

Title	等高線表現に基づく画像の補間
Author(s)	増田, 将宣
Citation	
Issue Date	2001-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/1448
Rights	
Description	Supervisor:浅野 哲夫, 情報科学研究科, 修士

修 士 論 文

等高線表現に基づく画像の補間

指導教官 浅野哲夫 教授

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報処理学専攻

増田 将宣

2001 年 2 月 15 日

要 旨

近年のマルチメディア機器の発展により，画像をコンピュータ上で処理する機会が非常に増えた．そのような処理の中に画像の拡大縮小といったサイズ変換の処理がある．従来用いられてきた方法では高倍率時に画像がぼやけるなどの問題があった．そのため新たな方法の開発が望まれている．

本論文では，デジタル画像のサイズ変換処理における従来法の調査を行う．次に本研究で用いている画像の等高線表現の特徴，従来法との違いについて述べる．さらに，等高線の制約条件を満たしつつ，スプライン曲線で滑らかに近似を行うために，CHANNEL問題の解法について説明する．そして，この方法を用いて等高線を近似する方法を提案し，画像の拡大実験とその結果についての考察を述べる．

目 次

1	はじめに	1
1.1	本研究の背景と目的	1
1.2	本論文の構成	3
2	画像補間の技法	4
2.1	局所的特徴に基づく補間法	4
2.1.1	ニアレストネイバー法	4
2.1.2	バイリニア法	5
2.1.3	バイキュービック法	7
2.2	大域的特徴に基づく補間法	9
2.2.1	画像の自由曲面表現による方法	9
3	画像の等高線表現	11
3.1	画像の等高線表現	11
3.2	等高線を求めるアルゴリズム	12
4	等高線近似アルゴリズム	14
4.1	近似等高線の制約条件	15
4.2	B スプライン表現によるスプライン関数	16
4.3	CHANNEL 問題	18
4.4	等高線近似	20
5	実験結果と考察	22
5.1	実験に用いた画像	22
5.2	単一等高線画像の拡大	22
5.3	標準画像の拡大	24

5.4	考察	25
6	おわりに	28
6.1	まとめ	28
6.2	今後の課題	29

図 目 次

2.1	ニアレストネイバー法による画像の拡大	5
2.2	バイリニア法	6
2.3	バイリニア法による画像の拡大	7
2.4	バイキュービック法	8
2.5	バイキュービック法による画像の拡大	9
3.1	従来の等高線表現	12
3.2	画素間を通る等高線表現	12
3.3	画素の連結性	13
3.4	等高線の生成	13
4.1	等高線形状による拡大画像の違い	14
4.2	CHANNEL 問題	15
4.3	内側と外側の境界線	16
4.4	スプラインの包絡線	18
5.1	標準画像	23
5.2	原画像	23
5.3	Bride の拡大画像の一部	26
5.4	Harbor の拡大画像の一部	27

第 1 章

はじめに

近年のマルチメディア機器の発展により，画像をコンピュータ上で処理する機会が非常に増えてきた．そのような処理の中に画像を任意の解像度に拡大縮小する処理がある．現在主に使われているのはバイキュービック法などの画像の局所的な特徴をもとに拡大する方法である．これらの方法では拡大率が高い場合に画像がぼやけてしまうといった問題点があった．そこで本研究では画像の等高線表現による計算幾何学的手法 [1] を用いて処理する方法を用いる．特にスプライン曲線で滑らかに近似した等高線を用いた方法を提案し，実験によりその有効性を検証した，

1.1 本研究の背景と目的

近年マルチメディア機器の発展により，パソコンで画像をデジタル処理することが容易になり，その機会も増えた．またプリンタの性能の向上により，より解像度の高い，高精彩な画像を印刷することが可能となった．

印刷に用いられるデータがアナログの時代はスキャナの読み出しと書き込みのサンプリング間隔を所望の倍率に変化させる方法が使われてきた．現在のようにデータがデジタルで処理される場合には，DTP(Desktop Publishing) ソフトを使い画像データをそのままコンピュータ上で処理できるようになった．その結果，DTP ソフトが色補正やサイズ変換を行うようになった．

印刷に用いるデジタル画像は印刷物上でのサイズに合わせて，拡大や縮小のサイズ変換画必要になる．プリンタの性能が向上したことにより印刷可能な画像の解像度が上がったが，その解像度で印刷するにはそれに合わせた解像度のデータが必要である．入力データ自体が高解像度ならば問題は無いが，解像度が高くなるほどデータ量も大きくなってし

まうという問題がある．従って，容量やその他の問題により高解像度のデータが用意できない場合には，画像の拡大処理は非常に重要となる．

現在 DTP で盛んに用いられている画像の拡大方法はニアレストネイバー法，バイリニア法，バイキュービック法 [2] である．いずれの方法も画像の局所的な特徴を用いて増加した画素を補間している．ニアレストネイバー法では拡大率が大きくなるにつれてジャギー（ギザつき）が目立つようになる．また，バイリニア法とバイキュービック法は拡大率が大きくなるにつれて画像がぼやけてしまう．このように現在主に用いられている拡大方法では良い画質の拡大画像を得ることは困難である．したがってより良い画質の拡大画像が得られる手法の開発が望まれている．

従来のような画像全体の大域的な構造を無視した局所的な補間法では，計算が容易であるが，画質の向上には限界がある．そこで画像の局所的な特徴だけでなく，画像の大域的な特徴に基づいて補間する方法について考える必要がある．画像の大域的な特徴に基づいた補間法もすでに開発されていて，例えば画像を自由曲面としてとらえ、その曲面を B スプライン曲面で表現して画像を拡大する方法 [3] などがある．しかし，これらの方法でも計算が困難であったり，振動が現れてしまうなどの問題がある．

そこで，本研究では画像の等高線表現に注目する．画像の等高線表現は画像を地形図のようにとらえ，画像の全体的な構造で表現している．そのため，図形の幾何学的構造を反映した補間法の開発が可能である．等高線表現による補間では等高線の形状に基づいて画素を埋めていく．そのため，等高線の形状が画質において重要な要素となっている．従って，滑らかな画像を得るには，滑らかな等高線が必要である．画像の拡大に用いる場合には，拡大後の等高線の形状が滑らかであれば，滑らかな拡大画像が得られる．しかし，等高線をそのまま拡大してしまうと，拡大後の等高線は滑らかなものにはならない．そこで，等高線の近似が必要になってくる．

本研究ではスプライン関数を用いて等高線の近似を行う方法の開発を試みた．スプライン関数は，多項式を何らかの連続条件を満たすように接続した区分的多項式である．スプライン（spline）とは，プロットされた点（またはその近く）を通る滑らかな曲線を描くために用いられる自在定規を意味する．スプライン関数のグラフが，自在定規によって描かれる曲線（区分的な曲線）に似ていることからこの名がある．スプライン関数は多くの分野で利用されている [4][5]．応用数学や数値解析では，補間，数値微分，数値積分，関数近似などに用いられる．スプライン関数は，一般に，多項式比べて振動が少ないので，補間や数値微分には良く用いられる．また，スプライン関数が利用される分野の一つに，計算機による曲線や曲面の設計がある．これは CAD（Computer Aided Design）の一種であるが，論理設計（CALD，Computer Aided Logical Design）と区別して，GAGD

(Computer Aided Geometric Design) と呼ばれている .

以上のような背景から , 本研究ではスプライン関数を用いて近似した等高線に基づいて画像の拡大を行い , 滑らかな拡大画像を得る手法の実現を試みた .

1.2 本論文の構成

本論文の構成は以下のとおりである . 2 章では従来の画像拡大方式の原理と問題点について述べる . 3 章では本研究の画像の等高線表現の特徴 , および画像の等高線の生成方法について述べる . 4 章では 3 章で述べた等高線表現に基づいて生成した等高線を近似する方法について述べる . 5 章では 4 章で述べた方法に基づいた画像の拡大実験について説明し , 結果を考察する . 6 章は本研究のまとめとする .

第 2 章

画像補間の技法

デジタル画像では画素は正方格子上に並んでおり，画像は各画素の階調（濃淡レベル）の行列形式で表せる．グレースケール（濃淡）画像の場合，縦のサイズ h × 横のサイズ w の画像は $h \times w$ の 2 次元配列で表せる．

画像の拡大を行う（解像度を高くする）と画素数が増え，増加した新しい画素には新たに階調値を与える必要がある．この増加した画素（補間画素）に与える階調値を原画像の画素の階調値から計算することを階調補間という．補間方法には大別して 2 つの方法がある．1 つ目の方法では画像を 2 次元の配列と見なし，補間画素周辺の局所的な画素の階調値をもとに補間を行う．この方法は現在主に用いられているが，拡大率が上がると画像のぼやけが目立つなどの問題がある．2 つ目の方法ではこの問題を解決するため，画像を自由曲面や地形図と見なし，画像の大域的な特徴を元に補間を行っている．

2.1 局所的特徴に基づく補間法

局所的特徴に基づく補間法としては，ニアレストネイバー法，バイリニア法，バイキュービック法などが挙げられる．どの方法も補間画素周辺の局所的な画素の階調値から補間画素の階調値を求めるもので，画像の輪郭にジャギーが現れたりぼやけたりしてしまう．

2.1.1 ニアレストネイバー法

原画像の画素をそのまま自然数倍する方法で，最近接点割り当て（nearest neighbor assignment），最近内挿法（nearest neighbor interpolation）とも呼ばれる．例えば， 2×2 の原画像を 4×4 の画像に拡大するには，原画像の各画素を同じ階調値の 2×2 画素に拡大す

れば良い．同様に $2n \times 2n$ の画像に拡大するには，原画像の各画素を同じ階調値の $n \times n$ 画素に拡大すれば良い．

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

この方法の利点は，オリジナル画像データを壊さず，アルゴリズムが簡単なことである．しかし，画素をそのまま拡大しているので拡大率が大きくなるにつれてエッジ部でのジャギーが目立つようになってしまう（図 2.1）．

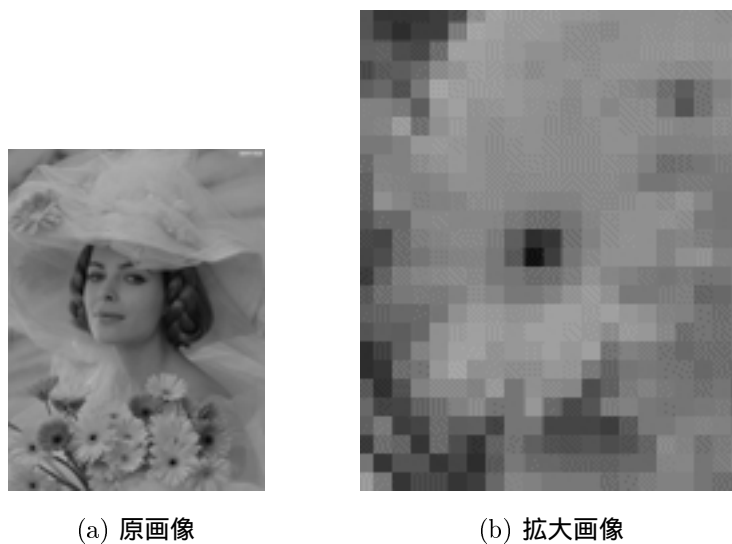


図 2.1: ニアレストネイバー法による画像の拡大

2.1.2 バイリニア法

線形補間（linear interpolation）などとも呼ばれる．補間画素の周囲 4 つの画素の階調値から線形近似によって補間がその階調値を求める方法である（図 2.2）．

画素が左上を原点とする xy 平面に並んでいると見なし，座標 (x, y) の画素の階調値 $g(x, y)$ を xyz 空間における高さ $z = g(x, y)$ と考える．画像を k 倍に拡大するとき，補間

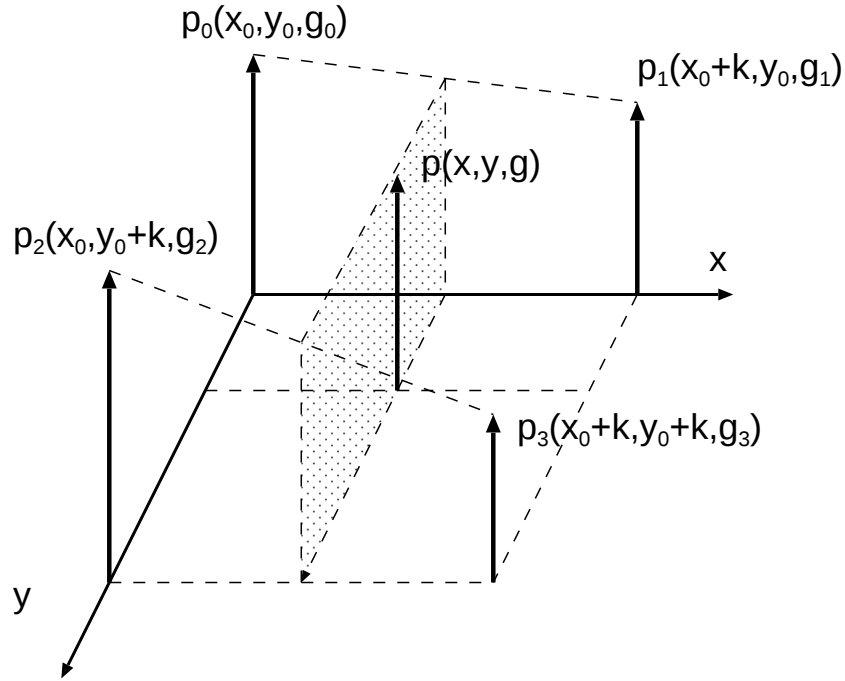


図 2.2: バイリニア法

画素 $p(x, y)$ に最も近い 4 つの画素は

$$\begin{aligned} p_0(x_0, y_0, g_0), \quad p_1(x_0 + k, y_0, g_1), \\ p_2(x_0, y_0 + k, g_2), \quad p_3(x_0 + k, y_0 + k, g_3) \end{aligned}$$

とおける．ただし，

$$x_0 = \lfloor \frac{x}{k} \rfloor k, \quad y_0 = \lfloor \frac{y}{k} \rfloor k$$

である．点 $(x, y, 0)$ を通り、 x 軸と直交する平面が直線 p_0p_1, p_2p_3 と交差する点を求め、この 2 点を通る直線と y 軸に垂直で点 $(x, y, 0)$ を通る平面との交点を求める．交点の z 座標は

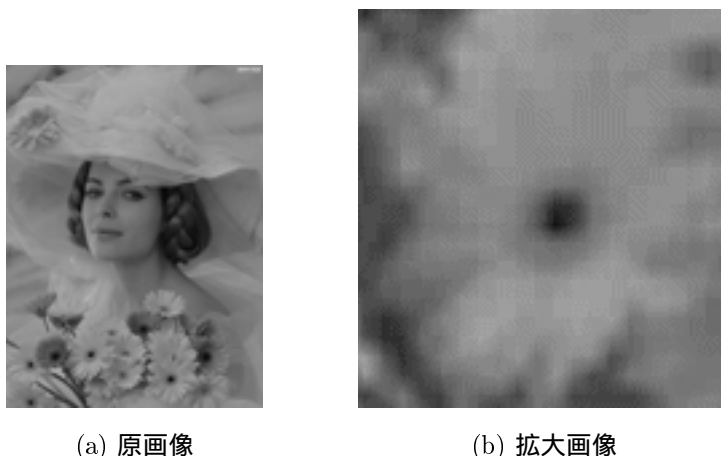
$$g = stg_0 + (1-s)tg_1 + s(1-t)g_2 + (1-s)(1-t)g_3$$

となり、これを座標 (x, y) の画素の階調値とする．ただし、

$$\begin{aligned} \frac{s}{1-s} &= \frac{(x_0 + k) - x}{x - x_0} \\ \frac{t}{1-t} &= \frac{(y_0 + k) - y}{y - y_0} \end{aligned}$$

である．

この方法では、頂点系列で表現された平均化により図形の境界が滑らかになる効果があるが、オリジナルデータは壊れ、図形の境界線がぼやけてしまう．さらに、拡大倍率が大きくなると補間される画素の数が原画像の画素数よりもはるかに多くなる．そのため、拡大倍率が大きくなるに従い、階調の平均化、すなわち画像のぼやけが顕著になってしまう（図 2.3）．



(a) 原画像

(b) 拡大画像

図 2.3: バイリニア法による画像の拡大

2.1.3 バイキュービック法

キュービックコンボリューション (cubic convolution) とも呼ばれる．補間画素の周囲 16 個の画素の階調値から 3 次補間関数を用いて補間画素の階調値を計算する方法である（図 2.4）．

原画像の画素を

$$\begin{aligned} & p_{00}(x_0, y_0, g_{00}), \quad p_{10}(x_1, y_0, g_{10}), \quad p_{20}(x_1, y_0, g_{20}), \quad p_{30}(x_3, y_0, g_{30}), \\ & p_{01}(x_0, y_1, g_{01}), \quad p_{11}(x_1, y_1, g_{11}), \quad p_{21}(x_1, y_1, g_{21}), \quad p_{31}(x_3, y_1, g_{31}), \\ & p_{02}(x_0, y_2, g_{02}), \quad p_{12}(x_1, y_2, g_{12}), \quad p_{22}(x_1, y_2, g_{22}), \quad p_{32}(x_3, y_2, g_{32}), \\ & p_{03}(x_0, y_3, g_{03}), \quad p_{13}(x_1, y_3, g_{13}), \quad p_{23}(x_1, y_3, g_{23}), \quad p_{33}(x_3, y_3, g_{33}) \end{aligned}$$

とする．ただし、 $g_{k,l}$ は画素 (x_k, y_l) の階調値を表すものとする．また補間画素を $p(x, y, g)$ とする．

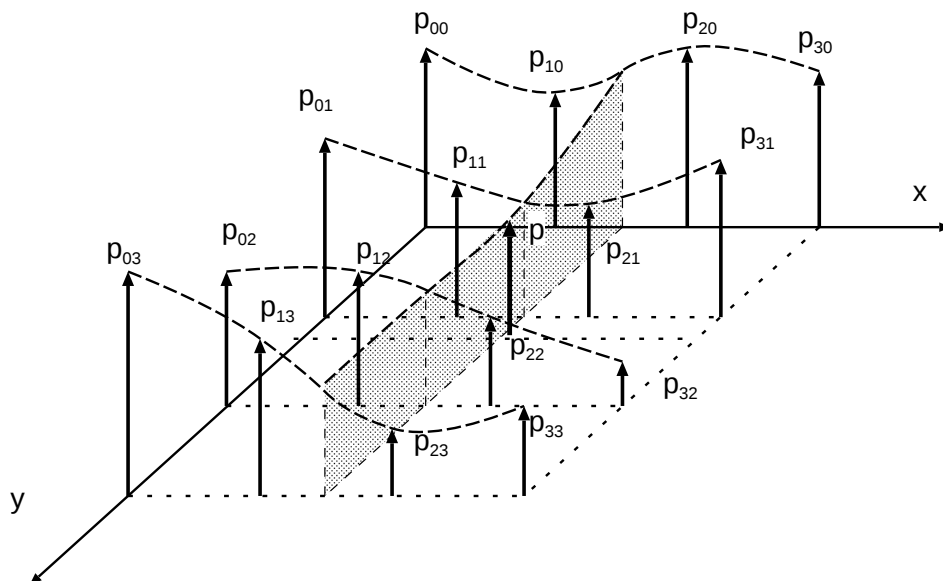


図 2.4: バイキュービック法

まず、平面 $y = 0$ 上で 4 点 $p_{00}p_{10}p_{20}p_{30}$ を通る曲線を求める．同様に、 $p_{01}p_{11}p_{21}p_{31}$, $p_{02}p_{12}p_{22}p_{32}$, $p_{03}p_{13}p_{23}p_{33}$ を通る曲線も求める．次に、点 p を通り x 軸に垂直な平面とこの 4 本の曲線との 4 つの交点を求める．そして、この 4 つの交点を通る曲線を求め、点 p を通り y 軸に垂直な平面とこの曲線との交点の z 座標が求める階調値 g となる．これらは以下のような 3 次式で表現できる．

$$g = \begin{pmatrix} C(y_0 - y) & C(y_1 - y) & C(y_2 - y) & C(y_3 - y) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{00} & g_{10} & g_{20} & g_{30} \\ g_{01} & g_{11} & g_{21} & g_{31} \\ g_{02} & g_{12} & g_{22} & g_{32} \\ g_{03} & g_{13} & g_{23} & g_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C(x_0 - x) \\ C(x_1 - x) \\ C(x_2 - x) \\ C(x_3 - x) \end{pmatrix}$$

ただし、関数 $C(x)$ は

$$C(x) = \sin(\pi x)/(\pi x) \approx \begin{cases} 1 - 2|x|^2 + |x|^3 & 0 \leq |x| < 1 \\ 4 - 8|x| + 5|x|^2 - |x|^3 & 1 \leq |x| < 2 \\ 0 & 2 \leq |x| \end{cases}$$

によって定義される．これは標本化定理で現れる関数の多項式近似である．

バイキュービック法では、平滑化効果によりジャギーは消え、鮮鋭化効果でバイリニア法ほどには画像がぼやけない．しかし、局所的な処理であることには変わらず、拡大率が

大きくなるほど画像はぼやけてしまう．また、画像に不自然な模様が現れてしまう（図 2.5）．

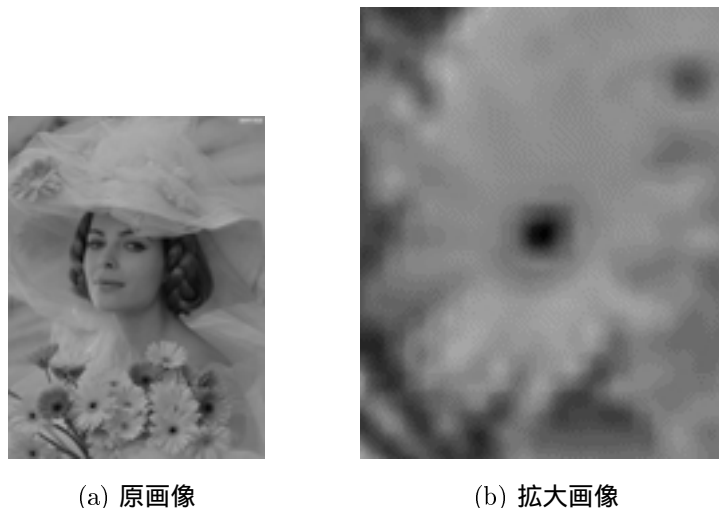


図 2.5: バイキュービック法による画像の拡大

2.2 大域的特徴に基づく補間法

局所的な補間では画像がぼやけるなどの問題があった．そこで、画像を曲面や地形図として表現することにより、大域的に補間する方法について考える．ここでは例として自由曲面を用いて補間画素の階調値を求める方法について述べる．

2.2.1 画像の自由曲面表現による方法

原画像にある格子点をもとに画像を曲面の形に表現し、それに基づいて任意の地点の階調値を求める方法である．

土屋の方法 [3] では画像データを 3 次元ユークリッド空間内の点集合とみなし、この点集合を通る自由曲面を B スプライン曲面で滑らかに表現してから画像の拡大を行っている．

画像を単一の B スプライン曲面で表すと、次数が上がり不要な曲面の振動が多くなってしまう．そこで、局所的に次数の小さな曲面を定義し、その全体を 1 つの曲面としている．画素のデータ点を通る B スプライン曲面を求めるためには、逆行列を利用する方法とデータ点を制御点として利用する方法がある．逆行列を利用する方法では B スプライン曲面

の次数を上げると、輪郭のぼやけは少なくなるが境界周りでの振動が多くなってしまう．データ点を制御点とする方法では次数が大きくなるにつれ滑らかになるが、大きすぎると輪郭がぼやけてしまう．どちらの方法も滑らかさと輪郭の鮮鋭さを両立するのは困難である．しかし、輪郭の鮮鋭さでは逆行列法、滑らかさでは制御点法が優れている．そこで、両者の利点を生かすため、原画像データを双一次補間で表し、その曲面上に新たなデータ点を増やし、これを制御点法を使い自由曲面で表現する方法を提案している．

第 3 章

画像の等高線表現

画像の等高線表現では、画像の各画素の階調値（明るさ、濃淡レベル）をその位置の標高と見なし、各標高から等高線を構成し、画像をその等高線の集合で表現している。ここでは各画素の階調値が i 以上の領域と、各画素の階調値が i 未満の領域との境界線を階調値 i の等高線としている。このことにより、画像を地形図のようにとらえることができる。本章では従来用いられてきた等高線が画素の中心を通る表現方法と、今回用いた等高線が画素と画素の間を通る方法について述べ、さらに今回用いた方法で等高線を抽出方法に就いて述べる。

3.1 画像の等高線表現

画像の境界線や等高線に関しては、以前から様々な研究がなされてきた。これらの研究では等高線は画素の中心を通るものとされている [9]。しかし、この方法では拡大処理を行うにあたり、好ましくない状況が起きる場合がある。最も単純な例を挙げると、ある領域が 1 つの画素しか含まない場合がある。この場合この領域は等高線で囲まれず、面積がなくなってしまう。そのため拡大処理を行うことが出来なくなってしまう。このような例を図 3.1 で示す。

階調値 1 以上の領域については等高線で囲まれ、面積を持つので拡大することが出来る。しかし、右上の階調値 2 以上の領域は画素が 1 つしかないため、点で表され、面積を持たなくなってしまう。このような領域は拡大しても面積が変わらず、拡大することが出来ない。

以上のことを考慮し、本研究では等高線は画素と画素の間を通るものとしている。このようにすれば、仮に 1 画素の領域であっても等高線で囲むことが出来る。従って、面積を

0	0	1	1	2
0	0	1	1	1
0	0	0	0	0
1	1	0	0	0
1	1	0	0	0

図 3.1: 従来の等高線表現

持ち，拡大処理を行うことが出来る．図 3.1 の例を本手法で行った場合を図 3.2 に示した．この方法では，階調値 2 以上の領域も等高線で囲まれている．

0	0	1	1	2
0	0	1	1	1
0	0	0	0	0
1	1	0	0	0
1	1	0	0	0

図 3.2: 画素間を通る等高線表現

等高線は画素と画素の間を通る水平または垂直の線分系列で表され，階段状の部分が多く現れる．そのため，そのまま拡大したのでは生成される画像にはジャギーが多く現れることになる．そこで等高線を滑らかに近似する必要が出てくる．

3.2 等高線を求めるアルゴリズム

本研究では山領域に 4 点連結，多に領域に 8 点連結を適用する．連結性について図 3.2 の点 p_4 を用いて考える．4 点連結の場合左図のように上下左右の 4 つの点 p_1, p_3, p_5, p_7 が連結すると考える．8 点連結の場合は先程の 4 点に加え，斜め方向の 4 点 p_0, p_2, p_6, p_8 を加えた計 8 点が連結すると考える．

実際に等高線を求める方法について述べる．

1. まず，画像の周囲を階調値 0，幅 1 の画素で囲む．

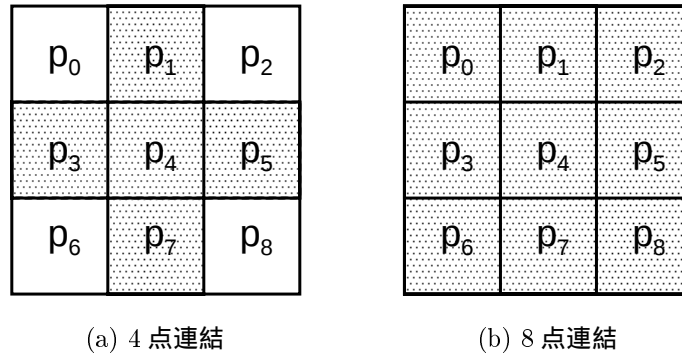


図 3.3: 画素の連結性

2. 画素をラスタスキャンし，等高線を辿るエッジを見つける．
3. 開始エッジから山領域を左手に見ながら等高線をたどる．
4. 等高線を多角形の頂点系列で表す．

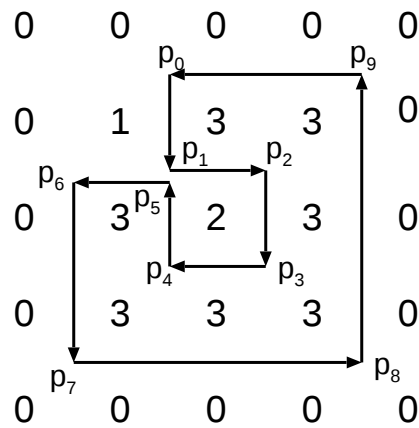


図 3.4: 等高線の生成

このような方法で等高線を求めた例を図 3.4 に示す． $p_0 \rightarrow p_1 \rightarrow p_6 \rightarrow$ と進まず $p_0 \rightarrow p_1 \rightarrow p_2 \rightarrow$ と進むのは山領域に 4 点連結を適用しているためである．

第 4 章

等高線近似アルゴリズム

画像の等高線は頂点系列で表現され、水平と垂直の線分だけで構成される多角形である。従って、原画像の等高線をそのまま拡大しても階段状のギザギザが目立ってしまう。そこで、等高線を滑らかに近似する必要がある。この等高線を用いて大域的な画像補間を行うことにより、滑らかかつぼやけのない拡大画像を得ることができる。

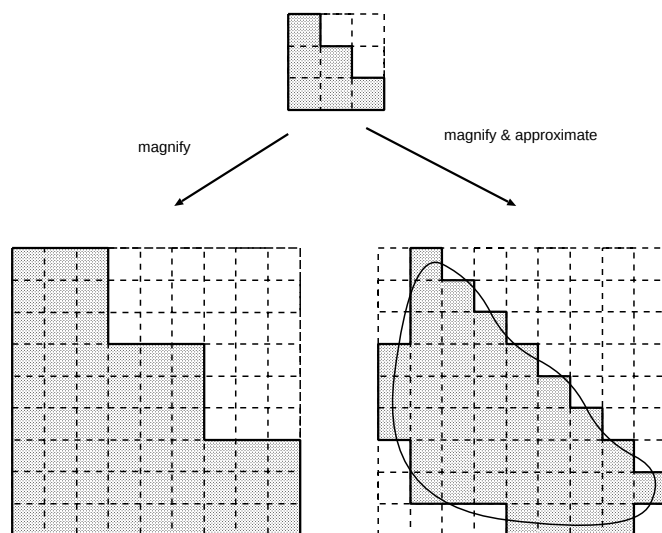


図 4.1: 等高線形状による拡大画像の違い

本章ではまず等高線を近似するときの制約条件について述べる。次に、近似に用いるスプライン関数について説明する。そして、制約条件を守りつつ近似を行うために、CHANNEL 問題 [7] を解く方法について述べる。CHANNEL 問題とは 2 本の折れ線の間を通るパスを求める問題である (図 4.2)。さらにこれを用いて等高線を近似する方法について述べる。

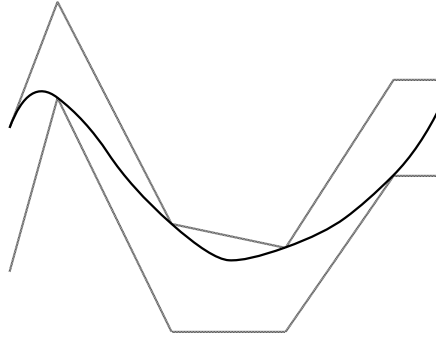


図 4.2: CHANNEL 問題

4.1 近似等高線の制約条件

等高線を滑らかに近似することによりジャギーの発生を抑えることができる。しかし、近似等高線が自分自身と交差してループが発生したり、他の等高線と交差して包含関係が崩れてしまうと、等高線の内と外で同じ階調値を持ったり、階調の逆転が起きてしまう。こうなると矛盾が起き、階調補間が出来なくなったり、階調の変化に異常が生じてしまう。以上のことから、近似等高線が満たすべき条件は以下のとおりになる。

- もとの等高線より滑らかである。
- 自分自身と交わらない。
- もとの等高線の包含関係を維持する。

これを満たすには近似等高線が一定範囲内に収まるようにしてやればよい。例えば、図 4.3 のようにもとの等高線の両側に、外側境界線と内側境界線を設定し、その間に近似等高線が収まるようにすればよい。ここでは、実線がもとの等高線で、2 種類の点線がそれぞれ内側と外側の境界線である。しかし、実際の等高線は非常に複雑な形状をしており、他の等高線と全く交差しない領域を定めるような境界線を求めるのは困難である。そこで、ある程度狭い（もとの等高線から近い）範囲で境界を設定することで、等高線の交差をある程度防ぐことにする。

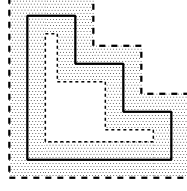


図 4.3: 内側と外側の境界線

4.2 B スプライン表現によるスプライン関数

スプライン関数は、分割された区間に対し、それぞれに異なった多項式で構成される滑らかな区分的多項式関数である。種々のスプライン関数を数値的に構成する上で基礎となるものに B スプラインがある。B スプライン関数という名は、スプライン関数の基底 (basis) となっているという意味で、basis (あるいは basic) の頭文からつけられたものである。

B スプラインについて述べる前に、準備として差分商について簡単に説明しておく。いま、関数

$$y = f(x)$$

を考える。ここで $q_i, q_{i+1}, \dots, q_{i+N}$ をそれぞれ異なる座標とする。ここで 1 階差分商を

$$f(q_i, q_{i+1}) = \frac{f(q_{i+1}) - f(q_i)}{q_{i+1} - q_i}$$

と定義する。これは、 $y_i = f(q_i)$ としたときデータ点 (q_i, y_i) と (q_{i+1}, y_{i+1}) を結ぶ直線の傾きを表現している。そして高階差分商 ($r = 0, 1, 2, \dots, N - 1$) は、

$$f(q_i, q_{i+1}, \dots, q_{i+r+1}) = \frac{f(q_{i+1}, q_{i+2}, \dots, q_{i+r+1}) - f(q_i, q_{i+1}, \dots, q_{i+r})}{q_{i+r+1} - q_i}$$

と書ける。さらに書き直すと

$$f(q_i, q_{i+1}, \dots, q_{i+r+1}) = \left(\frac{f(q_i)}{p_i(q_i)} + \frac{f(q_{i+1})}{p_{i+1}(q_{i+1})} + \dots + \frac{f(q_{i+r+1})}{p_{i+r+1}(q_{i+r+1})} \right)$$

となる。ここで $p_j(q_j)$ は

$$p(x) = (x - q_i)(x - q_{i+1}) \cdots (x - q_{i+r+1})$$

から $(x - q_j)$ の因子を取り除き $x = q_j$ としたもの、すなわち

$$p(x) = (q_j - q_i)(q_j - q_{i+1}) \cdots (q_j - q_{i+r+1})$$

を表すものとする．

$(K-1)$ 次の B スプラインを $B_{i,K}(x)$ と書くこととし，これは

$$B_{i,K}(x) = (q_{i+K} - q_i) M_K(x : q_i, q_{i+1}, \dots, q_{i+K})$$

で定義される．ここで $M_K(x : q_i, q_{i+1}, \dots, q_{i+K})$ は

$$M_K(x : q) = (q - x)_+^{K-1} = \begin{cases} 0 & (q < x) \\ (q - x)^{K-1} & (q \geq x) \end{cases}$$

に対し， $q_i, q_{i+1}, \dots, q_{i+K}$ の節点で q に関する K 階の差分商をとったものである．また節点は $q_i \leq q_{i+1} \leq \dots \leq q_{i+K}$ を満たすものとする．ところで

$$(x - q)_+^{K-1} = (x - q)^{K-1} - (-1)^{K-1} (q - x)_+^{K-1}$$

であるから， $B_{i,K}(x)$ は

$$B_{i,K}(x) = (-1)^K (q_{i+K} - q_i) \left\{ \frac{(x - q_i)_+^{K-1}}{p_i(q_i)} + \frac{(x - q_{i+1})_+^{K-1}}{p_{i+1}(q_{i+1})} + \dots + \frac{(x - q_{i+K})_+^{K-1}}{p_{i+K}(q_{i+K})} \right\}$$

と書ける．

一般に $(K-1)$ 次の B スプライン $B_{i,K}(x)$ は漸化式

$$B_{i,k}(x) = \frac{x - q_i}{q_{i+K+1} - q_i} B_{i,k-1}(x) + \frac{q_{i+K} - x}{q_{i+K} - q_{i+1}} B_{i+1,k-1}(x)$$

で表すことができる．ただし， 0 次の B スプラインは

$$B_{i,1}(x) = \begin{cases} 0 & (q_i \leq x < q_{i+1}) \\ 1 & (x < q_i, x \geq q_{i+1}) \end{cases}$$

である．

$(K-1)$ 次のスプライン関数 $s(x)$ は，一般に B スプライン $B_{i,K}(x)$ を基底とする 1 次結合，すなはち

$$s(x) = \alpha_0 B_{0,K}(x) + \alpha_1 B_{1,K}(x) + \dots + \alpha_{N-1} B_{N-1,K}(x) = \sum_{i=0}^{N-1} \alpha_i B_{i,K}(x)$$

として表すことができる．与えられたデータ点

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_N, y_N)$$

を補間する $(K-1)$ 次のスプライン関数 $s(x)$ は，与えられたデータ点に対して， $y_i = s(x_i) (i = 0, 1, \dots, N)$ を満足するように係数 α_i を決定することにより得られる．一方，データ点を曲線の形状をきめる制御点と見なす場合， α_i にはデータ点の座標そのものが適用される．

4.3 CHANNEL 問題

CHANNEL 問題とは与えられた頂点を $(\underline{x}_i, \underline{c}_i)$, $(\bar{x}_i, \bar{c}_i)$ とする交差しない 2 本の入力ポリゴンを $\underline{c} < \bar{c}$ とすると, $\underline{c}$ と $\bar{c}$ を通るスプラインパスを求める問題である. ただし, $\underline{x}_0 < \underline{x}_1 < \dots < \underline{x}_m$ かつ $\underline{x}_0 < \underline{x}_1 < \dots < \underline{x}_n$ である.

この問題をそのまま解くことは非常に困難であるが, スプライン曲線の包絡線 [8] を用いることによって解くことが出来る. スプラインの包絡線は図 4.4 に示される. 図の曲線がスプライン曲線, 濃い折れ線がスプラインの制御ポリゴン, 薄い線がスプラインの包絡線である.

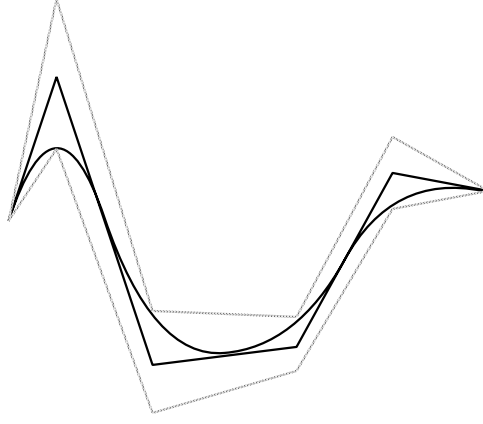


図 4.4: スプラインの包絡線

まずスプラインの包絡線について考える.

ここでは B スプライン形式のスプライン b を次の式で与える.

$$b(t) = \sum_{j=0}^m b_j N_j^d(t)$$

ここで実数 b_j は制御点と呼ばれる. 次数 d の B スプライン基礎関数 N_j^d は節点数列 (t_k) により定義される. (t_k) は実数 $t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_{m+d+1}$ の非減少数列. スプラインの制御ポリゴン $l(t)$ は Greville 横座標

$$t_j^* = \sum_{i=j+1}^{j+d} t_i / d$$

における制御点 b_j の線形補間である. すなわち, $l(t^*) = b_j$.

制御点の重みつき 2 階差分 $\Delta_2 b_j$ を次のように定義する.

$$\Delta_2 b_j = b'_{j+1} + b'_j$$

ここで

$$b'_j = \frac{b_j - b_{j-1}}{t_j^* - t_{j-1}^*}$$

区間 $[t_k^*, t_{k+1}^*]$ にわたって，スプラインとその制御ポリゴンの距離への i 番目の B スプラインの寄与は非負の凸関数

$$\beta_{ki} = \begin{cases} \sum_{j=i}^{\bar{k}} (t_j^* - t_i^*) N_j^d & i > k \\ \sum_{j=\underline{k}}^i (t_i^* - t_j^*) N_j^d & i \leq k \end{cases}$$

によってとらえられる． $\beta_{ki}(t_k^*)$ の値は重みとして制約に入れられる．ここで， $\underline{k}$ と $\bar{k}$ の値は，せいぜい $d+1$ 個のサポートが t_k^* をまたぐ B スプライン基礎関数 N_j^d の最初と最後のインデックスである．以上の定義から，スプライン b と制御ポリゴン l の距離は，

$$b - l = \sum_{i=\underline{k}}^{\bar{k}} \Delta_2 b_i \beta_{ki}$$

で表される．これは $\Delta_i^- = \min\{0, \Delta_2 b_i\}$ ， $\Delta_i^+ = \max\{0, \Delta_2 b_i\}$ とすることにより，

$$l + \sum \Delta_i^- \beta_{ki} \leq b \leq l + \sum \Delta_i^+ \beta_{ki}$$

であることを意味している．従って， β_{ki} が非負の凸関数であるから区間 $[t_k^*, t_{k+1}^*]$ 上で左右の表現を線形関数 $\underline{e}$ と $\bar{e}$ によって置き換えると，

$$\begin{aligned} \underline{e} &= l + L(\sum \Delta_i^- \beta_{ki}(t_k^*), \sum \Delta_i^- \beta_{k+1,i}(t_{k+1}^*)) \\ \bar{e} &= l + L(\sum \Delta_i^+ \beta_{ki}(t_k^*), \sum \Delta_i^+ \beta_{k+1,i}(t_{k+1}^*)) \end{aligned}$$

包絡線は

$$\underline{e} \leq b \leq \bar{e}$$

となる．

次にこの包絡線を用いて CHANNEL 問題を解いていく．ここでスプラインの係数は $m+1$ である．スプラインが入力ポリゴンの間に収まるには，スプラインの包絡線が入力ポリゴンの間に収まればよい．従って，次のような制約が得られる．

$2m$ 個の未知の δ_i^- と b_i の下側制約 $\underline{C}$ は以下のとおりである．

1. $1 \leq i \leq m-1$ に対し，変数 δ_i^- は

$$\begin{aligned} \Delta_i^- &\leq 0 \\ \Delta_i^- &\leq \delta_i^- b_i \end{aligned}$$

である．

2. $0 \leq k \leq m$ に対し, スプラインの下側包絡線 $\underline{e}$ の全てのブレイクポイントは下側ポリゴン $\underline{c}$ よりも上にある.

$$\underline{c} \leq \underline{e}(t_k^*) = b_k + \sum_{\underline{k} < l < \bar{k}} \Delta_i^- \beta_{kl}(t_k^*)$$

3. 下側ポリゴンのどの凹角 $\underline{c}(x_j)$ も包絡線より上方にある.

$$\underline{c}(x_j) \leq L(\underline{e}(t_k^*), \underline{e}(t_{k+1}^*))(x_j)$$

制約 $\overline{C}$ は *underline* C の $\leq$ を $\geq$ で, アンダーラインをオーバーラインで, $-$ を $+$ で, (3) の凹角を凸角にそれぞれ置き換えればよい.

このように定めると最大 $6m - 2 + \underline{m} + \overline{m}$ 個の制約 $\underline{C}$ と $\overline{C}$ が存在する. そして, 最適な目的値から選ぶことが出来る.

例えば, 各 i に対し $\overline{c}_i - b_i = b_i - \underline{c}_i$ となるように $\overline{c}$ と $\underline{c}$ の中央に b を置きたいならば, コスト関数として

$$\sum_{i=0}^m \underline{c}_i - 2b_i + \overline{c}_i \rightarrow \min$$

を使えばよい. また, b を直線に近づける ($\Delta_2 b_j$ となるようにする) ならば, コスト関数に

$$\sum_{i=1}^{m-1} (\Delta_2 b_i)^2 \rightarrow \min$$

を使えばよい.

もし, 初期の節点数列で解が見つからない場合には, 節点を増やすことにより解くことが出来るようになる.

4.4 等高線近似

先に述べた CHANNEL 問題は水平方向に対し非減少という条件があった. しかし等高線はこれには当てはまらない. 従って先程の方法が使えるように等高線を垂直成分と水平成分に分けて考える.

もとの等高線の頂点を左上から反時計回りの順に

$$t_0(x_0, y_0), t_1(x_1, y_1), \dots, t_{m-1}(x_{m-1}, y_{m-1})$$

として取り, 初期節点数列とする. また, 近似等高線の通る通路の幅を $2d$ とする. ここで x 成分と y 成分に対し別々に CHANNEL 問題を設定する. そこで, 節点の順番によって一意

に決まるパラメータ k を導入する．つまり，接点の順番をそのまま k の値とし， i 番目の k の値は $k_i = i$ である．そうすることにより，新しい点列 $(k_i, x_i), (k_i, y_i) (i = 0, 1, \dots, m-1)$ を得ることが出来る．このとき， x, y は t によって決まる関数

$$x = x(k)$$

$$y = y(k)$$

となる．

こうして得られた数列に基づき CHANNEL 問題を解く． x 成分に対しては，下側ポリゴン $\underline{c}$ を頂点が $(k_i, x_i - d)$ のポリゴン，上側ポリゴン $\bar{c}$ を頂点が $(k_i, x_i + d)$ のポリゴンとする．そして，この 2 つのポリゴン間を通るスプライン $b_x(k)$ を求める．同様にして y 成分に対してもスプライン $b_y(k)$ を求める．このようにして求められた $b_x(k)$ と $b_y(k)$ から近似等高線を得ることが出来る．

第 5 章

実験結果と考察

実験としてまず単一の等高線のみを持つ画像の大を行い，スプラインで近似した場合の等高線の形状について調査した．この実験には直角三角形と，アルファベットの文字 G の画像を用い，直線部分や曲線部分の近似の様子を調べた．

次に自然画像の拡大実験を行った．この実験では，人肌，細かな幾何学模様の再現性について評価した．

5.1 実験に用いた画像

単一の等高線のみを持つ画像の拡大実験では，直角三角形とアルファベット G の画像を用いた．直角三角形の画像は直線部分の評価に，G の画像は曲線部分の評価に用いた．

自然画像の拡大実験には，画像電子学会発行の「高精彩 XYZCIELABRGB 標準画像」を用いた．標準画像のサイズは 4096×3072 画素であり，このままでは大きすぎて実験に適さないので， 128×96 に縮小した画像を拡大前の原画像とした．また，比較対象としてニアレストネイバー法，バイリニア法，バイキュービック法によって拡大した画像も用意した．

図 5.1 に標準画像を示す．Bride は女性の画像で人肌の再現性評価用，Harbor は幾何学的構造をもつ画像で画像処理手法の評価用である．

5.2 単一等高線画像の拡大

ここでは 2 種類の画像，直角三角形，アルファベットの G（図 5.2 を用い画像の拡大実験を行った．



(a) Bride



(b) Harbor

図 5.1: 標準画像



(a) 直角三角形



(b) G

図 5.2: 原画像

どちらも単一の等高線しか持たない画像である．そのため，等高線の近似の様子を見るのに適している．

三角形の画像では，斜辺部のもとの等高線は階段状のギザギザとなっているが，得られた拡大画像では多少の振動はあるが滑らかに近似された．これはなるべくスプラインパスがなるべく真っ直ぐになるように条件を設定して CHANNEL 問題を解いているからだと考えられる．また直角を挟む 2 辺も近時による崩れがあまり無い．これは CHANNEL を使って近似等高線の範囲を制限していることと，スプラインの節点を頂点数よりも多くとっていることによる効果と考えられる．このように三角形の図形の拡大では良い結果が得られた．

しかし，G の画像では曲線部分で振動が見られ，形の崩れる箇所もあった．これは先程

の三角形の場合と比べると，もとの等高線の形状の変化の度合いが大きいいため，真っ直ぐになるように設定している条件がうまく当てはまらなかったと考えられる．

5.3 標準画像の拡大

4 種類のグレースケール標準画像，Bride，Harbor，Wool，Bottles の拡大実験を行った．拡大率は全て 8 倍とした．縦横 128×96 または 96×128 の画素を縦横 8 倍し， 1024×768 または 768×1024 画素にした．提案手法と，従来法（ニアレストネイバー法，バイリニア法，バイキュービック法）でそれぞれ拡大を行い，生成された画像の比較を行った．

- Bride 人肌の再現性の評価．

図 5.3 に Bride の拡大画像の一部を示す．提案手法による拡大画像でまず目に付くのは階調の段差である．今回の等高線表現では等高線間の補間を行っていないため，どうしても階調の段差が出来てしまう．そのため人肌の滑らかさが失われてしまっている．また右目の部分が塗りつぶされたようになってしまっている．これは等高線の包含関係が崩れてしまっているものと思われる．今回の方法では近似曲線の範囲をある程度狭くすることにより包含関係の崩れを防ごうとしたが，等高線が密になっている場所ではこの方法では包含関係の崩れを回避することは出来ない．

次に従来法と比較してみる．ニアレストネイバー方に比べ，顔の輪郭などのラインが非常に滑らかである．ニアレストネイバー法のようなブロックやジャギーは現れていない．バイリニア法，バイキュービック法と比べると顔の輪郭が滑らかかつ鮮明である．しかし、頬のところに階調の段差による模様が見える．

- Harbor 細かな幾何学模様の再現性の評価

図 5.4 に Harbor の拡大画像の一部を示す．提案手法による拡大画像では Bride のときと同様に，細かな模様の形が崩れてしまっているのが目につく．Harbor は Bride に比べ細かな模様が多いため余計に目立ってしまう．

次に従来法と比較してみる．ニアレストネイバー方に比べ，画像のが非常に滑らかである．ニアレストネイバー法のようなブロックやジャギーは現れていない．バイリニア法，バイキュービック法と比べると画像のぼやけがない．しかし、階調の段差による模様が見える．

共通の問題点として，

- 画像の細かな形状がつぶれる．

- 階調値の段差が模様として現れる．

といったことが挙げられる．

5.4 考察

スプライン曲線により近似した等高線を用いて画像を拡大する実験を行った．実験ではスプライン曲線による等高線近似の特徴を調べ，さらに従来法との比較を行った．

- スプラインによる等高線近似スプライン曲線による近似では，単純な形状に対しては非常に良い近似を与えたが，複雑な形状の場合には振動が起きたり，形が崩れたりすることがある．また，完全に包含関係を保つのは困難である．

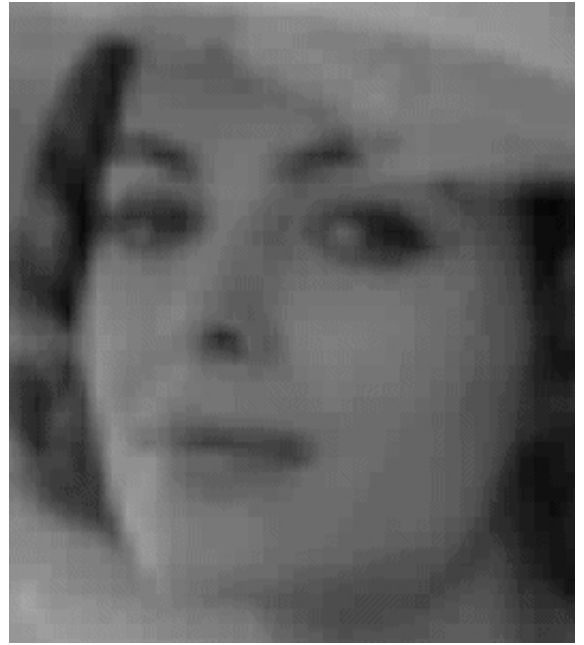
形が崩れるのを防ぐには，スプラインの節点を増やせば良い．また，近似等高線の通る範囲を狭くすれば包含関係の崩れを減らすことができる．しかし，これらの方法では近似等高線の形状がもとの等高線に近づくため，画像の輪郭部の滑らかさが失われることが予想される．

- 従来法との比較ニアレストネイバー法に比べるとジャギーも少なく，非常に滑らか輪郭を得ることが出来る．また，バイリニア法やバイキュービック法に比べるとぼやけがない．以上のような長所があるが，階調の段差による模様が現れたり，画像の細部の形状が崩れるといった問題点もある．

- 縦方向の近似階調の段差による模様が現れる原因は縦方向の近似，つまり階調値間の近似が行われていないことである．バイリニア法やバイキュービック法では補間画素の周囲の画素の階調値で平滑化しているため，原画像よりも画像に含まれる階調値の種類は増加する．．そのため階調値の変化が滑らかになっている．しかしこれは同時に画像のぼやけを生む原因となっている．今回の等高線を用いた手法では，原画像の階調値から得られた等高線を使って補間を行っている． i 番目の階調値 g_i の等高線と $i+1$ 番目の階調値 g_{i+1} ($g_i < g_{i+1}$) で挟まれる区間はすべて階調値 g_i で塗りつぶされるので，原画像よりも階調値の種類が増えることは無い．このようにバイリニア法やバイキュービック法は縦（高さ）方向の近似であるのに対し，等高線表現による方法は横（水平）方向の近似である．階調の段差による模様を無くすには縦方向の近似が必要である．



(a) ニアレストネイバー法



(b) バイリニア法



(c) バイキュービック法



(d) 等高線表現

図 5.3: Bride の拡大画像の一部



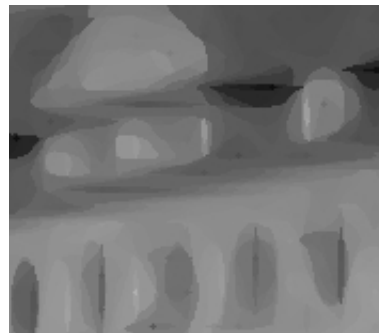
(a) ニアレストネイバー法



(b) バイリニア法



(c) バイキュービック法



(d) 等高線表現

図 5.4: Harbor の拡大画像の一部

第 6 章

おわりに

6.1 まとめ

本論文では、はじめに従来の画像補間法について述べた。

- 従来用いられてきた補間法であるニアレストネイバー法、バイリニア法、バイキュービック法は、画像の局所的な特徴に基づいて補間する方法である。そのため、画像にジャギーやぼやけが表れてしまう。
- 画像の大域的な特徴に基づいて補間する方法には、画像を自由曲面としてとらえ、それを B スプライン曲面で表す方法がある。この方法では画像を大域的に扱うことが出来る。しかし、計算が困難であり、輪郭のぼやけや、境界周りでの振動などの問題がある。

次に画像の等高線表現について述べた。

- 従来の等高線が画素の中心を通る方法では、1 画素だけの領域がある場合、等高線で囲むことが出来ないので拡大処理を行えない。等高線が画素と画素の間を通るようにすればこの問題は解決できる。
- 等高線は水平、垂直線分の系列で表されるため、そのまま拡大したのではジャギーが現れる。従って、等高線を滑らかに近似する必要がある。

そして近似等高線の制約条件について述べ、等高線をスプライン曲線で近似する方法を紹介した。

- 近似等高線はもとの等高線よりも滑らかである必要がある．また，自己非交差で，もとの包含関係を維持する必要がある．これを完全に満たすのは困難である．そこで，ある程度狭い範囲を設定し，その中で近似を行う．
- 定められた範囲内を通るスプラインパスは CHANNEL 問題を解くことにより得られる．等高線の近似に用いる場合は， x 成分と y 成分別々に考えることによりスプライン曲線での近似が出来る．

最後に画像拡大の実験により得られた結果について述べた．

- スプライン関数で近似した等高線を用いた補間では，従来法に比べジャギーやぼやけが少なかった．しかし，階調の段差が模様として現れてしまった．また，包含関係が崩れたことにより細部がつぶれるといった問題が発生した．

6.2 今後の課題

- 等高線間の近似階調の段差が現れるのを防ぐには高さ方向の近似が必要である．そこで，等高線間の間隔が広い場所に新たに等高線を加えることにより等高線の密度を上げ，階調の変化を滑らかにする必要がある．
- 包含関係の維持近似等高線の通る領域を制限する方法では，制限領域自体の設定が困難である．そこで確実に包含関係を維持する方法について考える必要がある．

謝辞

本研究を進めるにあたり、終始熱心なご指導をして下さった浅野哲夫教授に心から感謝致します。

多くの貴重なご意見を頂いた小保方幸次助手には大変感謝します。

最後に、公私にわたりお世話になりました研究室、並びに友人の皆様に感謝します。

参考文献

- [1] 浅野哲夫, 木村宗市, ”画像の等高線表現とその応用”, グラフ表現と幾何情報の利用, 離散シ弼惨 審悒鑑璽 轡腑奪弭岷藐狭董 pp3-11, 1997.
- [2] 高木幹雄, 下田陽久, 画像解析ハンドブック, pp442-444, 東京大学出版会, 1991.
- [3] 土屋建, ”画像の自由曲面表現方とその応用”, 画素にたよらない画像処理技術の開発, 平成 7-8 年度文部省科学研究費研究成果報告書, pp9-44, 1997.
- [4] 市田浩三, 吉本富士市, スプライン関数とその応用, 教育出版, pp1-9, 1979
- [5] 桜井明 監修, 菅野敬祐, 吉村和美, 高山文雄 著 C によるスプライン関数, データ解析 CG 微分方程式東京電機大学出版局, pp99-119, 1993
- [6] Yassin M.Y. Hasan, J. Karam, ”Morphological Reversible Contour Representation”, IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Inteligence, vol.22, No.3, pp227-240, 2000
- [7] David Lutterkort, Jörg Peters, ”Smooth Path in a Polygonal Channel”, Proceedings of the Ffteenth Annual Symposium on Computational Geometry, Miami Beach, Florida, pp316-320 1999.
- [8] David Lutterkort, Jörg Peters, ”Tight linear envelopes for splines”, Numerische Mathematik, 1998
- [9] Yassin M.Y. Hasan, J. Karam, ”Morphological Reversible Contour Representation”, IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Inteligence, vol.22, No.3, pp227-240, 2000