol{A}_{2}\boldsymbol{A}_{3}\cdots\boldsymbol{A}_{i-1}{}^{i-1}\boldsymbol{p}_{gi}$$
$$= {}^{0}\boldsymbol{T}_{i-1}{}^{i-1}\boldsymbol{p}_{gi}$$
(A.5)

ここで A_i は(i-1)座標系から(i)座標系への変換を表す変換行列である。これを時間微分することにより、 $v_{gi} = [{}^{0}\dot{x}_{pgi}{}^{0}\dot{y}_{pgi}{}^{0}\dot{z}_{pgi}]^T$ が求まる。 ${}^{0}T_{i-1}$ は0 - i - 1の各関節変位をパラメーターとする関数で、時間微分は各関節変位の時間微分となる。なお、重心点の並進速度ベクトルは剛体と考える各リンクの並進速度ベクトルと角速度ベクトルを根元のリンクから順次加算して求めてもよい。リンクiの角速度ベクトルは0 - i - 1の関節のうち、回転運動をもつものによって生じる。(i-1)座標系から見たリンクiの角速度ベクトルは次のように表される。ここで ${}^{i-1}_i R$ は(i-1)座標系から(i)座標系への回転変換行列で、 \hat{Z}_i は z_i 軸方向の単位ベクトルである。

$$^{i-1}\omega_i = ^{i-1}\omega_{i-1} + ^{i-1}_i R\dot{q}^i_i \hat{Z}_i$$
 (A.6)

両辺に左よりⁱ-1 Rをかけると、

$${}^{i}\boldsymbol{\omega}_{i} = {}^{i}_{i-1} \boldsymbol{R}^{i-1} \boldsymbol{\omega}_{i-1} + \dot{q}^{i}_{i} \hat{\boldsymbol{Z}}_{i}$$
(A.7)

したがって、 ${}^{i}\omega_{i}$ を順次、リンクの根元のほうに向かって計算することにより、 ω_{i} を求めることができる。すなわち、これは $0 \sim i - 1$ の各関節の角速度ベクトルをi座標系に変換して加算したものとなっている。

したがって、これらの結果を用いてリンク*i*の運動エネルギー*k_i*は並進運動のエネル ギーと回転運動のエネルギーの和として、

$$k_i = \frac{1}{2} m_i \boldsymbol{v}_{gi}^T \boldsymbol{v}_{gi} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_i^T \boldsymbol{I}_i \boldsymbol{\omega}_i$$
(A.8)

と書くことができる。ここで、 m_i はリンクiの質量、 v_{gi} はリンクiの重心の並進速度、 ω_i は、リンクiの重心点回りの角速度、 I_i はリンクiの重心に関する慣性テンソルで、以下のように表される。

$$\boldsymbol{I}_{i} = \begin{bmatrix} I_{xx_{gi}} & 0 & 0\\ 0 & I_{yy_{gi}} & 0\\ 0 & 0 & I_{zz_{gi}} \end{bmatrix}$$
(A.9)

マニピュレータの総運動エネルギーTは

$$T = \sum_{i=0}^{n} k_i \tag{A.10}$$

となる。一方、外力として重力場のポテンシャルを考えると、位置エネルギー u_iは

$$u_i = -m_i g p_{gi} + u_{const_i} \tag{A.11}$$

で、総ポテンシャルエネルギー*U*は

$$U = \sum_{i=0}^{n} u_i \tag{A.12}$$

である。ここで p_{qi}はリンク i の固定座標系に対する重心の位置座標を表わす。

ラグランジュ関数をL = T - Uとし、ラグランジュ方程式に代入すると、

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = Q'_i \tag{A.13}$$

として運動方程式が求められる。ここで、*Q*[']_iは関節のアクチュエータで発生されるトルクにもとづく力である。

さて、固定座標系を(0)、リンク1に固定した座標系を(1)、リンク2に固定した座標系を(2)のようにとる。座標系(i-1)から座標系(i)への同時変換行列を A_i とすれば、

$$A_{1} = \begin{bmatrix} \cos q_{1} & -\sin q_{1} & 0 & 0 \\ \sin q_{1} & \cos q_{1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(A.14)
$$A_{2} = \begin{bmatrix} \cos q_{2} & -\sin q_{2} & 0 & l_{1} \\ \sin q_{2} & \cos q_{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(A.15)

したがってリンク1、2の重心点 p_{g1} 、 p_{g2} は

$$\boldsymbol{p}_{g1} = \boldsymbol{A}_{1} \begin{bmatrix} r_{1} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
(A.16)
$$\boldsymbol{p}_{g2} = \boldsymbol{A}_{1} \boldsymbol{A}_{2} \begin{bmatrix} r_{2} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
(A.17)

となる。これらの式を時間微分して重心点の固定座標系に関する並進速度ベクトル v_{g1} 、 v_{g2} は、

$$\boldsymbol{v}_{g1} = \begin{bmatrix} -r_1 \sin q_1 \dot{q}_1 \\ r_1 \cos q_1 \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(A.18)
$$\begin{bmatrix} -r_2 \sin(q_1 + q_2)(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) - l_1 \sin q_1 \dot{q}_1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{v}_{g2} = \begin{bmatrix} -r_2 \sin(q_1 + q_2)(q_1 + q_2) - l_1 \sin q_1 q_1 \\ r_2 \cos(q_1 + q_2)(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l_1 \cos q_1 \dot{q}_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(A.19)

と求まる。

次に各リンクのリンク座標系に関する角速度ベクト $\mu^1\omega_1$ 、 $^2\omega_2$ は

$${}^{1}\boldsymbol{\omega}_{1} = \dot{q}_{1}^{1}\hat{\boldsymbol{Z}}_{1} = \begin{bmatrix} 0\\0\\\dot{q}_{1} \end{bmatrix}$$
(A.20)

$${}^{2}\boldsymbol{\omega}_{2} = {}^{2}_{1}\boldsymbol{R}^{1}\boldsymbol{\omega}_{1} + \dot{q}_{2}^{2}\hat{\boldsymbol{Z}}_{2} = \begin{bmatrix} 0\\ 0\\ \dot{q}_{1} + \dot{q}_{2} \end{bmatrix}$$
(A.21)

となる。これらを式(A.8)~(A.12)に代入して、全エネルギーを求めると

$$T = \frac{1}{2}m_1r_1^2\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}r_2^2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + l_1^2\dot{q}_1^2 + 2r_2l_1\cos q_2\dot{q}_1(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + \frac{1}{2}I_{zz_{g1}}\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}I_{zz_{g2}}(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2$$
(A.22)

で、この場合ポテンシャルエネルギーは 0 であるのでこれがラグランジュ関数となる。 $q = [q_1, q_2]^T$ を一般化座標と考え、式 (A.13) より運動方程式は以下のようにまとめられる。

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{u}$$
(A.23)

ただし、

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} m_1 r_1^2 + I_{zz_{g1}} + m_2 (l_1^2 + r_2^2 + 2l_1 r_2 \cos q_2) + I_{zz_{g2}} & m_2 (r_2^2 + l_1 r_2 \cos q_2) + I_{zz_{g2}} \\ m_2 (r_2^2 + l_1 r_2 \cos q_2) + I_{zz_{g2}} & m_2 r_2^2 + I_{zz_{g2}} \end{bmatrix}$$
(A.24)

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) = \begin{bmatrix} -m_2 l_1 r_2 \dot{q}_2 \sin q_2 & -m_2 l_1 r_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin q_2 \\ m_2 l_1 r_2 \dot{q}_1 \sin q_2 & 0 \end{bmatrix}$$
(A.25)

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} 0\\0 \end{bmatrix} \tag{A.26}$$

であり、 $u = [u_1, u_2]^T$ は各関節の駆動トルクである。ここで $I_{zz_{gi}}$ はリンクiの重心点回り z軸に関する慣性モーメントで、慣性テンソルの I_i の要素である。

ロボットダイナミクスの特徴

前節で求めた2自由度マニピュレータの運動方程式 (A.23) は、一般に n 自由度のマニ ピュレータに対しても当てはめることができ、n 自由度のロボットダイナミクス(運動方 程式)は次のように記述できる [10]。

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{u}$$
(A.27)

ここで、

である。このロボットダイナミクスの特徴として次の4点が挙げられる。

(性質1) M(q) の正定対称性

M(q)は対称かつ正定な行列であることがいえるので、逆行列 $M^{-1}(q)$ が常に存在 する。2自由度マニピュレータを例にとると、式(A.24)より確認できる。

(性質 2) $\dot{M}(q) - 2C(q, q)$ の歪対称性

2 自由度マニピュレータの場合を例に考えると、式 (A.24)、(A.25) より

$$\begin{split} \dot{M}(\boldsymbol{q}) - 2\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) &= \begin{bmatrix} -2m_2l_1r_2\dot{q}_2\sin q_2 & -m_2l_1r_2\dot{q}_2\sin q_2 \\ -m_2l_1r_2\sin q_2 & 0 \end{bmatrix} \\ &- \begin{bmatrix} -2m_2l_1r_2\dot{q}_2\sin q_2 & -2m_2l_1r_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\sin q_2 \\ 2m_2l_1r_2\dot{q}_1\sin q_2 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & m_2l_1r_2(2\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\sin q_2 \\ -m_2l_1r_2(2\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\sin q_2 & 0 \end{bmatrix} \end{split}$$

となることからM(q) - 2C(q, q)は歪対称行列であることがわかる。

(性質3) M(q)、 $C(q, \dot{q})$ 、g(q)の有界性

適当な定数 M_{min} 、 M_{Max} 、 C_{Max} 、 G_{Max} が存在して、すべての q、 \dot{q} に対して次に示す有界性がある。

$$0 < M_{min} \le \|\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\| \le M_{Max} \tag{A.28}$$

$$\|\boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\| \le C_{Max} \|\dot{\boldsymbol{q}}\| \tag{A.29}$$

$$\|\boldsymbol{g}(\boldsymbol{q})\| \le G_{Max} \tag{A.30}$$

(性質 4) パラメータ表現の線形性

上記のロボットダイナミクス (A.27) は、適当なリグレッサ $Y(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in \Re^{n \times p}$ と、パ ラメータベクトル $\theta \in \Re^{p \times 1}$ を用いて以下のように表現できる。

$$\boldsymbol{M}(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}})\dot{\boldsymbol{q}} + \boldsymbol{g}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \ddot{\boldsymbol{q}})\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{u}$$
(A.31)

 $Y(q, \dot{q}, \ddot{q})$ は関節角度、関節角速度、関節角加速度に依存した既知の関数からなり、 パラメータベクトル θ がこれに関して線形に表れている。なお、リグレッサを用い た式 (A.31) の表現は一意的ではなく、任意性がある。水平 2 自由度マニピュレータ の場合は、

$$\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, \ddot{\boldsymbol{q}}) = \begin{bmatrix} \ddot{q}_{1} & \ddot{q}_{1} + \ddot{q}_{2} & (2\ddot{q}_{1} + \ddot{q}_{2})\cos q_{2} - (\dot{q}_{2}^{2} + 2\dot{q}_{1}\dot{q}_{2})\sin q_{2} \\ 0 & \ddot{q}_{1} + \ddot{q}_{2} & \ddot{q}_{1}\cos q_{2} + \dot{q}_{1}^{2}\sin q_{2} \end{bmatrix}$$
(A.32)
$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} m_{1}r_{1}^{2} + m_{2}l_{1}^{2} + I_{zzg_{1}} \\ m_{2}r_{2}^{2} + I_{zzg_{2}} \\ m_{2}l_{1}r_{2} \end{bmatrix}$$
(A.33)

とおくと、式(A.31)が成立することを確認できる。

付録 B

シミュレーションに用いたプログラム

B.1 マニピュレータの仕様

シミュレーションに使用した水平2自由度マニピュレータのモデルの外形図および物理 パラメータは図 B.1および表 B.1に示した通りである。

B.2 シミュレーションプログラム

この外形図をもとに機構解析プログラム「DADS」(CADSI 社)を用いて機構をモデル 化し、「SIMULINK」(Math Works 社)で解析可能なファイルに出力した。「DADS」で の作業画面を図 B.2に示す。なお、「DADS」では、「SIMLINK」での数値解析結果をアニ メーションとして見せることが可能であり、制御則の大まかな評価に有効である。

「SIMULINK」上にて制御則と前記の機構モデル、環境と人間のダイナミクスモデルを 組み込んだ制御ループを作成し、提案した制御則を適用した場合における機構モデルの応答 を数値解析した。「SIMULINK」でのブロック図はB.3に示す。ここで機構モデル、制御則、 環境モデル、人間のモデルはそれぞれ、dads3d、Controller、Environment、HumanForce で表されたブロックに実装されている。

これらのうち、マスタスレーブノミナル制御則、マスタスレーブロバスト制御則、環境 モデル、人間の力のモデルの内部プログラム (「MATLAB」(Math Works 社) のMファイ ル形式)を以下に添付する。



図 B.1: シミュレーションに使用したモデル

表 B.1: マニピュレータの物理パラメータ

リンクの物理パラメータ	マスタ		スレーブ	
	第1 リンク	第2 リンク	第1 リンク	第2 リンク
リンクの長さ (m)	$l_{m1} = 0.2$	$l_{m2} = 0.2$	$l_{s1} = 0.2$	$l_{s2} = 0.2$
関節から重心までの長さ (m)	$r_{m1} = 0.1$	$r_{m2} = 0.1$	$r_{s1} = 0.1$	$r_{s2} = 0.1$
リンクの質量 (kg)	$m_{m1} = 15$	$m_{m2} = 3$	$m_{s1} = 15$	$m_{s2} = 3$
慣性モーメント (kgm ²)	$I_{m_{ZZg1}} = 0.125$	$I_{m_{ZZg2}} = 0.025$	$I_{s_{ZZg1}} = 0.125$	$I_{s_{ZZg2}} = 0.025$



図 B.2: DADS の作業画面



図 B.3: SIMULINK ブロック図

マスタスレーブノミナル制御則 msnom.m

```
function [sys,x0,str,ts]=msnom(t,x,u,flag,l,k)
%
% マスタスレーブ リアプノフベース 公称制御
%
% この関数の入力情報
                              出力情報
  u(1)「fhx 人間からの力x成分」
                                  sys(1)「um1 M関節1トルク」
%
   u(2) 「fhy 人間からの力 y 成分」
                                  sys(2)「um2 M関節2トルク」
%
                                  sys(3)「us1 S関節1トルク」
   u(3) 「fex 環境への力 x 成分」
%
   u(4) 「fey 環境への力 y 成分」
                                  sys(4)「us2 S関節2トルク」
%
%
   u(5) 「qm1 M関節1角度」
%
   u(6)「qm2 M関節2角度」
   u(7) 「qm1, M関節1角速度」
%
   u(8)「qm2, M関節2角速度」
%
   u(9)「qm1', M関節1角加速度」
%
   u(10)「qm2', M関節2角加速度」
%
%
   u(11) <sup>r</sup>qs1
             S 関節 1 角度」
%
   u(12) <sup>r</sup>qs2
             S 関節 2 角度」
   u(13)「qs1, S関節1角速度」
%
%
   u(14)「qs2, S関節2角速度」
%
   u(15)「qs1', S関節1角加速度」
%
   u(16)「qs2', S関節2角加速度」
%を要素とする縦ベクトル
              % 初期化
if flag==0
   sys = [0, 0, 4, 16, 1, 1];
   % [連続状態数,離散状態数,出力数,入力数,直達項,サンプル時間数]
   str = [];
   x0 = [];
   ts = [0 \ 0];
              %出力
elseif flag==3
   qm = [u(5); u(6)]; dotqm = [u(7); u(8)]; ddotqm = [u(9); u(10)];
   qs = [u(11); u(12)]; dotqs = [u(13); u(14)]; ddotqs = [u(15); u(16)];
   Fh = [u(1); u(2)]; Fe = [u(3); u(4)];
   Lambda = [1 0; 0 1]; Kd = [k 0; 0 k];
```

```
L1m = 0.200; L2m = 0.200; \% r1m = 0.100; \% r2m = 0.100;
% m1m = 15.00; % m2m = 3.00; % I1m = 0.125; % I2m = 0.025;
L1s = 0.200; L2s = 0.200; \% r1s = 0.100; \% r2s = 0.100;
% m1s = 15.00; % m2s = 3.00; % I1s = 0.125; % I2s = 0.025;
%
% thetam = [ m1m*r1m^2+m2m*L1m^2+I1m; m2m*r2m^2+I2m; m2m*L1m*r2m ];
% thetas = [ m1s*r1s^2+m2s*L1s^2+I1s; m2s*r2s^2+I2s; m2s*L1s*r2s ];
thetam = [0.3950; 0.0550; 0.0600];
thetas = [0.3950; 0.0550; 0.0600];
dotzetam = dotqs - Lambda * ( qm - qs );
ddotzetam = ddotqs - Lambda * ( dotqm - dotqs );
sigmam = dotqm - dotzetam;
                                     % = -sigmas
dotzetas = dotqm - Lambda * ( qs - qm );
ddotzetas = ddotqm - Lambda * ( dotqs - dotqm );
sigmas = dotqs - dotzetas;
Ym = [ddotzetam(1)],
       ddotzetam(1)+ddotzetam(2) ,
       (2*ddotzetam(1)+ddotzetam(2))*cos(qm(2))
         -(dotqm(2)*dotzetam(2)+dotqm(1)*dotzetam(2)
         +dotqm(2)*dotzetam(1))*sin(qm(2))
       ;
       Ο,
       ddotzetam(1)+ddotzetam(2) ,
       ddotzetam(1)*cos(qm(2))+dotqm(1)*dotzetam(1)*sin(qm(2)) ];
Ys = [ ddotzetas(1) ,
       ddotzetas(1)+ddotzetas(2) ,
       (2*ddotzetas(1)+ddotzetas(2))*cos(qs(2))
         -(dotqs(2)*dotzetas(2)+dotqs(1)*dotzetas(2)
         +dotqs(2)*dotzetas(1))*sin(qs(2))
       ;
       ο,
       ddotzetas(1)+ddotzetas(2) ,
       ddotzetas(1)*cos(qs(2))+dotqs(1)*dotzetas(1)*sin(qs(2)) ];
```

```
Jmt= [ -L1m * sin(qm(1)) - L2m * sin(qm(1)+qm(2)) ,
       L1m * cos(qm(1)) + L2m * cos(qm(1)+qm(2))
       -L2m * sin(qm(1)+qm(2)),
       L2m * cos(qm(1)+qm(2)) ];
Jst= [ -L1s * sin(qs(1)) - L2s * sin(qs(1)+qs(2)) ,
       L1s * \cos(qs(1)) + L2s * \cos(qs(1)+qs(2))
       ;
       -L2s * sin(qs(1)+qs(2)) ,
       L2s * cos(qs(1)+qs(2)) ];
% 対称型
% sys = [ Ym * thetam - Kd * sigmam + Jmt * Fh ;
%
         Ys * thetas - Kd * sigmas - Jst * Fe];
% 力逆送型
\% sys = [ - Jst * Fe + Jmt * Fh ;
%
        Ys * thetas - Kd * sigmas + Jmt * Fh - Jst * Fe ];
% 力帰還型
% sys = [ (Jmt * Fh - Jst * Fe) + Jmt * Fh ;
%
         Ys * thetas - Kd * sigmas + Jmt * Fh - Jst * Fe ];
% リアプノフベース型
sys = [ Ym * thetam - Kd * sigmam - Jst * Fe + Jmt * Fh ;
        Ys * thetas - Kd * sigmas + Jmt * Fh - Jst * Fe ];
                 % エラー処理
else
    sys = [];
end
```

マスタスレーブロバスト制御則 msrob.m

function [sys,x0,str,ts]=msrob(t,x,u,flag,l,k) % % マスタスレーブ リアプノフベース ロバスト制御 % % この関数の入力情報 出力情報 u(1) 「fhx 人間からの力×成分」 sys(1)「um1 M関節1トルク」 % u(2) 「fhy 人間からの力 y 成分」 sys(2)「um2 M関節2トルク」 % u(3) 「fex 環境への力 x 成分」 sys(3)「us1 S関節1トルク」 % sys(4)「us2 S関節2トルク」 u(4) 「fey 環境への力y成分」 % % u(5) 「qm1 M関節1角度」 % u(6)「qm2 M関節2角度」 u(7) 「qm1, M関節1角速度」 % u(8)「qm2, M関節2角速度」 % % u(9) 「qm1', M関節1角加速度」 u(10)「qm2', M関節2角加速度」 % % u(11) ^rqs1 S 関節 1 角度」 % u(12) ^rqs2 S 関節 2 角度」 u(13)「qs1, S関節1角速度」 % % u(14)「qs2, S関節2角速度」 % u(15)「qs1', S関節1角加速度」 % u(16)「qs2', S関節2角加速度」 %を要素とする縦ベクトル % 初期化 if flag==0 sys = [0, 0, 4, 16, 1, 1];% [連続状態数,離散状態数,出力数,入力数,直達項,サンプル時間数] str = []; x0 = []; $ts = [0 \ 0];$ %出力 elseif flag==3 qm = [u(5); u(6)]; dotqm = [u(7); u(8)]; ddotqm = [u(9); u(10)]; qs = [u(11); u(12)]; dotqs = [u(13); u(14)]; ddotqs = [u(15); u(16)]; Fh = [u(1); u(2)]; Fe = [u(3); u(4)];Lambda = [1 0; 0 1]; Kd = [k 0; 0 k];epsilonm = 3; epsilons = 3;

```
L1m = 0.200; L2m = 0.200; \% r1m = 0.100; \% r2m = 0.100;
% m1m = 15.00; % m2m = 3.00; % I1m = 0.125; % I2m = 0.025;
L1s = 0.200; L2s = 0.200; \% r1s = 0.100; \% r2s = 0.100;
% m1s = 15.00; % m2s = 3.00; % I1s = 0.125; % I2s = 0.025;
%
% thetam = [ m1m*r1m^2+m2m*L1m^2+I1m; m2m*r2m^2+I2m; m2m*L1m*r2m ];
% thetas = [ m1s*r1s^2+m2s*L1s^2+I1s; m2s*r2s^2+I2s; m2s*L1s*r2s ];
% rho = norm([ m1m*r1m^2+(m2m+12)*L1m^2+I1m;
              (m2m+12)*r2m^{2}+(I2m+0.275);
              (m2m+12)*L1m*r2m ]);
thetam = [0.3950; 0.0550; 0.0600];
thetas = [0.3950; 0.0550; 0.0600];
rho = 0.5710;
dotzetam = dotqs - Lambda * ( qm - qs );
ddotzetam = ddotqs - Lambda * ( dotqm - dotqs );
sigmam = dotqm - dotzetam;
                                     % = -sigmas
dotzetas = dotqm - Lambda * ( qs - qm );
ddotzetas = ddotqm - Lambda * ( dotqs - dotqm );
sigmas = dotqs - dotzetas;
Ym = [ddotzetam(1)],
       ddotzetam(1)+ddotzetam(2) ,
       (2*ddotzetam(1)+ddotzetam(2))*cos(qm(2))
         -(dotqm(2)*dotzetam(2)+dotqm(1)*dotzetam(2)
         +dotqm(2)*dotzetam(1))*sin(qm(2)) ;
       Ο,
       ddotzetam(1)+ddotzetam(2) ,
       ddotzetam(1)*cos(qm(2))+dotqm(1)*dotzetam(1)*sin(qm(2)) ];
Y_s = [ddotzetas(1)],
       ddotzetas(1)+ddotzetas(2) ,
       (2*ddotzetas(1)+ddotzetas(2))*cos(qs(2))
         -(dotqs(2)*dotzetas(2)+dotqs(1)*dotzetas(2)
         +dotqs(2)*dotzetas(1))*sin(qs(2)) ;
       Ο,
       ddotzetas(1)+ddotzetas(2) ,
       ddotzetas(1)*cos(qs(2))+dotqs(1)*dotzetas(1)*sin(qs(2)) ];
```

```
Jmt = [-L1m * sin(qm(1)) - L2m * sin(qm(1)+qm(2))],
        L1m * cos(qm(1)) + L2m * cos(qm(1)+qm(2));
        -L2m * sin(qm(1)+qm(2)) , L2m * cos(qm(1)+qm(2)) ];
Jst = [-L1s * sin(qs(1)) - L2s * sin(qs(1)+qs(2))],
        L1s * \cos(qs(1)) + L2s * \cos(qs(1)+qs(2));
        -L2s * sin(qs(1)+qs(2)) , L2s * cos(qs(1)+qs(2)) ];
Xim = Ym' * sigmam; xim = norm(Xim);
Xis = Ys' * sigmas; xis = norm(Xis);
  if (xim > epsilonm) & ( xis > epsilons)
    sys = [ Ym*thetam-Kd*sigmam-Jst*Fe+Jmt*Fh-Ym*(rho/xim)*Xim ;
            Ys*thetas-Kd*sigmas+Jmt*Fh-Jst*Fe-Ys*(rho/xis)*Xis ];
  elseif xis > epsilons
    sys = [ Ym*thetam-Kd*sigmam-Jst*Fe+Jmt*Fh-Ym*(rho/epsilonm)*Xim ;
            Ys*thetas-Kd*sigmas+Jmt*Fh-Jst*Fe-Ys*(rho/xis)*Xis ];
  elseif xim > epsilonm
    sys = [ Ym*thetam-Kd*sigmam-Jst*Fe+Jmt*Fh-Ym*(rho/xim)*Xim ;
            Ys*thetas-Kd*sigmas+Jmt*Fh-Jst*Fe-Ys*(rho/epsilons)*Xis ];
  else
    sys = [ Ym*thetam-Kd*sigmam-Jst*Fe+Jmt*Fh-Ym*(rho/epsilonm)*Xim ;
            Ys*thetas-Kd*sigmas+Jmt*Fh-Jst*Fe-Ys*(rho/epsilons)*Xis ];
  end
                  % エラー処理
else
    sys = [];
```

end

環境モデルファイル env.m

```
function [sys,x0,str,ts]=env(t,x,u,flag,wall)
%
% 環境モデル
% An environment model for simuration
% filename = "env.m"
% FUJIWARA Masayuki 1998
%
%この関数の入力情報
                                出力情報
  u(1) 「xs 手先の位置×成分」
%
                                   sys(1)「Fex 環境への力x成分」
 u(2)「 ys 手先の位置 y 成分 」
                                   sys(2)「Fey 環境への力y成分」
%
% u(3)「xs<sup>,</sup> 手先の速度 x 成分」
% u(4)「ys<sup>,</sup> 手先の速度 y 成分」
% u(5)「xs', 手先の加速度 x 成分」
% u(6)「ys<sup>1</sup>, 手先の加速度 v 成分」
% を要素とする縦ベクトル
if flag==0
              % 初期化
   sys = [0, 0, 2, 6, 1, 1];
   % [連続状態数,離散状態数,出力数,入力数,直達項,サンプル時間数]
   str = [];
   x0 = [];
   ts = [0 \ 0];
elseif flag==3
             % 出力
   m = 0; d = 0; k = 0;
 if wall == 1
   if (u(2)+1.0) < - 0.1 % スレーブの左(Y軸負方向) 0.1m に壁
       k=200;
   end
 end
sys = [m * u(5) + d * u(3) + k * (u(1)-0.2) ;
       m * u(6) + d * u(4) + k * (u(2)+1.0+0.1) ];
               % エラー処理
else
   sys = [];
end
```

マスタを操作する人間の力のモデル human.m

function [sys,x0,str,ts]=human(t,x,u,flag) % % マスタの手先初期位置制御 (PD制御) % FUJIWARA Masayuki 1998 % % この関数の入力情報 出力情報 u(1) 「xm 手先の位置×成分」 sys(1)「Fhx 人間の力×成分」 % u(2) 「 ym 手先の位置 y 成分 」 sys(2)「Fhy 人間の力y成分」 % % u(3)「xm¹ 手先の速度 x 成分」 u(4) 「ym[,] 手先の速度 y 成分」 % % u(5)「xm[,], 手先の加速度 x 成分」 % u(6)「ym¹, 手先の加速度 y 成分」 %を要素とする縦ベクトル if flag==0 % 初期化 sys = [0, 0, 2, 6, 1, 1];% [連続状態数,離散状態数,出力数,入力数,直達項,サンプル時間数] str = []; x0 = []; ts = [0 0]; elseif flag==3 % 出力 xd = 0.2; dxd = 0;yd = 0.2 * cos(2*t); dyd = -0.4 * sin(2*t); KP = [1000, 0; 0, 1000]; KD = [2000, 0; 0, 2000];P = [u(1)-xd ; u(2)-yd]; D = [u(3)-dxd ; u(4)-dyd];sys = -KP * P - KD * D;% エラー処理 else sys = []; end