

Title	Memory Constrained Algorithms for Geometric Problems
Author(s)	小長谷, 松雄
Citation	
Issue Date	2016-06
Type	Thesis or Dissertation
Text version	ETD
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10119/13719">http://hdl.handle.net/10119/13719</a>
Rights	
Description	Supervisor:上原 隆平, 情報科学研究科, 博士

氏 名	小長谷 松 雄
学 位 の 種 類	博士(情報科学)
学 位 記 番 号	博情第 345 号
学 位 授 与 年 月 日	平成 28 年 6 月 24 日
論 文 題 目	Memory Constrained Algorithms for Geometric Problems (計算幾何学問題に対する省メモリアルゴリズム)
論 文 審 査 委 員	主査 上原 隆平 北陸先端科学技術大学院大学 教授
	石原 哉 同 教授
	平石 邦彦 同 教授
	面 和成 同 准教授
	徳山 豪 東北大学 教授

## 論文の内容の要旨

Due to recent advancement of technologies of CPU and memory grow in recent years, a lot of problems could be solved by using a large memory space.

However, the constraint of using limited memory spaces also can be required in process on small devices such as digital cameras and cellular phones, because of their volume restriction.

In our study on memory constrained algorithms, we define our computation model as follows:

The memory space in which every stored item is allowed to be read, overwritten is called as the work-space.

We use a standard random access machine, so that invoking an item in a memory space takes in constant time.

We assume that input data is stored in a read-only array. Thus, no reordering and overwriting to the array are possible.

In this paper, we proposed memory constrained algorithms for geometric problems as follows.

First, we consider computing a farthest-point Voronoi diagram using work-space of size  $O(\log n)$  bits.

Given set  $S$  of  $n$  points in a plane, a farthest-point Voronoi diagram is the partition of the plane into regions,

such that each region is the set of points of the region that has a common point as the farthest point in  $S$  from them.

Using only work-space of size  $O(\log n)$  bits is the most strict constraint in our computation model, since at least  $\log n$  bits are necessary for the work-space to distinguish  $n$  data from each other.

We call algorithms designed under such memory constraint as constant work-space algorithms.

The algorithm for the Voronoi diagram can have quite simple implementation and also runs in reasonable running time.

Moreover, we also consider the problem of finding the smallest enclosing circle for given points which is the problem is one of fundamental geometric problems.

We present an algorithm for finding the smallest enclosing circle using constant work-space.

Next, we turn to the Depth-First Search (DFS), which is a basic algorithm in many areas, using  $O(n)$  bits work-space.

The  $O(n)$  bits space is sublinear in the input size, since  $O(n \log n)$  bits are required to represent  $n$  inputs.

Typically, the sublinear work-space for an input size was the model when memory constrained algorithms were invented.

If the work-space of size  $O(n \log n)$  bits is available, DFS can be implemented easily by using stack data structure.

The advantage of the stack is that can find the next vertex to be visited in constant time.

To find such a vertex without  $O(n \log n)$  bits stack, all vertices are maintained by four colors instead of  $\log n$  bits.

Third, we provide an adjustable work-space algorithm for the segment intersection problems.

Roughly speaking, the model of an adjustable work-space algorithm can perform with work-space of an arbitrary size between  $O(1)$  and  $O(n)$  words.

Given  $n$  line segments in a plane, we invent adjustable work-space algorithms for detecting a segment intersection and for reporting all pairs of intersecting line segments.

Specially, algorithm of detecting a segment intersection is practical, which means that no complicated data structure is needed in the algorithm.

We also obtain practical algorithms of reporting segment intersecting pairs for input of  $c$  slopes line segments in which the input has at most  $c$  different slopes.

In general, however, the number of line slopes can be  $n$ .

In this case, we have to use a sophisticated data structure.

Finally, we give polynomial-time algorithms for subgraph isomorphism problems for small graph classes of perfect graphs.

This work comes from on the way that we try to design memory constrained algorithms for geometric graphs.

Although this work is out of the framework of memory constrained algorithms, we include into this paper as a future topics.

Key words:

Computational geometry, Algorithms, Memory constrained algorithms, Space-Time tradeoffs

## 論文審査の結果の要旨

本博士論文で小長谷松雄氏は、使用できる記憶領域を限定したアルゴリズムについての研究を行っている。コンピュータに搭載されるメモリは年々増加し、価格も下がっているが、例えば携帯型のデバイスや大量のデータを扱う際など、使用できる記憶領域が相対的に限られる場合は常にあり、こうした状況に応じたアルゴリズムはいつでも必要である。理想的には、環境に応じて使用する記憶領域を動的に調整できるアルゴリズムが望ましいが、前もって限定した範囲内でも確実に動作するアルゴリズムを開発することも重要である。小長谷氏は計算幾何の基本的な問題に対してこうした観点から研究に取り組み、一連の結果を得て、それを博士論文にまとめたものである。具体的には最遠点ボロノイ図を求める問題と、深さ優先探索アルゴリズム、線分交差問題に対して記憶領域に制約のあるアルゴリズムを開発した。記憶領域の制約については、動的に対応できるものもあれば、前もって固定する必要があるものもある。またある種のグラフクラスに対して、部分グラフ同型性判定問題に対する新しい多項式時間アルゴリズムを開発した。この問題については、記憶領域を制限したアルゴリズムまでは達成できなかったものの、そもそも多項式時間アルゴリズムがあるかどうかもわかっていなかった問題であり、そういう意味での新規性は高く評価できる。

本論文の最大の特徴は、記憶領域に制限がついた新しい計算モデルを深く研究し、ごく基礎的な問題について新たな成果をいくつも出した点にある。基礎的な問題は、他の多くの問題を解く上での基本的なツールであり、その新規性と貢献度は大きい。例えば本論文では、限られた記憶領域で深さ優先探索を行うアルゴリズムを提案しているが、深さ優先探索はコンピュータサイエンスの基礎中の基礎であり、あらゆる探索問題で使うことができる。こうした幅広い応用をもつ基本的な問題において、新たなアルゴリズムを開発したことの意義は大きい。先駆的であり、そこには独創的なアイデアがある。このアルゴリズムで考案されたアイデアは今後、同種の問題を解くときの基本的な解法の一つとなろう。

以上、本論文は、記憶領域を制限した計算モデルについて研究し、いくつもの有用なアルゴリズムを新規に開発したものであり、学術的に貢献するところが大きい。よって博士（情報科学）の学位論文として十分価値あるものと認めた。