

Title	直観主義及び他の否定への探求
Author(s)	仁木, 哲
Citation	
Issue Date	2021-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	ETD
URL	http://hdl.handle.net/10119/17475
Rights	
Description	Supervisor:石原 哉, 先端科学技術研究科, 博士

氏名	仁木 哲		
学位の種類	博士(情報科学)		
学位記番号	博情第 448 号		
学位授与年月日	令和 3 年 3 月 24 日		
論文題目	Investigations into Intuitionistic and Other Negations		
論文審査委員	主査 石原 哉	北陸先端科学技術大学院大学	教授
	東条 敏	同	教授
	廣川 直	同	准教授
	鈴木信行	静岡大学	教授
	鹿島 亮	東京工業大学	准教授

論文の内容の要旨

Intuitionistic logic is the formalisation of the foundational ideas of Brouwer's mathematical programme of intuitionism. It is one of the earliest non-classical logics, which has been applied successfully in mathematics, computer science and philosophy. It has a close connection with modal logic, and many different kinds of its generalisation have been studied in various contexts, including intermediate (superintuitionistic) logics, substructural logics and subintuitionistic logics.

The difference between classical and intuitionistic logic may be interpreted to lie in the law of the excluded middle, which asserts that either a proposition is true or its negation is true. This principle is deemed unacceptable from a constructive point of view, in whose understanding the law has to mean that there is an effective procedure to determine the truth of each of the propositions. This understanding of the distinction between the two logics supports the view that negation plays a vital role in the formulation of intuitionistic logic.

Nonetheless, the formalisation of negation in intuitionistic logic has not been universally accepted. This is because some people believe it allows some problematic inferences, or it ignores certain aspects of the concept of negation. For instance, many have doubted in the past of the intuitionistic principle that any proposition can be deduced from a contradiction. For this reason, many different accounts of negation have been proposed, some seeking to weaken or strengthen intuitionistic negation, and others actively supporting negative inferences that are not possible with intuitionistic negation.

This thesis continues this tradition and investigates various aspects of negation in intuitionistic logic. We shall consider wide-ranging topics. Firstly, we shall look at how effectively one can conserve the deducibility of classical propositions in logics with weaker negation than intuitionistic logic, by assuming a certain atomic classes of non-constructive principles. Secondly, we study the relationship between the frameworks for weak negation, in order to make explicit the properties of weak logics. Thirdly, we investigate the ways to unify the formalisations of some logics with contra-intuitionistic inferences, which may be understood as a kind of intuitionistic

modal logics. Finally, we shall consider actuality operator in intuitionistic logic, which can be seen as the dualisation of a contra-intuitionistic negation.

Keywords: intuitionistic logic, minimal logic, modal logic, negation, actuality.

論文審査の結果の要旨

本論文は、直観主義論理における否定、直観主義論理より弱い論理における様々な否定、および関連する論理における否定を論じた独創的な論文である。(1) 直観主義論理命題論理における古典論理の保守性と非構成的原理、(2) 弱い否定を持つ論理の間関係性、(3) 様相、経験的否定 (empirical negation)、および余否定 (co-negation)、(4) 直観主義論理における現実性 (actuality) を中心に証明論および意味論の手法を駆使して解析し、研究の新たな方向性を提示している。

(1) では、石原の問題 (2014) 「古典論理で論理式 A が証明できるとき A に含まれるどのような命題変数に対する排中律を仮定すれば A が直観主義論理で証明できるか」に対する石井の解 (2018) を詳細に分析した。論理式 A に対して2つの命題変数の集合を与え、 A が古典論理で証明されるとき一方の集合の命題変数に対する弱い排中律および他方の集合の命題変数に対する2重否定除去を仮定すれば A が直観主義論理より弱い Glivenko の論理で証明できることを示した。

(2) では、Vakarelov (2005) により提案された論理 SUBMIN を、Colacito 他 (2017) により与えられた部分最小否定の枠組みにおいて論じた。論理 $AnPC$ を独自に定義し、それに対する Vakarelov 流および Colacito 流のクリプキ意味論を与え、それぞれの完全性を証明した。また、一方の意味論の構造を他方の意味論の構造に変換する手法を構築するとともに、 $AnPC$ に対する Cut-free なシーケント計算の体系、可算無限個の部分最小否定論理の構成法を与えた。

(3) では、Silvan (1990) の矛盾許容論理 CC_{ω} を基にして、Gordienko (2007) の論理 TCC_{ω} 、Priest (2009) の余否定論理 daC 、および De (2013) の経験的否定論理 IPC^{\sim} を統一的な視点から捉えた。それぞれの論理が CC_{ω} にどのような公理を追加することにより得られるか解明するとともに、それぞれの公理と CC_{ω} のクリプキ・フレームの条件の間の対応理論を構築した。また、それぞれの論理の Cut-free なラベル付きシーケント計算の体系、 TCC_{ω} に対するベト意味論を与えた。

(4) では、Humberstone (2006) の示唆を基に現実性論理 $IPC@$ を定義し、演繹定理およびクリプキ意味論に対する強完全性定理を証明した。また、Baaz (1996) のファジー論理 LGP および千谷 (1997) の論理 LGI の命題切片 $GIPC$ との関係性を詳細に明らかにした。

以上、本論文は、論理学における様々な否定について俯瞰的に論じ、数学理論を展開したものであり、学術的に貢献するところが大きい。よって博士（情報科学）の学位論文として十分価値あるものと認めた。