JAIST Repository
https://dspace.jaist.ac.jp/

Title	左線形項書換え系の合流条件について
Author(s)	松本，利雅
Citation	
Issue Date	2000-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/1355
Rights	
Description	Supervisor:外山 芳人，情報科学研究科，修士

JAIST
JAPAN
ADVANCED INSTITUTE OF
SCIENCE AND TECHNOLOGY

Japan Advanced Institute of Science and Technology

左線形項書換え系の合流条件について

松本 利雅

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

2000 年 2 月 15 日

キーワード： 項書換え系, 左線形, 合流性, 危険対, 合流条件.

本論文では、左線形項書換え系（Term Rewriting System:TRS）の合流条件について考察する。合流性の判定基準として、書換え規則の重なりから作られる危険対が多くの場合もちいられる。左線形 TRS の合流条件には、危険対にもとづいた合流条件と拡張した危険対にもとづいた合流条件がある。通常の危険対にもとづいた合流条件は、合流性の判定は容易であるが、判定能力が低い。一方、拡張した危険対にもとづく合流条件は、合流性の判定の容易さに欠ける。本研究の目的は、通常の危険対にもとづいた合流条件の判定の容易さと、拡張した危険対にもとづいた合流条件の判定能力の高さを合わせもつ合流条件を提案することである。

1 研究の背景

TRS は等式論理にもとづいて構成され、等式を方向づけすることによって得られる書換え規則の集合として定義される。等式論理との違いは、TRS では、書換え規則の左辺を右辺に置き換えることはできるが、その逆の置き換えはできないことである。このことは、等式による計算という面を強調している。例えば、等式論理では $1+2=3$ であり、逆に $3=1+2$ と書くこともできる。しかし、計算するということを考えると、$1+2 \to 3$ のように $1+2$ が 3 になると見た方が自然である。$1+2 \to 3$ は、まさに 1+2 を 3 に置き換える書換え規則である。一般的には、項の書換えは、与えられた項の部分項と書換え規則の左辺をマッチングさせ、その部分項を書換え規則の右辺に置き換えることで行われる。等式を方向付けすることによって、自然な計算モデルを得ることができる。そのために、TRS はプログラム変換、定理自動証明、関数型言語の計算モデルとして広く応用されている。

Copyright © 2000 by Toshimasa Matsumoto

TRS の重要な性質の１つに合流性がある。合流性は書換えの過程によらず解の一意性を保証する性質である。合流性は、非決定的な計算の解の一意性を保証し、等式の成立の有無を決定可能にするため、関数型言語や定理自動証明などにおいて重要な役割を果たしている。しかし、合流性は一般に決定不可能であり、合流性を保証するためのさまざまな十分条件が知られている。これらの十分条件においては、TRS が合流性をもつかどうかの判定に危険対が一般にもちいられる。TRS が停止性をもつ場合、合流性を保証する必要十分条件は危険対が合流することである。TRS が停止性をもたない場合、左線形であり、書換え規則の重なりがなければ、合流性が保証される。しかし、書換え規則の重なりがある場合、たとえ危険対が合流しても TRS が合流性をもたない場合がある。そのため、さまざまな合流条件が提案されている。

代表的な合流条件は、1980 年に Huet によって示され、危険対が並列書換えによって合流することで左線形 TRS の合流性を保証する条件である。1988 年には外山によって Huet の条件は、危険対のルート重なりの場合を詳細に解析することで拡張された。1997 年には Vincent によって、Huet と外山の合流条件は、並列書換えを含む展開書換えをもちいて拡張された。また 1998 年には、大山口、太田によって書換えポジションに対する制約をもつ合流条件が提案された。一方で、並列書換えや展開書換えによって危険対を拡張した並列危険対や多重危険対が提案され、それにもとづく合流条件も提案されている。並列危険対にもとづく合流条件は 1981 年に外山によって示され、1998 年には奥居によって多重危険対にもとづく合流条件が示された。拡張した危険対にもとづく合流条件では、通常の危険対よりもゆるい合流方法をもちいる。このため、通常の危険対では判定が困難な TRS の合流性を判定できる場合があり、一般には合流性の判定能力が高くなっている。しかし、拡張した危険対は一般に通常の危険対よりも多く存在する。そのことによって、判定の容易さが失われる。

2　研究の成果

本研究では、通常の危険対にもとづいた合流条件を提案した。提案した独立極大合流条件は、危険対の合流方法に関して、並列危険対と同様の方法をもちいる。したがって、従来知られている通常の危険対にもとづいた合流条件のなかで、危険対の合流方法に関しては最もゆるい条件となっている。さらに、通常の危険対をもちいるので、拡張した危険対よりも少ない危険対を調べるだけで合流条件の判定が可能である。しかし、独立極大合流条件は書換えポジションに対する制約をもつ。この制約が証明の中で本質的な役割を果していることを具体的な反例を通して明らかにした。

独立極大合流条件においては、極大の重なり独立ポジションの集合を考える。そのポジションの集合は、危険対をもつポジションの外側に出現するすべての変数ポジションを含むことが不可欠である。結果的に、その制約は独立極大合流条件を満たす TRS を非常に制限する。

いくつかの例を考察すると、拡張した危険対にもとづいた合流条件を適用できない場

合でも、本結果を満たす TRS があることがわかる。次に TRS R_1 を挙げる（奥居 1998 年)。R_1 は多重危険対にもとづいた合流条件を満たさないが、並列危険対にもとづいた合流条件と本結果を満たす。

$$R_1 = \left\{ \begin{array}{rcl} f(g(g(x))) & \to & a \\ f(g(h(x))) & \to & b \\ f(h(g(x))) & \to & b \\ f(h(h(x))) & \to & c \\ g(x) & \to & h(x) \\ a & \to & b \\ b & \to & c \\ c & \to & c \end{array} \right.$$

R_1 は多重危険対 $\langle a, f(h(h(x)))\rangle$ をもつが、その多重危険対は展開書換えによって合流しない。しかし、本結果を R_1 に適用する際、多重危険対を調べる必要はない。また R_1 の関数記号はすべて 1 引数関数なので、独立極大合流条件の書換えポジションに対する制約を満たす。したがって、本結果から R_1 は合流性をもつ。