JAIST Repository
https://dspace.jaist.ac.jp/

Title	遺伝的アルゴリズムを用いたレンズ設計の自動化
Author(s)	佐々木，邦泰
Citation	
Issue Date	2004-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/1780
Rights	
Description	Supervisor:東条 敏，情報科学研究科，修士

JAIST
JAPAN
ADVANCED INSTITUTE OF
SCIENCE AND TECHNOLOGY

Japan Advanced Institute of Science and Technology

修 士 論 文

遺伝的アルゴリズムを用いたレンズ設計の自動化

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報処理学専攻

佐々木 邦泰

2004 年 3 月

修 士 論 文

遺伝的アルゴリズムを用いたレンズ設計の自動化

指導教官　東条敏 教授

審査委員主査　東条敏 教授
審査委員　鳥澤健太郎 助教授
審査委員　島津明 教授

北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科情報処理学専攻

210040 佐々木 邦泰

提出年月: 2004 年 2 月

Copyright © 2004 by Kunihiro Sasaki

概 要

近年の計算機性能の向上により, レンズ設計における自動化の研究は盛んに行われている. しかし, その研究の多くは局所探索を中心とした手法であり, 減衰最小二乗法 (DLS 法) が主流となっている.

実際のレンズ設計とは, 1 枚のレンズを設計するのではなく, 複数のレンズを組み合わせることによって, 目標とするレンズ系を設計することである. 様々な形状や材質のレンズをどのように組み合わせたら目標とするレンズ系が得られるかは, 専門家の経験や勘に頼ることが多く, 専門家の知識なしではレンズ系を設計することは出来ないと言われている. またレンズ設計では, レンズの使用目的によって最適といわれるレンズ系が異なる. これはレンズ設計には多くの局所解が存在することを表している.

小野らは, レンズ設計問題に大域的探索能力に優れた遺伝的アルゴリズム (GA) を適用し, 3 枚組, 4 枚組のレンズ設計問題において経験的に最適解および準最適解とされているレンズ系の設計に成功したことを示した. しかし, レンズ設計を問題にする際, ガラスの屈折率を固定にしたり, 光線追跡に用いる波長を 1 種類に限定するなど, 実際のレンズ設計とは大きく異なる問題設定で最適化を行っていた. 更に, 探索によって得られるレンズ系は 1 回の試行で 1 つであった.

本稿では, 小野らが用いた GA 手法と小野らがレンズ設計に適用した以降に提案された GA 手法において比較実験を行った. その結果, 大域的探索手法が必ずしも有用であるとは言えず, 場合によっては局所探索性の強い手法の方が優れていることを示した. この結果を踏まえ, 近傍探索を用いた世代交代モデルを提案し, レンズ設計問題に沿うように設計した. この手法は, 1 回の試行によって得られるレンズ系の解候補を 1 つに限定するのではなく, 1 度に無数の解候補を設計することが可能であるという特徴を持つので, 目的にあったレンズ系を設計することが可能性が高くなると考えられる.

本稿で設計した近傍探索を用いる世代交代モデルとは, 複製選択において, 交叉対象とする個体をある個体の近傍に位置する K 個の個体に限定し, K 個の中から親の数だけ個体を選択することで探索の効率化を計る手法である. ここで言う近傍に位置する K 個体とは, 遺伝子空間において距離が近い（表現空間においてはレンズの形状が似ている）順に選ばれた個体のことである. しかし, 交叉対象とする個体を K 個の個体に限定することで, 無駄な探索が減少する反面, 進化的停滞に陥りやすく, また, すべての探索空間を探索しきれないという危険性を持つ. そこで本稿では, 複製選択において近傍個体を跨ぐ個体

の選択法も提案し, 2 つの複製選択をある割合において同時に満たすことで, その危険性を低くしている. 距離の計算方法は, レンズの曲率に注目し, 2 つの個体間における各レンズ面の曲率の差が小さいもの程レンズ系が似ているものと仮定し, ベクトル計算によって距離を計算した. 生存選択では, 次世代に残す個体の対象を, 複製選択で選んだ親個体とその親から生成された子個体の集団からなる家族とし, 家族の中から最も適応度の高い個体を 2 つ次世代に残し, 複製選択で選ばれた親個体の中からランダムに選択した 2 個体と置き換える方法である.

上記のような提案手法を用いて歴史的に良く研究されている 3 枚組, 4 枚組のレンズ設計問題に適用した. 交叉手法は UNDX を用いた. 3 枚組, 4 枚組のレンズ設計問題ともに, 提案手法を用いることによって, 1 回の試行で最適解および準最適解のレンズ系を一度に得ることが出来ることを示した.

また, 色収差を考慮するため以下の 4 点について改良を行った.

1. 光線追跡に用いる波長数の増加
2. 色収差に対応する新しい評価方法の導入
3. 色消しレンズの導入
4. ガラスの自動選択

波長数の増加とは, 光線に用いる波長数を 1 種類から 3 種類へと増やした. この 3 種類の波長は, 実際のレンズ設計でも色収差を考慮する際に用いている d 線, C 線, F 線を用いた. 3 種類の波長の光線追跡の仕方は, まず基準となる波長 (d 線) に対して光線追跡を行い, その際のレンズ形状を保持したまま他の 2 種類の波長に対しても光線追跡を行うといった方法を用いた. 色収差に対応する評価方法は, 3 種類の波長それぞれに対して光線追跡を行い, 波長による光線のズレを評価するものとした. 更に, 実際のレンズ設計において色収差を補正するために使用されている色消しレンズと呼ばれる 2 枚のレンズを張り合わせたレンズを生成出来るようにした. また, ガラスを自動選択するための方法も提案した.

上記のような改良を行い, 実際にレンズ設計問題に適用した. そして, 提案手法の方が従来手法よりも色収差を補正することが出来ることを示した.

目 次

第 1 章　はじめに **1**
1.1　本研究の背景と目的 1
1.2　本論文の構成 2

第 2 章　レンズ設計の概要 **3**
2.1　レンズ設計の手順 3
2.2　焦点距離 5
2.3　F ナンバー（F 値） 6
2.4　画角 7
2.5　収差 7
2.6　設計パラメータ 12

第 3 章　遺伝的アルゴリズム（GA）と先行研究 **13**
3.1　GA の一般的な流れ 13
3.2　先行研究 15
3.2.1　問題設定 15
3.2.2　交叉手法 18
3.2.3　世代交代モデル 20
3.3　他の GA 21
3.3.1　交叉手法 21
3.3.2　世代交代モデル 22
3.4　先行研究との比較実験 23
3.4.1　3 枚組レンズ系の最適化 23
3.4.2　4 枚組レンズ系の最適化 28
3.4.3　考察 32

第 4 章　近傍探索を用いた世代交代モデルの提案 **35**
4.1　個体の評価方法の改良 35
4.2　近傍探索 36
4.2.1　近傍探索の導入 36
4.2.2　世代交代モデル 37
4.3　色収差の考慮 41
4.3.1　波長数の増加 42
4.3.2　色収差に対応する新しい評価方法の導入 42
4.3.3　色消しレンズ 43
4.3.4　ガラスの自動選択 44

第 5 章　評価実験と考察 **48**
5.1　実験 1：個体の評価方法の改良 48
5.1.1　問題設定と個体の評価方法 48
5.1.2　実験 48
5.1.3　考察 50
5.2　実験 2：近傍探索 50
5.2.1　問題設定と個体の評価方法 50
5.2.2　実験 50
5.2.3　考察 53
5.3　実験 3：色収差の考慮 56
5.3.1　問題設定と個体の評価方法 56
5.3.2　実験 56
5.3.3　考察 60

第 6 章　おわりに **61**
6.1　まとめ 61

第1章　はじめに

1.1　本研究の背景と目的

レンズ設計における自動化の研究は, 計算機の性能の向上により近年盛んに行われている. レンズ設計とは, 1 枚のレンズを設計するのではなく, 複数のレンズを組み合わせることによって, 目標とするレンズ系を設計するというものである. 様々な形状や材質のレンズをどのように組み合わせたら目標とするレンズ系が得られるかは, 専門家の経験や勘に頼ることが多く, 専門家の知識なしではレンズを設計することは出来ないと言われている. また, レンズ設計の最適化手法として減衰探索二乗法（DLS 法）等があるが, これは局所探索を中心とする自動化手法であり, 専門家の導き出した解を補正する手段として用いられるに留まっている.

よく“レンズ設計は芸術である”と言われるが, これはレンズ設計という問題の難しさを端的に表す言葉だと考えられる. なぜなら, レンズ設計にはこれが正解だと言えるものが存在しないからである. ある命題に対して, 解は無数にあり, その無数にある解の中から目標とする値を満たす解を見つけ出し, さらに別の解も追い求める. 別の解とは, 独自のレンズ形状であったり, 数値に現れないレンズの表現能力だったりする. また, 見つけ出した解が最適解である保証はなく, それ以外にも目標とする値を満たすレンズ系が存在することを否定することはできない. 見つけ出したレンズ系は目標とする値を満たすことができるレンズ系の 1 つにすぎないと考えられるからである.

近年, レンズ設計に遺伝的アルゴリズム（GA）を用いた小野ら [6] の研究により, 局所探索ではなく大域的探索能力に優れた手法による研究も行われるようになった. しかし, 現段階では大域的探索を行う研究は非常に少なく, Darko[1] によるレンズ設計問題の簡単なベンチマーク問題における報告例くらいしかないのが現状である. また, 小野らはレンズ設計に GA を用いることで, 経験的に最適解および準最適解と言われているレンズ系の設計に成功したことを示した. しかし, レンズ設計を問題にする際, レンズに通す波長を 1 種類に限定したり, ガラスの屈折率も予め与えるものとして扱ったので実際のレンズ設計とは大きく異なる問題設定で最適化を行っていた. また, 実際のレンズ系には複数の波長

が通るため, 色収差と呼ばれる収差が存在し, レンズ設計においては, 色収差を考慮した設計が行われている. そのため, レンズ設計問題においても色収差を考慮した問題設定にすべきだと考える.

以上の点を踏まえ, 本稿では近傍探索を用いた世代交代モデルを提案し, これをレンズ設計問題に適用する. この手法は, 大域的探索空間において部分的に局所探索を行うという手法である. そのため, レンズ設計問題のような局所解が無数存在し, どれが最適解か解らないような問題の場合, 解候補となるレンズ系を複数設計することができ, 目的にあったレンズ系を得られる可能性が高くなると考えられる. また, レンズ設計問題の問題設定をより実際のレンズ設計に近づけることで, 得られたレンズ系の設計例を現実のレンズ設計で用いることが可能になると考える.

1.2 本論文の構成

本稿では, まず二章でレンズ設計について必要と思われる基本的な知識を解説し, 三章で遺伝的アルゴリズム（GA）先行研究について必要と思われる基本的な知識を解説し, 他の手法を用いた場合との比較実験を行い, 問題点をあげる. 四章では, 三章で述べた問題点を解決するための方法を提案する. 五章で, その提案した方法についての評価実験を行い検証する. 六章では, まとめと今後の課題について述べる.

第2章　レンズ設計の概要

ここでは, レンズ設計を行う上で必要とされる知識について解説する*.

2.1　レンズ設計の手順

レンズ設計の一般的な手順を図 2.1 に示す.

設計仕様： レンズの設計仕様として, 焦点距離, 画角, F 値等を決定し, どのようなレンズを作るのかを決める.

設計構想： レンズデータや従来の特許データ等の中から, その設計仕様に対して近いものを十分に参考にして, 最適と思われるレンズ系を構想し, その基データを作成する. この作成過程には, レンズ設計の経験やノウハウが役立つことが多い.

初期データの作成： 基データが決まると, そのデータの持っている基礎能力を, 収差係数や固有収差係数を調べることによりおおまかにつかんで, その基データの選択が正しいかどうかの判断を行う.

- 収差係数：収差論で利用される数値で, レンズの各面が各収差にどう効いているかを数値化したものである.

収差補正： 収差補正の方法として, 手で行う方法と自動設計プログラムを利用する方法とに分けることができる.

- 手で行う方法：書くパラメータの変化による各収差の動きをそれぞれ調べて, 一つのまとまった表を作る. この表に基づいて, 各パラメータの変化量の組み合わせにより収差を徐々に補正していく. この方法を丹念に行うことにより, 次第に, どのパラメータがどのような働きを為ているかがわかってきて, 大体の判断が出来るようになってくる.

*ここで解説するレンズ設計の知識は, 書籍：レンズ設計 [12] に基づくものである

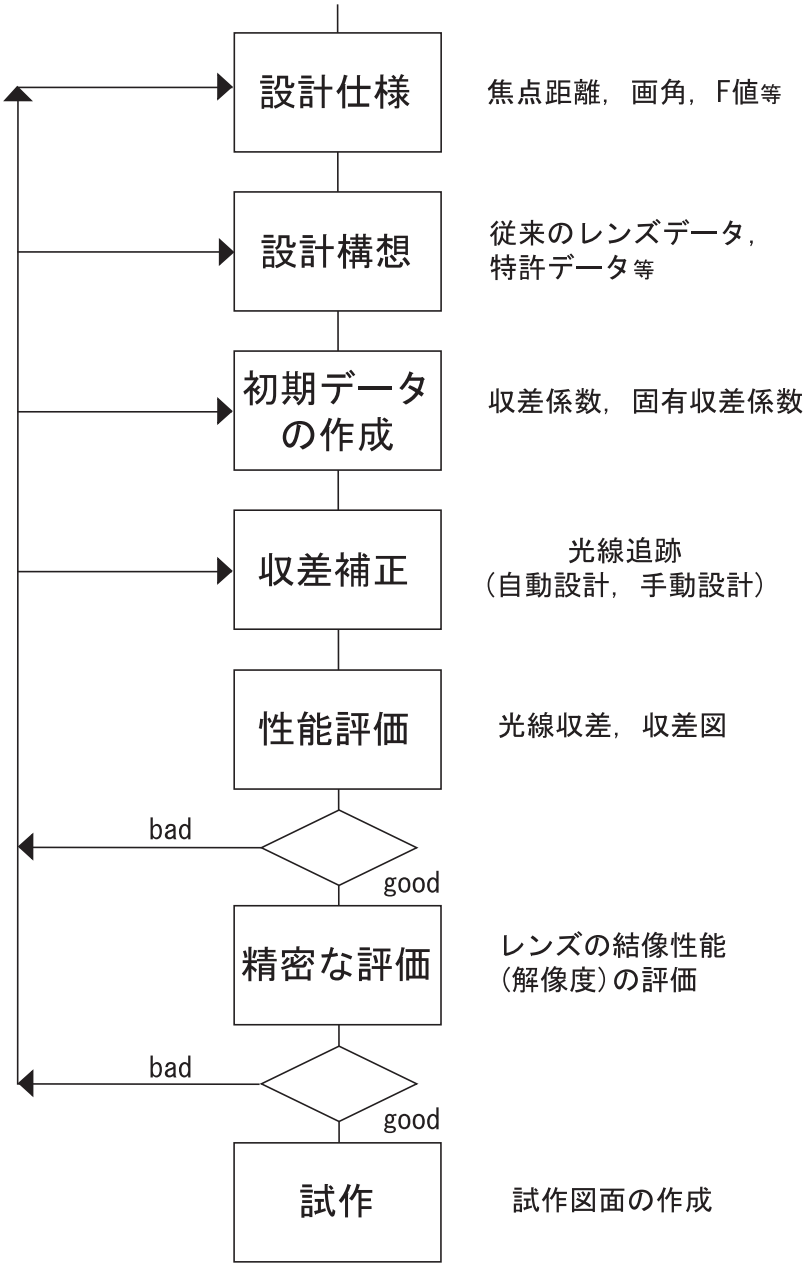

図 2.1 レンズ設計の手順

- 自動設計プログラムを利用する方法：この手法は, 成功したかしなかったかの結果のみの選択だけとなり, その理由の綿密な考察がおろそかになりやすい.

性能評価： ある程度よい結果が得られたら, 光線収差値や光線収差図を調べてみる. それがよい結果であれば, さらに精密な性能評価をして調べる必要があり, そう良いものでなければまた前のステップに戻り収差補正を繰り返す.

このサイクルを繰り返し, どうしても良い結果が得られなければ, 更に前のステップに戻り, 収差係数からの考察やレンズタイプの選択の見直しを行う. この大きなサイクルの繰り返しを, 何回か行って最良の解を見いだしていく.

精密な評価： 最良の解が見つかったら, 最終的に精密な評価として, レンズの結像性能 (解像度) の評価を行い, さらに, 公差許容量やレンズ形状等から, 製造の面でも問題がないかどうか調べてみることになる.

- 結像性能の評価：レンズの結像性能を最もよく表現するものとして, コントラストの伝達率の空間周波数特性 OTF (Optical Transfer Function), あるいは 絶対値である MTF (Modulation Transfer Function) が用いられることが多い.

すべての面で満足するものを得ることが出来たら, 次に分光透過率分布のシミュレーションを行って, 反射防止膜コートの適用を行う. この段階でも, 光学ガラスの透過率分布等に問題があったり刷ると, また前のサイクルに戻り, ガラス選択の変更を余儀なくされることもある.

- 分光透過率：波長の変化に対する透過率を表す.

試作： 以上のすべての面で満足されれば, 試作図面の作成となる.

2.2 焦点距離

レンズ系は, 図 2.2 の (a) のように, 通常何枚ものレンズで構成されており, ある程度の厚さを持っているが, 入射させた光線と収束した光線の振る舞いだけを代表させて, 図 2.2 の (b) のように, レンズ系全体を厚さの無視できる一枚のレンズ（薄肉レンズ）で置き換えることができる. この薄肉レンズの位置を主点, その面を主平面と呼ぶ. 焦点距離とは, その主点から焦点（フィルム面）までの距離のことを言う.

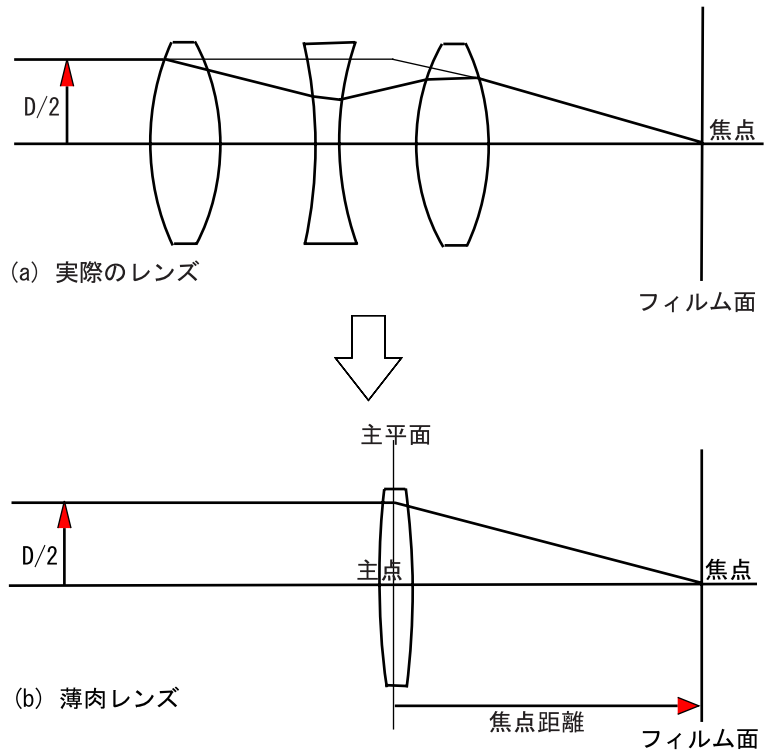

図 2.2 レンズの構成

2.3 F ナンバー（F 値）

F 値とは, 主に写真レンズ等の光学系に使われるレンズの明るさを表す量であり, レンズの焦点距離 f' を無限遠から入射する光線の有効光束の直径 D で割った値で定義される (図 2.3 を参照) .

つまり,

$$F = \frac{f'}{D}$$

の式によって定義される.

また, 像（レンズによって写し出される像）の明るさは, F 値の逆数の二乗に比例するので,

$$\frac{1}{F^2} = (\frac{D}{f'})^2$$

と式で表すことが出来る.

つまり, F 値の値が 2 倍になると, 像の明るさは 1/4 になる. このように像の明るさは, F 値をパラメータとして表すことができる.

普通, カメラレンズ等の絞り環に表示されている F 値の系列と, それぞれの F 値に対す

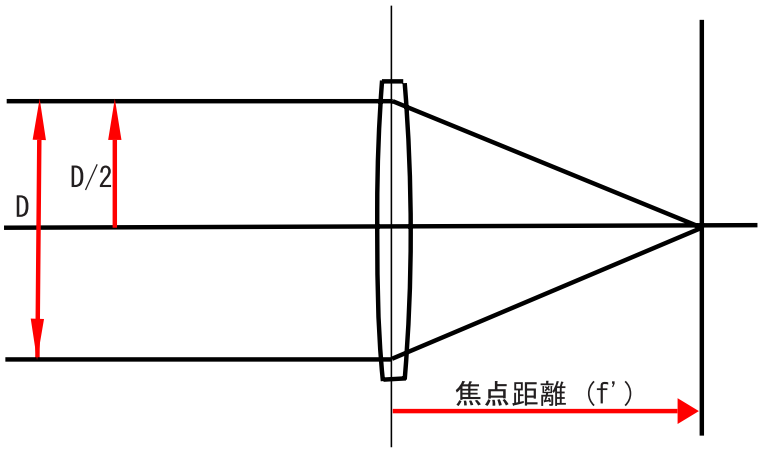

図 2.3 有効光束と焦点距離の関係

る相対的な明るさは, 以下の表 2.1 のようになっている.

表 2.1 F 値の系列と相対的な明るさ

F の値	1	1.4	2	2.8	4	5.6	8	11	16	22	32
相対的な明るさ	1	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	1/64	1/128	1/256	1/512	1/1024

2.4 画角

図 2.4 より, 入射角 Ω で主平面に入射した斜光束が, 像面 (フィルム面) 上像高 Y' になるとき, $Y' = -f' \tan\Omega$ が成立する. この表現のように Ω を負の値にとると, f' は正, Y' も正なので負の符合が入ることになるが, 他の表記の仕方として負の符合を外した表記もある. ようするに, $Y' = -f' \tan\Omega = f' \tan\Omega$ であり, どちらも同じ意味を表していることに変りはない.

$Y' = Y_{max}$ を, そのレンズ性能を維持できる最大像高とするとき, その像面の範囲を画面サイズ, $2|\Omega|_{max}$, $|\Omega|_{max}$ をそのレンズの画角, 半画角と言う.

2.5 収差

光学系における理想的な結像を理想結像と言うがそれは,

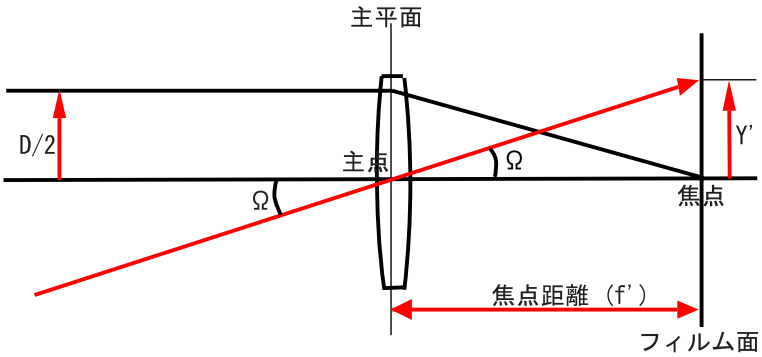

図 2.4 像高と入射角の関係

(1) 物体の 1 点から出た光が光学系を通った後, すべての像面の 1 点に集まること.

(2) 物体が平面であるとき, 像面も平面であること.

(3) 物体が像の形で相似関係になっていること.

の 3 つの条件を満足することを言う.

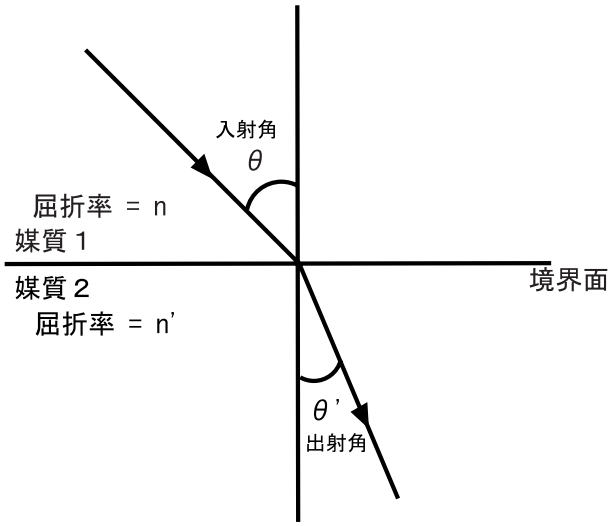

図 2.5 スネルの法則

光学系を近軸近似で扱う限り, このような理想像点に結像するが, この近軸近似というのは, スネルの法則 $n\ sin\ \theta = n'sin\ \theta'$ (図 2.5 を参照) を, $n\ \theta = n'\theta'$ と仮定したケプラーの式を使い, 光学系を光学軸付近のみで扱うとしたものであった. このようなこの近軸近似に対して, 光学軸から離れたところまで拡張した実際の光学系では, 光線追跡を各

屈折面でスネルの法則に従って厳密に行い, 基準となる近軸追跡による理想結像面からの差を収差と言った.

レンズ系の収差には, 球面収差, コマ収差, 非点収差, 像面湾曲, 歪曲収差があり, この 5 つの収差をザイデルの五収差と言う. また光の波長によって生じる収差を色収差と呼ぶ.

球面収差

レンズの表面が球面でできていることが原因で起る収差である. レンズに光軸と平行な光線を入射させた時, レンズの光軸に近い所を通る光線に比べ, 光軸から離れたレンズの周辺部を通る光線は, 焦点よりレンズに近い位置に集まってしまう現象のことを言う (図 2.6 を参照).

球面収差はレンズに入射する光束が大きければ大きいほど（F 値が小さい程）その影響を強く受ける傾向にある.

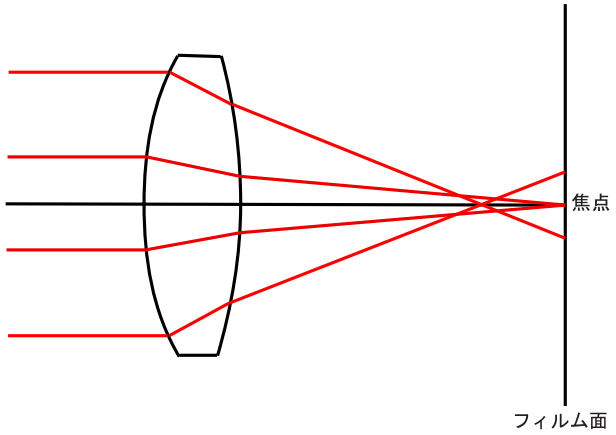

図 2.6 球面収差

コマ収差

球面収差が補正されて, 光軸上では光線が一点に収束する場合であっても, 光軸から少し外れただけで, 点が彗星の尾のように伸びて見える場合がある. このような点像の伸びのことをコマ収差と言う. コマ収差の尾の向きは, 内側から外側に向かう場合と外側から内側に向かう場合がある.

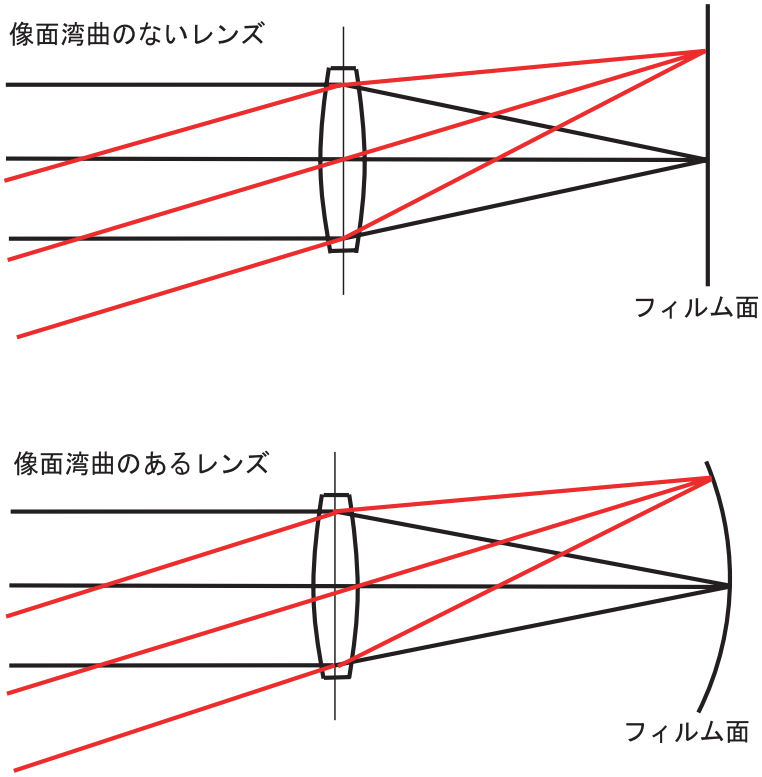

図 2.7 像面湾曲

非点収差

球面収差とコマ収差を補正したレンズで, 光軸から離れた場所の点を結像させると, 点が点として結像せず, 楕円形や線状に結像することがある. これを非点収差と言う.

像面湾曲

レンズに入ってきた光線は, 光軸に垂直に置かれた平面フィルム上に結像するのが理想ですが, 光軸から離れた場所から入ってくる光線は, 必ずしもこの平面上に結像せず, 湾曲した像面に結像する (図 2.7 を参照). これを像面湾曲と言う.

像面湾曲を生じるレンズの場合, 中心にピントを合わせると周辺部がボケてしまい, 周辺部にピントを合わせると中心がボケてしまう. つまり, 像面湾曲というのは, レンズの中心部から同心円上のゾーンにピント位置がくるという現象なのである.

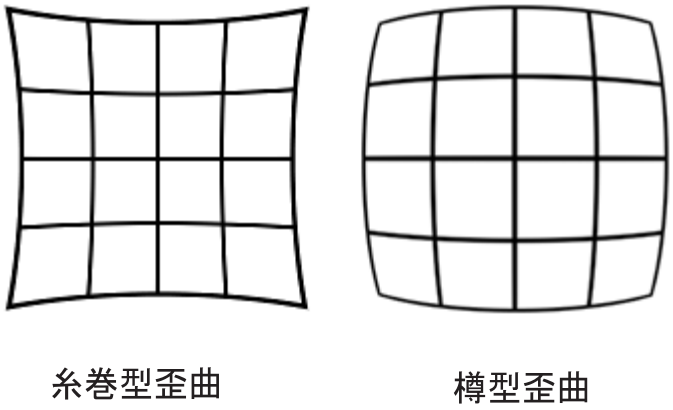

図 2.8 歪曲収差

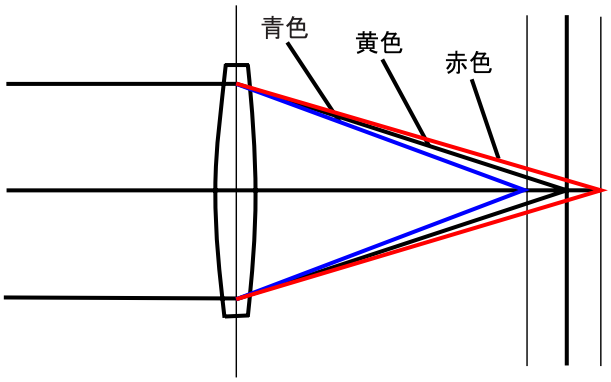

図 2.9 色収差

歪曲収差

本来, 物体（被写体）と画像は相似形であることが理想とされている. しかし, 画像の周辺部にいくと像が伸びたり縮んだりして, 物体と画像が相似形にならないことがある. これを歪曲収差と言う. 画像周辺部ほど像が縮む場合を樽型歪曲と言い, 画像周辺部ほど像が伸びる場合を糸巻型歪曲と言う.

色収差

白色光はいろいろな色の集まりである. これがレンズに入ると, 色によって屈折率が異なり, 結像位置も異なってくる (図 2.9 を参照). また, 色によって像の倍率が異なるため, 色の滲みとして現れることがある. これら現象のことを色収差と言う.

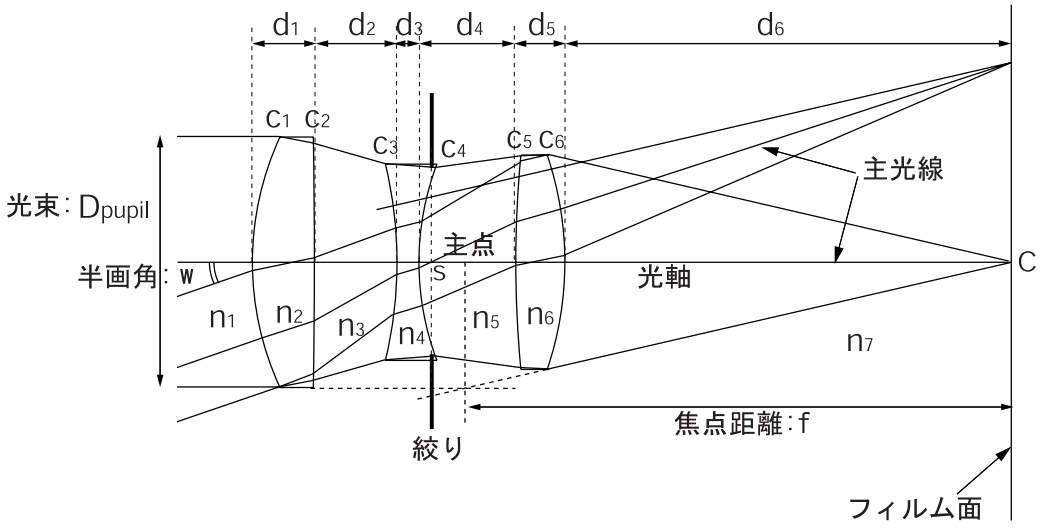

図 2.10 設計パラメータ

2.6 設計パラメータ

今までレンズ設計における設計仕様について述べてきたが, ここでは, レンズ系をレンズ設計問題とした時に必要となってくる設計パラメータについて述べる簡単に述べる.

図 2.10 は, 3 枚組のレンズ系をレンズ設計問題としたときの設計パラメータを表したものである.

面間距離を $(d_1,\ d_2,\ \ldots,\ d_6)$, レンズの曲率を $(c_1,\ c_2,\ \ldots,\ c_6)$, 屈折率を $(n_1,\ n_2,\ \ldots,\ n_6)$ として定義する. ここで, レンズだけでなく空気の層に屈折率を与えているのは, 空気自体も 1.0 という屈折率を持っているからである. また, 他のパラメータは図の通りである.

第3章　遺伝的アルゴリズム（GA）と先行研究

本稿では, レンズ設計を自動化するための手段として遺伝的アルゴリズム（GA）を用いる. GA は, 生物進化（選択淘汰, 突然変異等）の原理に基づいたアルゴリズムで, 大域的探索能力に優れており, 近年注目されている探索手法の一つである. ここでは, GA を用いる上で必要とされる知識について解説する†.

3.1　GA の一般的な流れ

GA の基本的流れは以下の通りである.

1. 初期集団の生成
   個体をランダムに生成し, 初期集団とする.
2. 複製選択
   親となる個体を集団から選択する
3. 子の生成
   親に交叉や突然変異を適用し, 子を生成する.
4. 生存選択
   現世代の集団中の個体と 3 で生成された子から次世代に残す個体を選択し, 他の個体を淘汰する.
5. 終了条件を満たすまで, 2 ～ 4 を繰り返す.

遺伝子

生物において遺伝情報を伝える実態として染色体が存在し, 染色体は塩基で構成されているが, GA では, 染色体をデータ領域や配列によって構成する. 生物では, 染色体の各位

†ここで説明する GA についての知識は, 書籍：遺伝的アルゴリズム [13] に基づくものである

置にどのような遺伝情報が記述されるかが決まっており, その位置を遺伝子座と呼ぶ. これは, GA において, 配列のアドレスに対応すると考えられる. 一般に生物では, どの遺伝子座が, どういう形態や機能の発現を制御するか等が決まっており, 各々の遺伝子座にどういう塩基配列が存在するかが, その個体の遺伝的特徴を決定する. この, 各遺伝子座に対してその形質を決定する塩基配列で表現されたコードを遺伝子と呼ぶ.

GA での遺伝子は, 遺伝子の組合わせのパターンからなる遺伝子型と遺伝子型に基づいて形成される表現型からなる. GA のオペレータはこの遺伝子型に適用される. 環境により表現型から適応度が決まり, 選択はこの適応度に依存する.

本稿で用いる GA は, 遺伝子型空間と表現型空間における位相構造が同じになるように設計されている実数ベクトルをコード化手法とした実数値 GA を用いる. 遺伝子型空間と表現型空間の位相が同じであるということは, 表現空間において近くにある（似ている性質を持つ）ものは遺伝子型空間においても近くにあるということが言え, 遺伝子型空間において近くにあるものは, 同様に, 表現型空間でも近くにあることが言える. また逆に, 表現型空間において遠くにあるものは遺伝子型空間でも遠くにあることが言え, 遺伝子型空間において遠くにあるものも同様のことが言える. この位相構造が同じという特徴は, 形質遺伝を考える際, 非常に有用であると考えられる.

選択

個体の選択方法は, 基本的に適応度の高い個体を次世代に残す戦略で, 選択淘汰を行う上で非常に重要である. 選択の方法は非常に数多く提唱されているが, ここでは, 実験システムに用いられている方法を述べる. 実験システムで用いられている選択方法は, ランク戦略とルーレット選択, エリート保存戦略である. 以下にそれらの手法についてそれぞれ簡単に述べる.

ランク戦略は, 適応度によって各個体をランクづけし, 予め各ランクに対して決められた確率で子孫を残せるようにする. 各個体は, その適応度ごとにランキングされており, 選択確率は適応度には依らず, ランクに依存する. ランク戦略の問題は, 適応度とランクによって与えられる選択確率の違いである. つまり, 適応度があまりにも解とかけ離れている場合でも, 子孫を残すことができるということである.

ルーレット選択は, 各個体の適応度から選択確率を変え, この確率に沿ってルーレットを回すように選択を行う方法である. つまり, 適応度の高い個体ほど選ばれやすくなるが, 適応度の低い個体もある程度の確率で選択され次世代に残すことができるということで

ある.

エリート保存戦略は, 集団中で最も適応度の高い個体をそのまま次世代に残す方法である. この方法を採用すると, その時点で最も良い解が交叉や突然変異で破壊されないという利点がある. ただし, エリート個体の遺伝子が集団中に急速に広がる可能性が高いため局所解に陥る危険性もある. 一般にこの戦略は, 他の選択との組み合わせで使われる.

交叉

交叉は, 二つの親の染色体を組み替えて新たな子の染色体を作る操作である.

最も単純な交叉方法は, 交叉する位置を一つ決めてその前と後で, どちらの親の遺伝子型を受け継ぐかを決め, 置き換える方法で, これを単純交叉, または一点交叉と呼ぶ. また交叉位置が複数ある複数点交叉等がある. これ以外にも様々な交叉手法が提案されている.

突然変異

突然変異は, 遺伝子を一定の確率で変化させる操作である. 突然変異をあまり大きな変異確率に設定するとランダムサーチと化してしまうが, ある程度の変異は必要である. 突然変異が無い場合は, 初期の遺伝子の組合わせ以外の空間を探索することができず, 従って求められる解の質にも限界が出てきてしまうからである.

3.2 先行研究

本稿では, 先行研究 [6] の考え方を基にして, 問題設定に独自の改良を加え, 新たな手法として近傍探索を用いた世代交代モデルを提案する. 提案手法に関しては, 4 章で詳細を説明するが, ここでは, 本研究の考えの基になっている先行研究についての詳細を述べる.

3.2.1 問題設定

レンズ系を問題とする際に必要となるパラメータの決め方は, 図 2.10 で述べた. ここでは, 具体的にどうのようにして最適化を行うのかについて簡単に述べる.

先行研究では, レンズ系の設計仕様として, 焦点距離 (f), F 値 (F), 画角 (2w) を所与とし, レンズの曲率 (c), 面間距離 (d) を最適化することでレンズ系を得るという考え方を用いている. ガラスの屈折率 (n) やレンズの枚数 (N) は予め与えることとし, 絞りの位置は,

最大画角の光束における上限と下限の光線が光軸に対して対象になる位置としている．また, 最大画角における光束の直径は, 最小を D/2 とし, 絞りを通る最大の幅を直径としている．

GA でのレンズ表現

実際に GA を用いてレンズ設計を行う場合, レンズ系と染色体の関係は, 図 3.1 のように定義される．

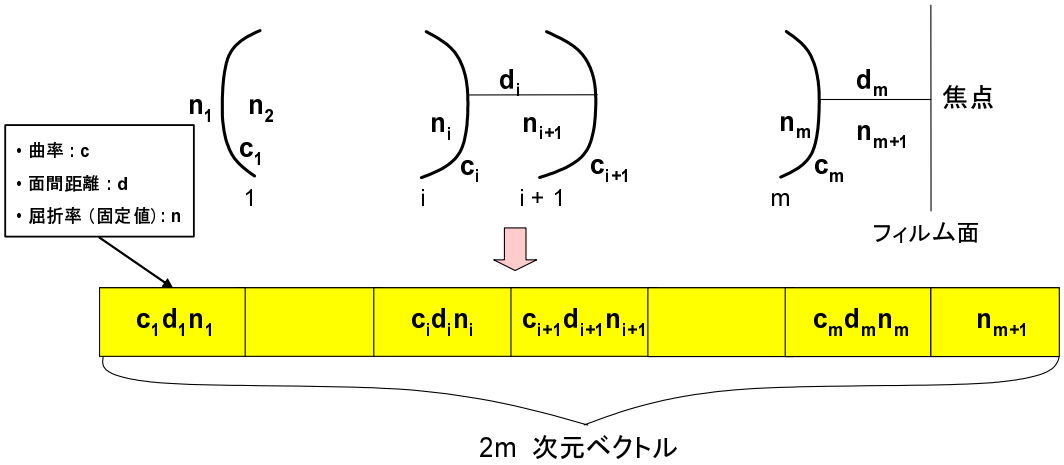

図 3.1 レンズ系と染色体の関係

染色体のコード化として実数ベクトル表現を用い, 遺伝子は曲率 (c_i) と面間距離 (d_i) を [-1000, 1000] の区間で正規化したものを要素とするベクトルで表される．ここで, $i = 1, \ldots, m$ であり, m は面の数を表すので, $m = 2N$ とういう関係が成り立つ．また, 図 3.1 では, レンズ系と屈折率 (n) の関係についても示しているが, 屈折率自体は固定値なので次元数には関係しない．よって, 染色体は, 全体で 2m 次元ベクトルとなる．

個体の評価方法

レンズ系の個体の評価方法は, 主光線を中心とした合計 11 本の光線を 0°, 0.65w°, w° の 3 通りの入射角でレンズ系に通し, 作成された 3 つのスポットダイアグラムを用いて行う．ここでは色収差は考慮しない．評価基準としては, 歪曲 (Distortion: D) と解像度 (Resolution: R) を考え $D + R$ を評価関数とし, この値が小さいものほど良いものとする．

図 3.2 は, レンズ枚数を 3 枚として最適化を行い, そのときに出力されたレンズ系であ

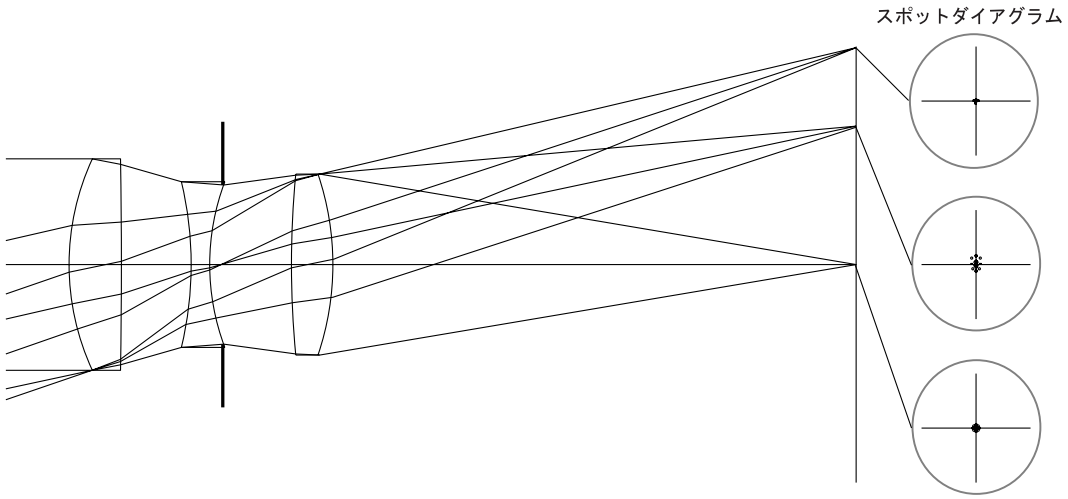

図 3.2 レンズ系の出力例

る．右側に丸で囲まれたものが 3 つあるが, それが下から 0°, 0.65w°, w° におけるスポットダイアグラムである．このそれぞれのスポットダイアグラムに対して, 歪曲 (D) と解像度 (R) を考える．

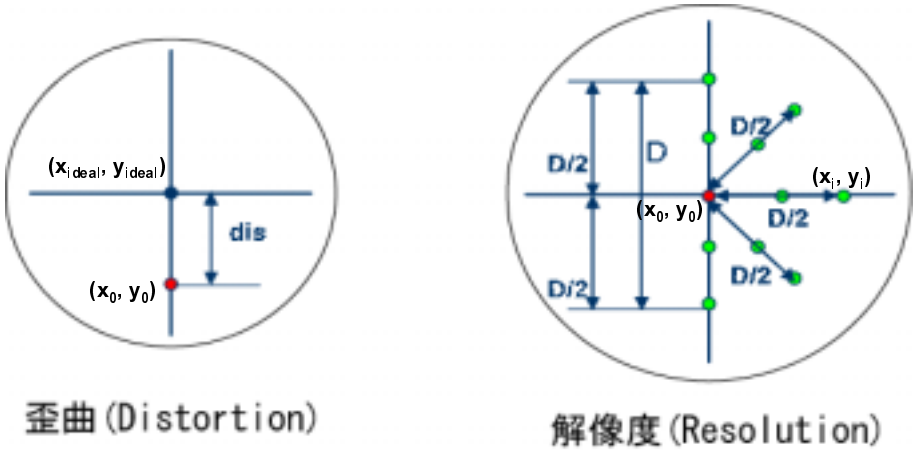

図 3.3 歪曲と解像度の評価方法

図 3.3 は, 歪曲と解像度の評価方法を図で表したものである．

歪曲 (D) は, 理想的な結像点 ($f \tan w$) と主光線が像面で結像する点 (像点) との距離 (dis) で与える．

$$D = \sum_{w \in (0, 0.65w, w)} \sqrt{(x_0 - x_{ideal})^2 + (y_0 - y_{ideal})^2} \tag{3.1}$$

ここで, (x_{ideal}, y_{ideal}) は理想的な結像点, (x_0, y_0) は主光線の像点を表すものとする．

解像度 (R) は, 主光線の像点からのその他 10 本の光線の散らばり具合いを標準偏差で与える.

$$R = \sum_{w \in (0, 0.65w, w)} \sqrt{\sum_{i=1}^{10} \left[(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2 \right] / 10} \tag{3.2}$$

ここで, $(x_i,\ y_i)$ は, その他の 10 本の光線の像点を表すものとする. 図 3.3 中の D は, 歪曲を表しているのではなく, 光束の直径を表している. また, 図 3.3 の解像度を評価方法を表す図は, 歪曲は無かったものとして示している.

この個体の評価方法を評価方法 A とする.

3.2.2 交叉手法

UNDX (Unimodal Normal Distribution Crossover)

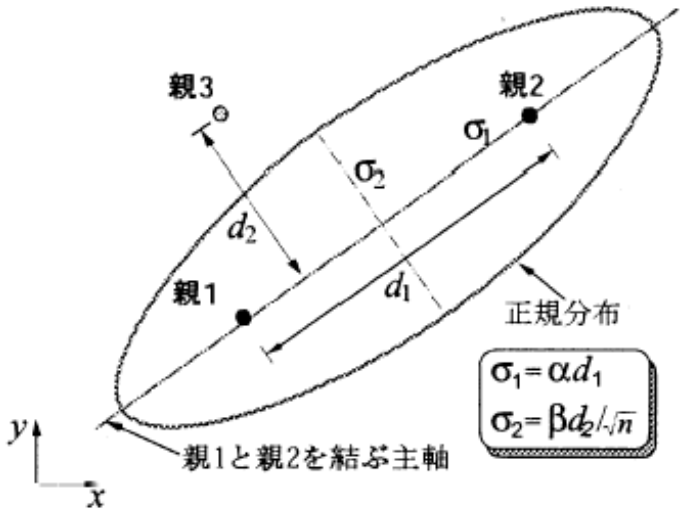

図 3.4 UNDX

UNDX（単峰性正規分布交叉）は, 図 3.4 ‡に示すように 3 つの親によって決まる正規乱数を用いて 2 つの子を生成する. 基本的には子は 2 つの親を結ぶ線分の周辺に正規分布に従って生成され, 第 3 番目の親は正規分布の標準偏差を決めるために補助的に用いられる. 正規分布の標準偏差は, その主軸成分, すなわち両親を結ぶ方向の成分は両親間の距離に

‡この図は論文 [7] で用いられている図をそのまま引用したものである

比例させ, それ以外の軸の成分は, 第三の親と両親を結ぶ直線との距離に比例させる. ここで, 主軸以外の標準偏差に $1\sqrt{n}$ （n；次元数）をかけることにより, 次元が増加しても両親を結ぶ軸から大きく外れることなく子を生成できるようにしている.

$$c_1 = m + z_1 e_1 + \sum_{k=2}^{n} z_k e_k, \quad c_2 = m - z_1 e_1 - \sum_{k=2}^{n} z_k e_k$$

$$m = (p_1 + p_2)/2$$

$$z_1 \sim N(0, \sigma_1^2), \quad z_k \sim N(0, \sigma_2^2), \quad (k = 2, \ldots, n)$$

$$\sigma_1 = \alpha d_1, \quad \sigma_2 = \beta d_2/\sqrt{n}$$

$$e_1 = (p_1 - p_2)/|p_2 - p_1|$$

$$e_i \perp e_j, \quad (i \neq j), \quad (i, j = 1, \ldots, n)$$

ここで n は次元数, p_1, p_2 は親 1 と親 2 の位置ベクトル, c_1, c_2 は子 1 と子 2 の位置ベクトル, d_1 は両親間の距離, d_2 は親 3 と両親を結ぶ直線までの距離, e_1 は両親を結ぶ直線方向の単位ベクトル, $z_1 \sim N(0, \sigma_1^2)$ と $z_k \sim N(0, \sigma_2^2)$, $(k = 2, \ldots, n)$ は正規乱数を表す. α, β はユーザが与える定数である. また, $e_i (i = 2, \ldots, n)$ は e_1 に垂直かつ線形独立な単位ベクトルで, 任意の線形独立なベクトル集合からグラムシュミットの直交化法により求められる. [7] では, α, β の値として, $\alpha = 0.5, \quad \beta = 0.35$ を推奨している.

UNDX の特徴

UNDX は, 両親が表現型空間において離れて存在している場合には, 子を表現型空間において広い範囲に生成し, 両親が近くに存在している場合には, 子を両親に近い狭い範囲に生成する. コード化の際にあらかじめ決められた座標軸ではなく, 両親を結ぶ軸の周辺に正規分布に従って子を生成するから, 両親を結ぶ軸から遠く離れた子を生成する確率は低い. したがって, 変数間に依存関係がある問題や最適解へ続く座標軸に平行でない尾根または谷を持つ問題, 多くの局所解を持つ騙し問題の最適化においても, 尾根または谷に沿って子を生成することにより効率よく探索を進められると考えられる.

UNDX を用いた GA は, 探索の初期の段階では探索空間の広い範囲を探索し, 中盤から終盤においては最適解がありそうな部分空間において, 生成する子の分布を現在探索している部分空間のランドスケープに適応的に変形させながら, 効率的に探索を行う能力を持っていると考えられる.

3.2.3 世代交代モデル

一般的な世代交代の枠組み

一般的な世代交代の枠組みを以下のように設定する.

```
begin
  t=0;
  初期の個体集団 P(t) をランダムに生成し，各個体を評価する；(初期集団の生成)
  while 終了条件が満たされない do
  begin
    t=t+1;
    個体の複製のために P(t-1) より親集団 C(t) を選択する；(複製選択)
    C(t) より子個体集団 C'(t) を生成し，評価する；(子の生成)
    P(t-1) と C'(t) より生存する個体を選択し，P(t) とする；(生存選択)
  end
end.
```

上記の手順には, 2 種類の選択, すなわち複製選択と生存選択が含まれる. 複製選択は子を生成する親を選ぶための選択であり, 生存選択は次世代に生き残る個体を選ぶための選択である. また, 子の生成とは, 交叉または突然変異によって新しい個体を生成し, その適応度を評価することをいう. 子の生成にはコード化／交叉設計が関わるが, 世代交代モデルは子の生成には関与しない.

世代交代モデルの設計とは, 複製選択と生存選択の具体的方策を決定することを言うので, 複製選択と生存選択の方法さえ解れば世代交代モデルがどのようなものかが判断できる.

MGG (Minimal Generation Gap)

MGG は, 探索序盤における選択圧をできるだけ小さくして初期収束を回避し, 探索の後半においても集団内になるべく多種多様な個体を生存させやすくして進化的停滞を抑制することを意図したモデルである.

複製選択: 適応度を無視して, 集団からランダムに親個体を非復元抽出する.

生存選択: 家族の中から, 最良 1 個体およびルーレット選択により選ばれた 1 個体を次世代に残す.

ここで言う家族とは, 親とその親から交叉によって生成された子供の集合を一つの家族としている.

3.3 他の GA

この節では, 関数最適化問題において良好な結果を示した他の GA 手法 [2][8] について, 簡単に説明する. 先行研究である小野らは, 関数最適化問題において良好な結果を得た GA をレンズ設計問題に適用し良い結果を得た. そこで, その後に提案され, 良い結果を得ている GA をレンズ設計問題に適用することで, 従来手法よりも良い結果を示すことが可能であると考えられる. ここでは, 先行研究が用いた手法との違いだけを簡単に述べることにする.

3.3.1 交叉手法

先行研究では交叉手法として UNDX [7] を用いているが, 現在ではその拡張として多数の親（m + 2）を用いる UNDX-m [9] や PCX (Parent-Centric Recombination) [2] 等が提案されている. そこで, ここでは UNDX-m と PCX について簡単に説明する.

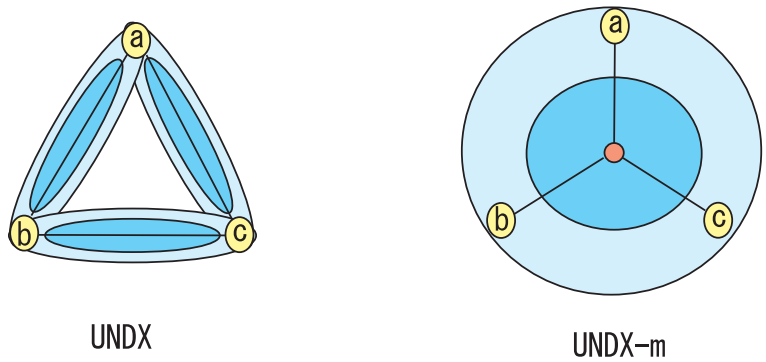

図 3.5 UNDX-m の考え方

UNDX は前の節で説明したように, 基本的に 2 つの親を結ぶ直線の近傍に子を生成する. 例えば, 図 3.5 の左図のように個体 a, b, c を主探索成分を生成する親個体の候補とすると, この 3 つの親の候補から 2 つを選び, 選ばれた個体を結ぶ直線付近に子が生成され

る．しかし, 親の選び方によって 3 通りの交叉を行ったとしても, 探索空間上を網目状に覆った形でしか子が生成出来ず, 探索できない空間が存在してしまう．これに対して, 図 3.5 の右図のように a, b, c のすべての親とその親の重心を用いて探索をことで, 探索区間をより密に覆うことが可能になる．これが UNDX-m の考え方である．

また, UNDX-m が選択された親の重心を中心に標準偏差に従って子を生成するのに対して, PCX は, 選択された親から重心と標準偏差を求め, その標準偏差に従って親を中心に子を生成するという考え方である．

図 3.6 は, 3 つの交叉手法 (UNDX, UNDX-m, PCX) の違いを図で表したものである．

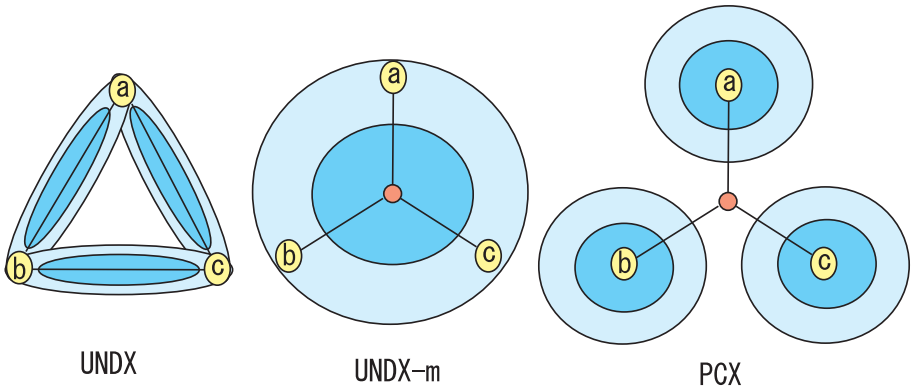

図 3.6 3 つの交叉手法の違い

3.3.2 世代交代モデル

他の GA の世代交代モデルとしては, 新たに G3 [1] モデルが提案されている．G3 モデルは, MGG に比べ局所性を強めたモデルであり, 交叉手法 PCX と組み合わせることで, 単峰性の関数最適化のベンチマーク問題において UNDX-m と MGG を大きく越える性能を示している．そこで, 世代交代モデルの具体的特徴を表す複製選択と生存選択について簡単に述べる．

複製選択: 集団の中から最良値を持つ個体を親個体を一つめの親とし, 他の親は適応度を無視して, 集団からランダムに親個体を非復元抽出する．

生存選択: 家族の中から, 最良 2 個体を次世代に残す．

ここで言う家族とは, MGG の時と同様, 親とその親から交叉によって生成された子供の集合を一つの家族としている．

3.4 先行研究との比較実験

この節では, 先行研究がレンズ設計問題に用いた手法や, 関数最適化問題においてそれ以後に提案され良好な結果を得た GA を実際に実装し, 比較実験を行った. 実装に際して, 論文 [2],[6],[9] を参考に実装し, 従来手法の問題設定と個体の評価方法をそのまま用いた.

比較対象とした GA は, UNDX と MGG, UNDX-m と MGG, PCX と G3 の 3 種類の組合わせを用いて行い, 今後それぞれ U-M, Um-M, P-G と表す. 比較方法は, 試行回数ごとに評価値を求め, その際, 最良値, 平均値, 標準偏差を計算し比較した. 評価値は, 値が小さいものほど収差が小さいことを表するので, 評価値が良いとは評価値の値が小さいことを言う. また, レンズ枚数は, 歴史的によく研究されている 3 枚組, 4 枚組のレンズ設計問題を扱うこととした.

設計仕様は, 設計仕様 I：焦点距離 f=100mm, F 値 F/2.0, 画角 2w=45°, 設計仕様 II：焦点距離 f=100mm, F 値 F/3.0, 画角 2w=38° の 2 通りを用いて行った.

実験のパラメータ

実験に用いたパラメータは以下の通りである.

- 集団サイズ (個体数)：300.
- 交叉回数：50, すなわち世代交代ごとに 100 個体の子を生成する.
- 親の数：UNDX = 2, UNDX-m = 5, PCX = 5 とした. UNDX-m と PCX の親の数は, 関数最適化問題において比較的良好な結果を得た親の数 [2][9] を参考にした.
- α, β：交叉手法が UNDX と UNDX-m の時, [9] の推奨値である $\alpha = 1.0$, $\beta = 0.35$ とし, 交叉手法が PCX の時は, [2] の推奨値である $\alpha = 0.1$, $\beta = 0.1$ とした.
- 探索の打ち切り：生成した子の数が 5.0×10^6 に達するか, 完全に一つの個体に収束した段階で探索を打ち切るものとした.
- 試行回数：各試行毎に初期集団を生成するのに用いる乱数を変更して 30 回行った.

3.4.1 3 枚組レンズ系の最適化

まず, 3 枚組レンズ系の最適化を行った. 設計仕様としては, 設計仕様 I と設計仕様 II の 2 通りで行った.

表 3.1 設計仕様 I : 3 枚組レンズ系の探索打ち切り及び収束時点での評価値

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
U - M	2.094880	1.209951	0.308027
Um - M	1.543610	0.339887	0.515932
P - G	2.304880	0.644131	1.075360

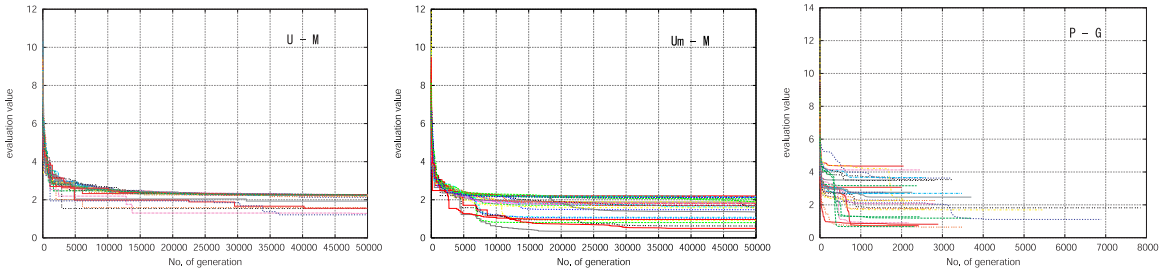

図 3.7 設計仕様 I : 3 枚組レンズ系の収束曲線

設計仕様 I

設計仕様 I において, 探索打ち切り及び収束時点での結果を表 3.1 に示す. また, その際の各 GA 手法における収束曲線を図 3.7 に示す. この時, 左図が U - M, 中図が Um - M, 右図が P - G を表す. 図の縦軸は評価値, 横軸は世代数を表しており, 曲線は最良値の推移を表している.

設計仕様 I におけるレンズの設計例

各 GA 手法によって得られたレンズの設計例を図 3.8, 図 3.9, 図 3.10 に示す. 設計仕様 I では, どの手法でも経験的に最適解と言われているトリプレットを設計することが出来た.

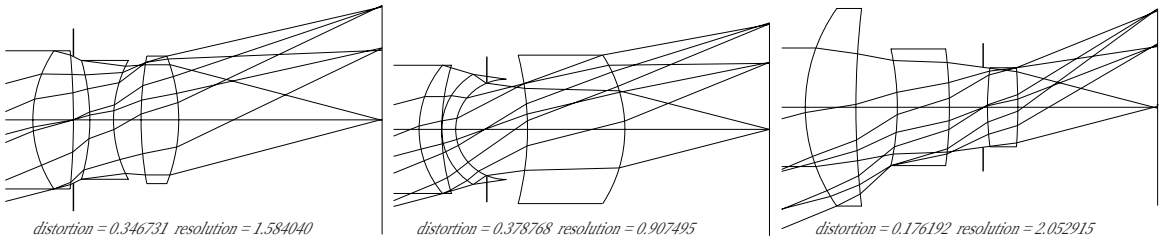

図 3.8 設計仕様 I : 3 枚組レンズ系の設計例 (U - M)

図 3.9 設計仕様 I : 3 枚組レンズ系の設計例 (Um - M)

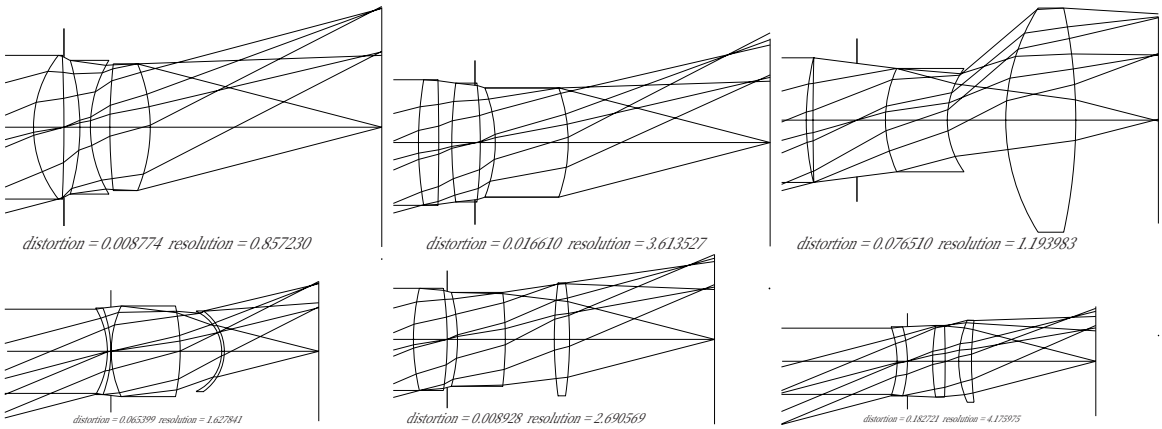

図 3.10 設計仕様 I : 3 枚組レンズ系の設計例 (P - G)

表 3.2 設計仕様 II：3 枚組レンズ系の探索打ち切り及び収束時点の評価値

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
U - M	0.419163	0.244911	0.112385
Um - M	0.403348	0.180272	0.248554
P - G	0.742215	0.170314	0.397061

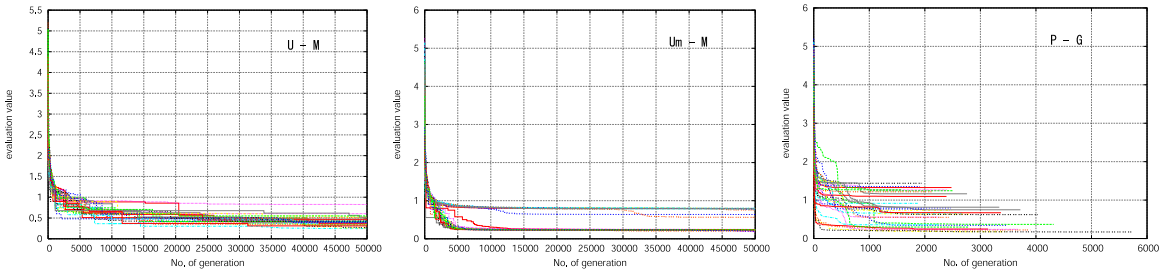

図 3.11 設計仕様 II：3 枚組レンズ系の収束曲線

設計仕様 II

設計仕様 II において, 探索打ち切り及び収束した時点での結果を表 3.2 に示す. また, その際の収束曲線を図 3.11 に示す. この時, 左図が U - M, 中図が Um - M, 右図が P - G を表す. 図の縦軸は評価値, 横軸は世代数を表しており, 曲線は最良値の推移を表している.

設計仕様 II におけるレンズの設計例

各 GA 手法によって得られたレンズの設計例を図 3.12, 図 3.13, 図 3.14 に示す. U - M と Um - M では, 設計仕様 II でも経験的に最適解と言われているトリプレットを設計することが出来た. しかし, P - G では, 最良値が他の手法よりも良いにも関わらず, 経験的に最適解と言われているトリプレットを設計することが出来なかった.

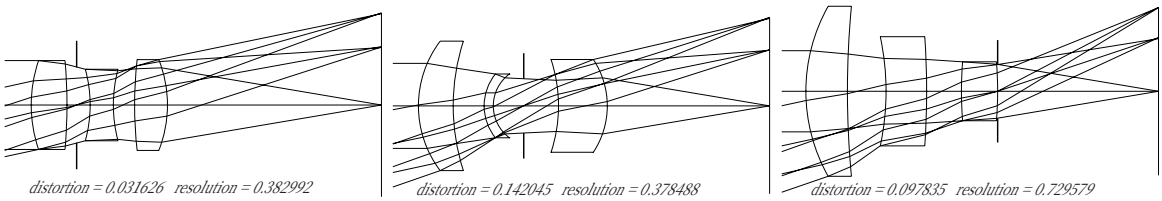

図 3.12 設計仕様 II：3 枚組レンズ系の設計例 (U - M)

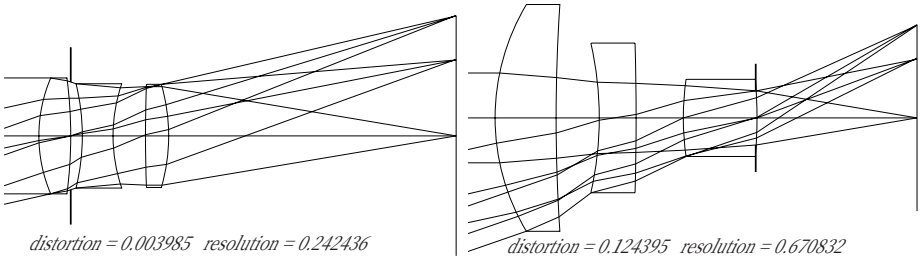

図 3.13 設計仕様 II : 3 枚組レンズ系の設計例 (Um - M)

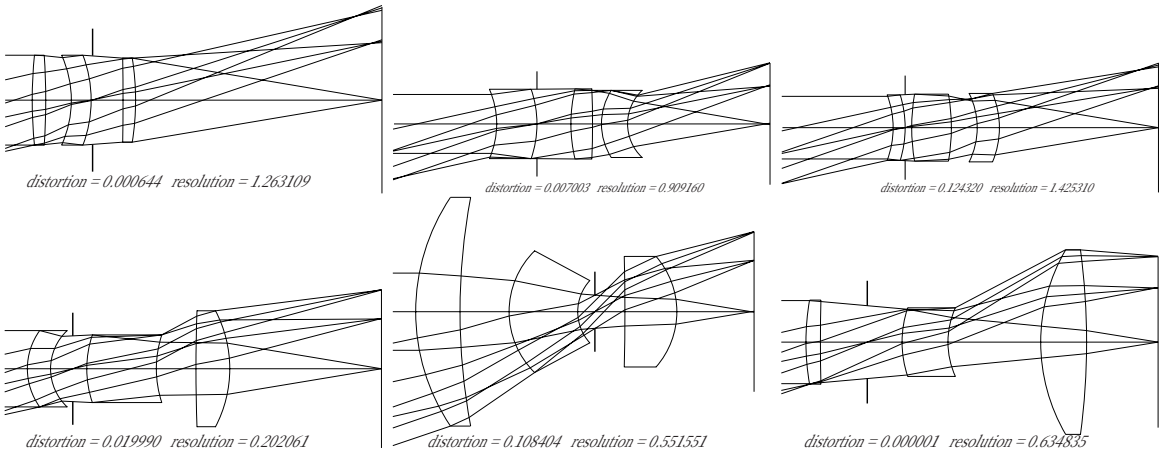

図 3.14 設計仕様 II : 3 枚組レンズ系の設計例 (P - G)

表 3.3 設計仕様 I : 4 枚組レンズ系の探索打ち切り及び収束時点での評価値

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
U - M	0.699586	0.429761	0.090660
Um - M	0.336208	0.167113	0.102238
P - G	0.896164	0.275300	0.511481

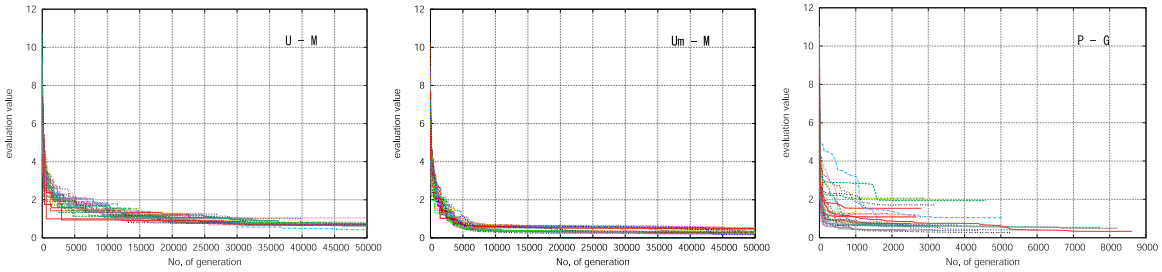

図 3.15 設計仕様 I : 4 枚組レンズ系の収束曲線

3.4.2 4 枚組レンズ系の最適化

次に, 4 枚組レンズ系の最適化を行った. 設計仕様としては, 設計仕様 I と設計仕様 II の 2 通りで行った.

設計仕様 I

設計仕様 I において, 探索打ち切り及び収束時点での結果を表 3.3 に示す. また, その際の各 GA 手法における収束曲線を図 3.15 に示す. この時, 左図が U - M, 中図が Um - M, 右図が P - G を表す. 図の縦軸は評価値, 横軸は世代数を表しており, 曲線は最良値の推移を表している.

設計仕様 I におけるレンズの設計例

各 GA 手法によって得られたレンズの設計例を図 3.16, 図 3.17, 図 3.18 に示す. 設計仕様 I では, U - M が 3 種類, Um - M 2 種類, P - G が 8 種類の設計例を示した.

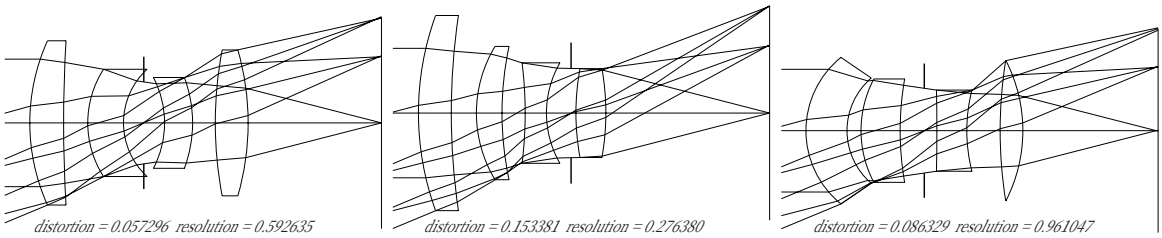

図 3.16 設計仕様 I : 4 枚組レンズ系の設計例 (U - M)

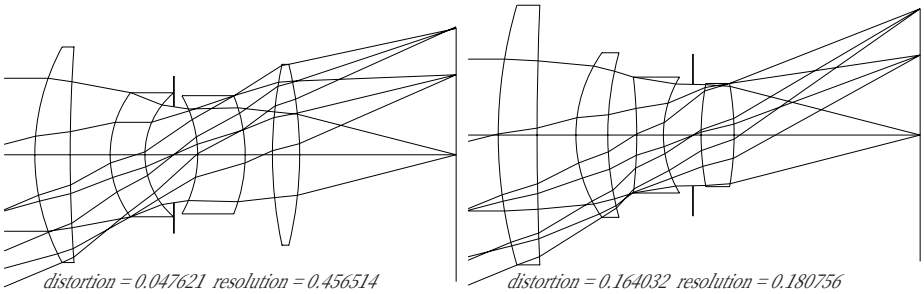

図 3.17 設計仕様 I : 4 枚組レンズ系の設計例 (Um - M)

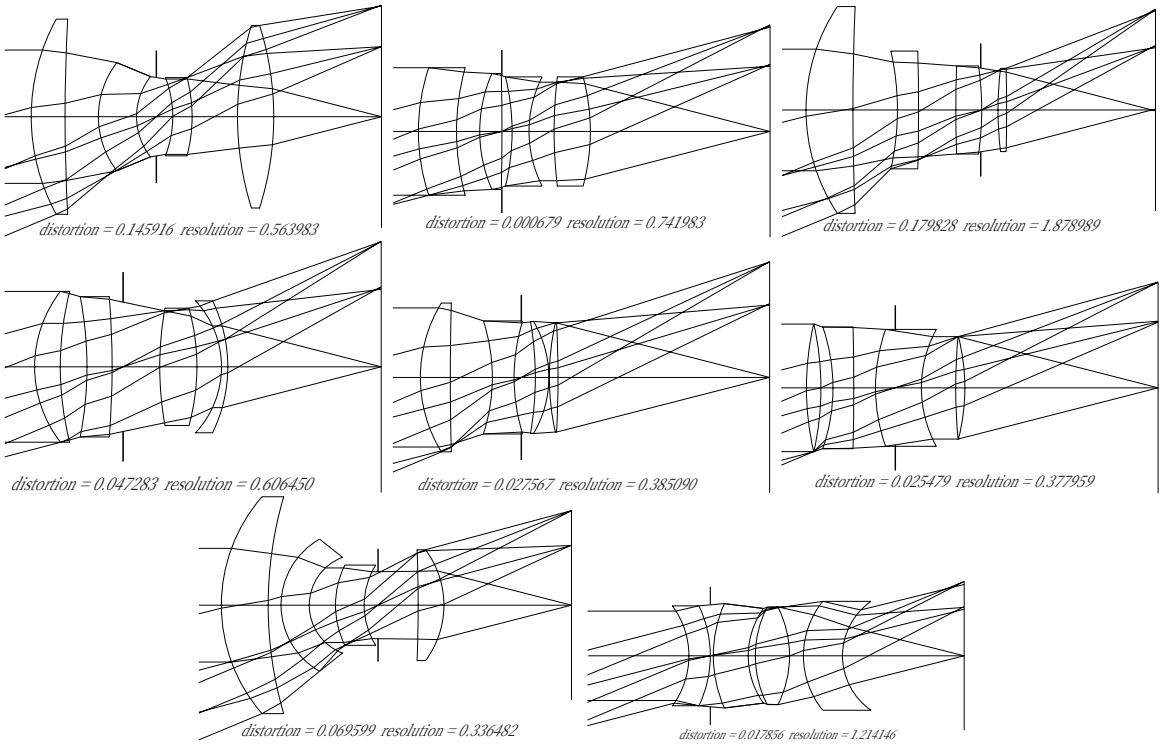

図 3.18 設計仕様 I : 4 枚組レンズ系の設計例 (P - G)

表 3.4 設計仕様 II：4 枚組レンズ系の探索打ち切り及び収束時点での評価値

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
U - M	0.230962	0.180681	0.025951
Um - M	0.148229	0.085629	0.029221
P - G	0.374329	0.112856	0.305745

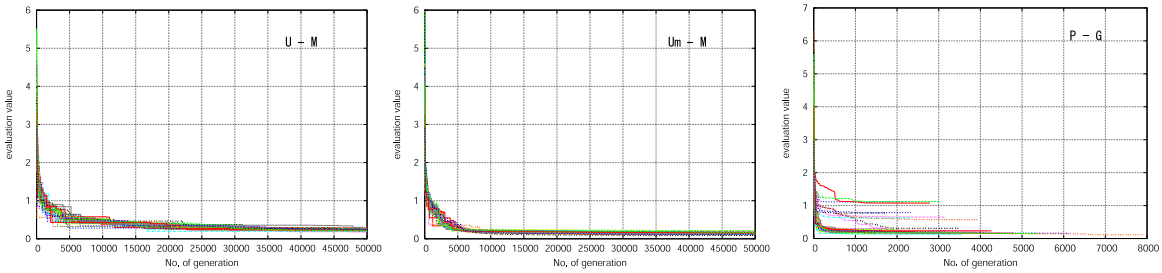

図 3.19 設計仕様 II：4 枚組レンズ系の収束曲線

設計仕様 II

設計仕様 II において, 探索打ち切り及び収束時点での結果を表 3.4 に示す. また, その際の各 GA 手法における収束曲線を図 3.19 に示す. この時, 左図が U - M, 中図が Um - M, 右図が P - G を表す. 図の縦軸は評価値, 横軸は世代数を表しており, 曲線は最良値の推移を表している.

設計仕様 II におけるレンズの設計例

各 GA 手法によって得られたレンズの設計例を図 ref4lens-u-m-p2-f3.0, 図 3.21, 図 3.22 に示す. 設計仕様 I では, U - M が 3 種類, Um - M 3 種類, P - G が 9 種類の設計例を示した.

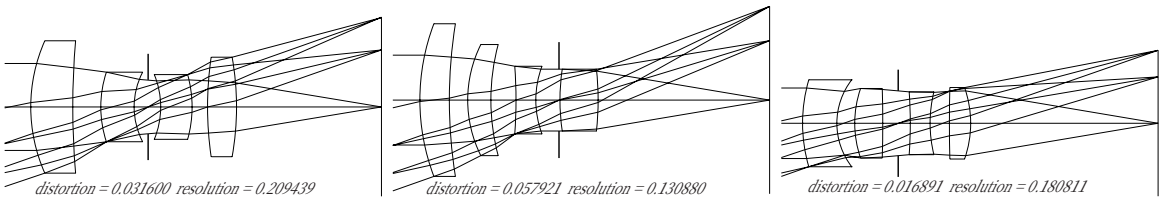

図 3.20 設計仕様 II：4 枚組レンズ系の設計例 (U - M)

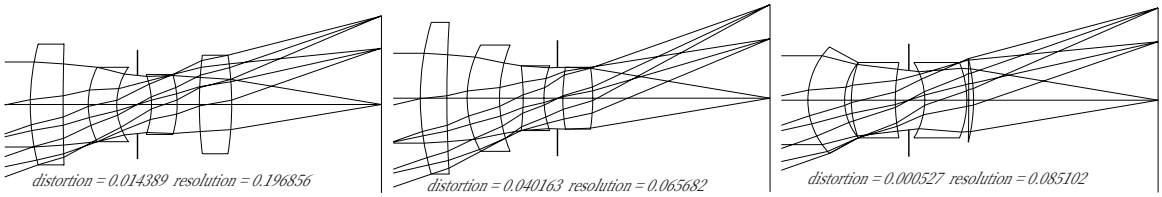

図 3.21 設計仕様 II : 4 枚組レンズ系の設計例 (Um - M)

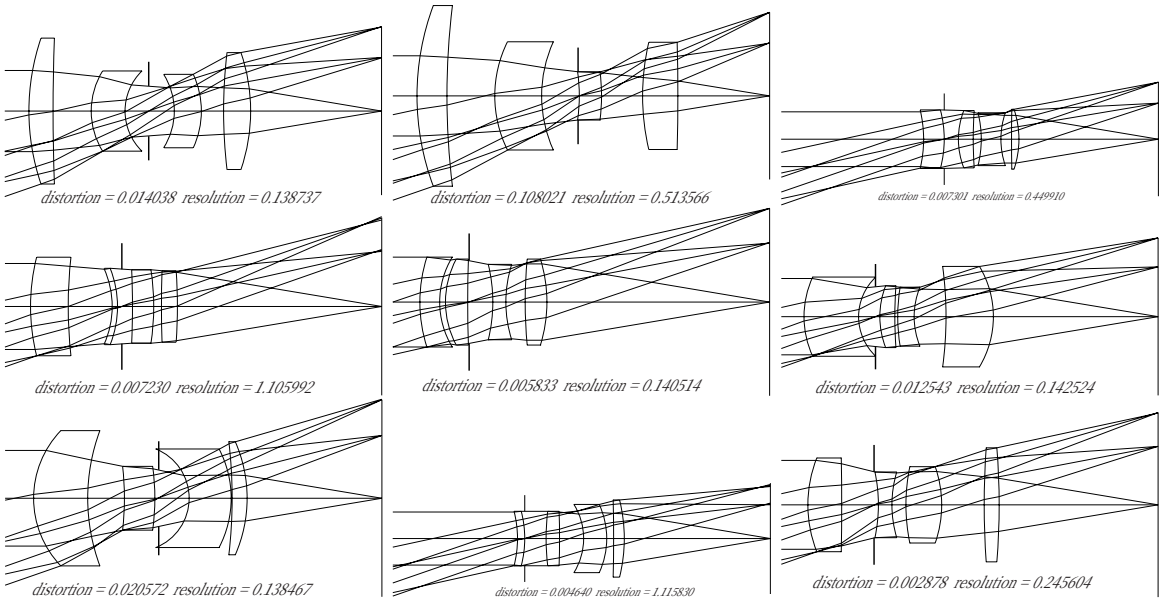

図 3.22 設計仕様 II : 4 枚組レンズ系の設計例 (P - G)

試行回数による比較

今回の実験では, 試行回数を 30 回として実験を行ったが, 実際には, 10 回, 30 回, 50 回の 3 通りで実験を行っていた. その際, 10 回の試行では実験結果の傾向を完全に示すことができなかったが, 30 回と 50 回では, 実験結果にそれほど大きな違いは示さなかった. そこで, 今後の実験における試行回数を 30 回とする.

この時の実験結果の表を付録に示す.

3.4.3 考察

3 枚組レンズ系の最適化において, U-M, Um-M では, 設計仕様 II の方が経験的に最適解と言われているトリプレットのレンズ形状を高い確率で得ていた. これは, トリプレットと言われる 3 枚組レンズ系におけるレンズの形状が, F 値が小さいと収差を補正しづらいという特徴を持っているからだと web 等の記述から推察された. また, 設計仕様 II の各 GA 手法における評価値を比較した時, 最良値を示した手法は, P - G を用いて最適化を行った場合であったが, P - G では最適解と言われているトリプレットを設計していなかった. これは, トリプレットと呼ばれるレンズ形状以外にも収差をより補正することができるレンズ形状が存在することを示していると考えられる.

各 GA 手法ごとの評価値と収束スピードを比較すると, 収束スピードに関しては局所探索性に優れた P - G が圧倒的に速く収束しているが, その反面, 1 試行毎の評価値のばらつきが大きくなっている. U - M, Um - M は, 収束スピードが速いとは言えないが, その分 1 試行毎の評価値のばらつきが小さくなっている. U - M, Um - M を比較した際, 収束スピードにそれほど大きな違いがないにも関わらず, 評価値は Um-M の方が良い値を示した. これは, 交叉に用いる親の数を多くすることで, 子を生成する際に個体が得ることができるレンズ形状が増えるためだと考えられる. U - M は, 交叉に用いる親の数が少ないので, 子を生成する際に個体が得ることができるレンズ形状はあまり増えないと考えられる. 子は親となる個体の形質しか遺伝しないためである.

4 枚組レンズ系の最適化でも 3 枚組レンズ系の最適化同様, 得られたレンズ形状に関して, P - G では, U - M と Um - M で得られたレンズ形状を設計し, 更に U - M と Um - M で得られず比較的評価値の良いレンズ形状も設計していた. これは,P - G のような局所探索に近い手法でも, 経験的に最適解および準最適解と呼ばれるレンズ系を設計できることを示している.

全体的に, 設計仕様 II に比べて設計仕様 I で最適化を行った方が 1 試行ごとのばらつ

きが大きく, 局所解に陥りやすかったと言える. これは, F 値を小さくすることでレンズに入射する光束の幅を広くしためだと考えられる. 収差は, レンズの中心付近を通る光線よりも端を通る光線の方が大きくなりやすいという特性があるので, F 値が小さい方が局所解が増え, レンズ設計が難しくなると考えられるからである. また, レンズ枚数が多い方が評価値が良かったのは, レンズ枚数が多い方が設計の自由度が増し, 収差を補正するための微調整を行いやすかったためだと考えられる.

実際のレンズ設計では, F 値が小さくレンズ枚数が少ないレンズ系の設計は, 収差補正が難しいとされている. 今回実験で用いた設計仕様で言えば, 設計仕様 II より設計仕様 I の方が収差を小さくするレンズ設計が困難であることが言える. また, レンズ枚数では, レンズ枚数が少ない 3 枚組レンズ系の最適化の方がレンズ設計が困難であることが言える.

また, 最適化に用いた 3 つの GA 間の比較では, 局所性が一番強い P - G は, 局所解に陥りやすい反面, 収束スピードが非常に速いという特徴があり, なおかつ, 得られるレンズ系も他の 2 種類の GA 手法で得られたレンズ系を網羅することが多く, 他の手法では得られないようなレンズ形状も得ることができた. さらに他の手法では得られないようなレンズ形状の中には, 良い評価値を示すものも存在した. また, 最良値だけを比較した場合, 他の手法とそれほど大きな差は見られず, 設計仕様によっては先行研究である U-M よりも明らかに良い評価値を示していた.

U - M と Um - M は 1 試行ごとのばらつきは小さく, 局所解に陥りにくいという傾向が見られ, そのため得られるレンズ形状も何種類かのレンズ形状に限定されていた. すべての設計仕様において, 全体的に Um - M が比較的良い評価値を示していたが, 必ずしも Um - M 最良だとは言いきれない. なぜなら, 局所探索性が強い P - G は, 収束スピードが他の 2 種類よりも速く, 場合によっては最良値においても良い結果を示していた. また, ほとんどの場合において, 得られるレンズ形状も他の 2 種類の手法を用いて得られるレンズ形状を網羅し, それ以外にも良い評価値を示すレンズ系を得ることが出来ていたからである. これは大域的探索がうまくいかないことの証である. すなわち, 局所探索性が強い P - G が, 1 試行ごとのばらつきがもっと小さければ, 比較した手法の中ではレンズ設計において最良であると考えられる.

今回の実験では, 先行研究が用いた問題設定, 評価方法を用いて最適化を行ったので, 色収差を考慮しなかった. しかし, 実際のレンズ設計では, 色収差を考慮する必要がある. そのため色収差も考慮した問題設定にするべきだと考えられる.

また, 探索によって得られたレンズ系の評価値は, 解像度 (R) の値に比べ, 歪曲 (D) の値の方が非常に小さく, 評価値の値は解像度の値に依存する傾向があった. 通常のレンズ

設計では, 歪曲は制約として扱い, 解像度において重点的に収差を補正している. そこで, もっと解像度を重点的に評価する方法にすべきだと考える.

更に, 先行研究の問題設定では, 最大画角における光束の直径は, 最小を光束の直径の半分である D/2 とし, 絞りを通る最大の幅を直径としている. 収差には, 光束の幅が大きいほど収差を補正しにくいという特徴があるので, 光束の幅が一定でないと個体によって収差の補正状況に違いが生じる. これを同列に評価することは問題である考えられる.

第4章　近傍探索を用いた世代交代モデルの提案

本稿では, 前章の比較実験によって得られた問題点を改善するため, 以下の 3 点において改良, 拡張を行った.

1. 個体の評価方法の改良
2. 近傍探索の導入
3. 色収差の考慮

4.1　個体の評価方法の改良

前の章で先行研究が用いた個体の評価方法を説明したが, 実際に GA を用いて実験を行ってみると, レンズ系の評価値は, 解像度 (R) の値に比べ, 歪曲 (D) の値の方が非常に小さく, 評価値の値は解像度の値に依存する傾向があった.

実際のレンズ設計では, ある大きさ以下のボケはボケとして検出できず, あたかもピントが合っているように見える. その検出できる限界のボケの大きさを許容錯乱円と呼び, この直径 (許容錯乱円径 : ϵ) が 1/30 mm 以下であれば実際に写真用のレンズ系として用いることができる (図 4.1 を参照). この許容錯乱円径に対応するのが解像度であり, 歪曲は通常制約として扱われることが多い. そこで, 歪曲よりも解像度を重点的に評価することで探索を効率化する.

本稿では, 歪曲 (D) を新しく定義し, $D < 0.01$ を満たすものだけを制約条件とし, 解像度 (R) のみを評価する. $D < 0.01$ とする理由は, 歪曲のズレが 1% であれば人間の目で見た場合, ほとんど気にならない程度のものである. そのため 1 % 以下の歪曲は無視しして考えて良いものと定義する. 解像度は, 式 (3.2) をそのまま利用する. よって評価関数は, R となる. この時の個体の評価方法を評価方法 A とする.

更に, 先行研究の問題設定では, 最大画角における光束の直径は, 最小を D/2 とし, 絞

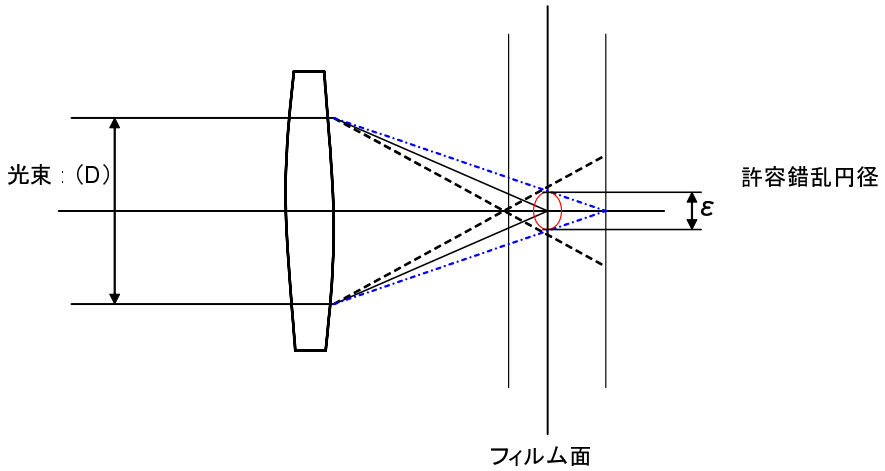

図 4.1 許容錯乱円

りを通る最大の幅を直径としている. そのため, 個体によって最大画角における光束の直径が異なってしまうという問題点が生じていた. そこで本稿では, 最大画角における光束の直径を絞りを通る最大の幅を直径とするのではなく, D/2 に固定することとした. 従来手法の問題設定にこの変更を加えた問題設定を問題設定 A とする.

4.2 近傍探索

3.4 節で行った他の交叉手法や世代交代モデルを用いた GA との比較実験において, 先行研究である小野らが提案した手法が必ずしも最良であるとは言えず, 場合によっては局所探索性に優れた手法の方が有用であることが示された. そこで本稿では, 通常の GA よりも局所探索性を持つ近傍探索を用いた世代交代モデルを提案し, それをレンズ設計問題に適用する. 近傍探索の考え方としては高橋ら [11] を参考にした.

4.2.1 近傍探索の導入

近傍探索とは, 探索範囲を限定し, それを逐次改善することによって最適化を行う方法のことである. 探索範囲を限定するため解を求めるまでの時間が早い反面, 非常に局所解に陥りやすいという問題点がある.

3.4 節の実験により, 大域的な探索手法が必ずしも有用であるとは言えず, 場合によっては局所探索性の強い手法の方が優れていることを示したが, その理由としては, 大域的探

索を行う方法が非効率であるためだと考えられる.

そこで本稿では, 交叉対象とする個体を限定することによって大域的探索領域内に部分空間を作り, その部分空間内で探索を行うことによって効率化を計る手法を用いる. また, その部分空間内での最良解を求め, 最終的には部分空間の数だけ解を複数個出力するモデルを提案する.

解を複数個出力することで, 未知の設計仕様でレンズ系を作る際の解の候補として利用することが可能だと考えられる. また, 従来の設計仕様においても, 人間が考え付かないようなレンズ系を出力することが考えられ, 解を一つに絞らないことによって, 従来手法よりもその解が淘汰されずに残る可能性が高くなると考えられる.

4.2.2 世代交代モデル

本稿で提案する世代交代モデルは, 交叉対象とする個体を, ある個体に対して近傍に位置する個体だけに限定するといった方法を用いる. 具体的には以下のようにする.

複製選択

複製選択では, 交叉対象とする個体をある個体の近傍に位置する K 個の個体に限定し, K 個の中から親の数だけ個体を選択する. ここで言う近傍に位置する K 個体とは, 遺伝子空間において距離が近い（表現空間においてレンズの形状が似ている）順に選ばれた個体のことである. レンズの形状が全然違うもの同士を交叉させても良いレンズ系が得られる可能性は低く, 探索として無駄な探索を行っていると考えられるが, レンズの形状が似ている個体同士を交叉することで, 効率的な探索が可能になると考えられる.

生存選択

生存選択では, 次世代に残す個体の対象を, 複製選択で選んだ親個体とその親から生成された子個体の集団からなる家族とし, 家族の中から最も良い評価値を持つ個体を 2 つ次世代に残し, 選ばれた親個体の中からランダムに選択した 2 個体と置き換える方法である.

距離の計算方法

各個体において遺伝子空間で距離が近いと言うことは, レンズ設計問題では, レンズの形状が似ている個体と定義する. そこで図 3.1 のレンズの曲率に注目し, 以下の計算式によって距離を求める. レンズの曲率に注目したのは, 予備実験として 局所探索により得られた, ある程度良い評価値を持つ集団から無作為に 2 個体を選択し, その時生成される子どもが親よりも評価値が良くなる傾向を調べた結果, レンズの曲率が似ているもの同士を交叉させた時にその傾向が見られたからである.

ここでは例として, 2 つの個体を それぞれ a , b とし, 個体 a , b 間の距離の求め方を示す. a , b を遺伝子表現にしたベクトルを

$$x_a = (c_{a_1}, c_{a_2}, \ldots, c_{a_i}, c_{a_{i+1}}, \ldots, c_{a_m})$$

$$x_b = (c_{b_1}, c_{b_2}, \ldots, c_{b_i}, c_{b_{i+1}}, \ldots, c_{b_m})$$

とし,

$$D_{ab} = \sqrt{(c_{a_1} - c_{b_1})^2 + \ldots + (c_{a_m} - c_{b_m})^2}$$

で定義する.

近傍個体群を跨ぐ個体の選択法

上記のように, 複製選択において交叉対象とする個体をある個体の近傍に位置する K 個の個体に限定することで, 無駄な探索が減少する反面, 進化的停滞に陥りやすく, また, すべての探索空間を探索しきれないという危険性を孕んでいる. そこで本稿では, 複製選択において近傍個体群を跨ぐ個体の選択法も提案する. ここでいう近傍個体群とは, ある個体の近傍に位置する K 個体を一つの近傍個体群としている.

この近傍個体群を跨ぐ個体の選択法は, 1 つの近傍個体群から 1 つの個体を選択し, これを親の数だけ行う方法である. ただし, 個体を選択した近傍個体群内に存在した個体が, 別の近傍個体群に 1 つでも存在する場合 (近傍個体群が一部でも重なる場合), その近傍個体群からは個体を選択せず, 前に個体を選択した近傍個体群内に存在した個体が 1 つも存在しない近傍個体群 (近傍個体群同士が重ならない近傍個体群) から必ず個体を選択するという方法である. 近傍個体群が一部でも重なる場合, 最終的に複数の近傍個体群が 1 つに収束することが考えられ, すべての探索空間を探索するという観点からは, あまり意味がなくなってしまうと考えられるからである.

図 4.2 は, K = 4, 親の数 2 とした時の近傍個体群を跨ぐ個体の選択法の具体例である.

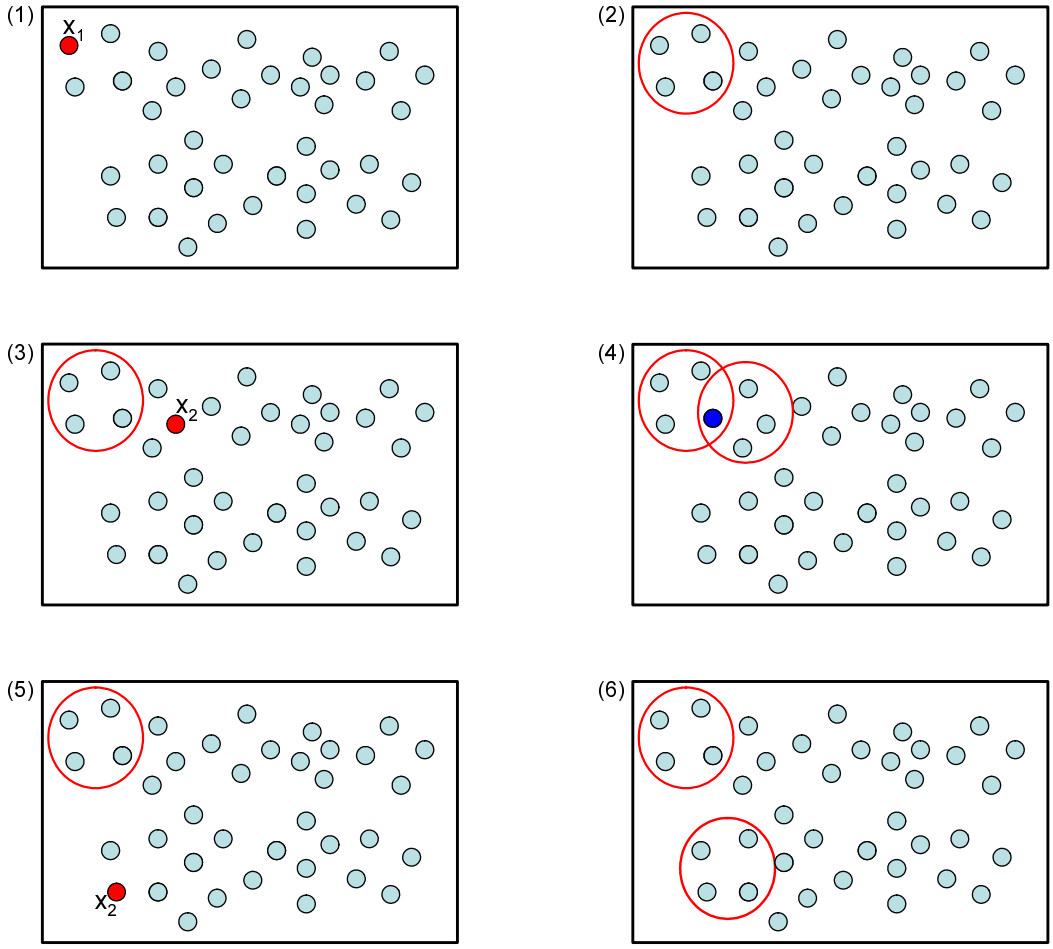

図 4.2 近傍個体群を跨ぐ個体の選択法の例

1. まず, 集団から中心となる個体 x_1 を選択する (図 4.2 の (1) を参照).
2. 個体 x_1 との距離をすべての個体に対して計算し, 近い順に K 個の個体を近傍リスト (近傍個体群) とする (図 4.2 の (2) を参照).
3. 集団から個体 x_2 を選択する (図 4.2 の (3) を参照).
4. 2. と同様に x_2 との距離をすべての個体に対して計算し, 近い順に近傍リスト (近傍個体群) とする. (図 4.2 の (4) を参照).
5. 2 つの近傍個体群内に共通となる個体が存在する場合, 3. に戻ってもう一度個体 x_2 を選択し, 2 つの近傍個体群内に共通となる個体が存在しなくなるまで繰り返す (図 4.2 の (5) を参照).
6. 3. ～ 5. を親の数の分, 近傍個体群が生成できるまで繰り返す.
7. 生成された 2 つの近傍個体群内から 1 個体ずつ親となる個体をランダムに選択し, 交叉を行う (図 4.2 の (6) を参照).

このようにして, 近傍個体群を跨ぐ個体の選択を行う.

これら二つの複製選択を同時に満たすことで, 進化的停滞に陥りやすく, また, すべての探索空間を探索しきれないという危険性を低くすることが可能であると考える. ただし, この近傍個体群を跨ぐ個体の選択は, 10 世代に 1 回という割合で行うものとする. この 10 世代に 1 回という割合は, 予備実験を行った際, 割合を高くしすぎると大域的探索と同じように得られる 1 つに収束してしまい, 近傍探索を行う意味が無くなっていた. また逆に低くしすぎるときちんと探索が行えず, 経験的に最適と言われているレンズ系を得ることができなかったことによる.

アルゴリズム

近傍探索法を用いた世代交代モデルのアルゴリズムは次のようになる. また, この世代交代モデルでは, 交叉手法として UNDX を使用することを仮定して設計した.

```
begin
  t=0;
  初期の個体集団 P(t) をランダムに生成し，各個体を評価する ；(初期集団の生成)
  while 終了条件が満たされない do
  begin
    t=t+1;
    個体の複製のために P(t-1) よりランダムに個体 x を一つ選択する.
```

```
    x からすべての個体に対して距離を計算し,
    K 個からなる近傍リスト（近傍個体群）を生成する.
    ( K 個の中には x も含まれる)
    近傍個体群内から親の数だけ個体をランダムに選択し,
    親集団 C(t) を生成する ;（複製選択 1)
    また, 10 世代に 1 回の割合で近傍個体群を跨ぐ親の選択を行う ;（複製選択 2)
    C(t) より子個体集団 C'(t) を生成し, 評価する ;（子の生成)
    C(t) と C'(t) より最良 2 個体を選び次世代に残す個体とし, 交叉に用いた親
    の中からランダムに選択した 2 個体と最良 2 個体とを置き換える ;（生存選択)
  end
end.
```

特徴

この手法の特徴は, 予め近傍個体群の数を決めて行うのではなく, 問題によって適応的に近傍個体群の数が変化する所にある. そのため, 問題の景観に対応して近傍個体群が生成され, 結果として複数個の個体に収束することが可能となる. すなわち一回の試行で多くの良質な解を得ることが可能であり, レンズ設計問題のように局所解が多く存在し, 且つ変数間の依存関係が強い問題に対して有用であると考えられる.

4.3 色収差の考慮

先行研究の問題設定では, 色収差は考慮しないものとして扱っていたが, 実際のレンズ設計では色収差も考慮して設計されるので, 色収差を考慮すべきであると考える. そのため, 以下の 4 点において改良を行う.

1. 光線に用いる波長数の増加
2. 色収差に対応する新しい評価方法の導入
3. 色消しレンズの導入
4. ガラスの自動選択

以下これらについて説明する.

4.3.1 波長数の増加

先行研究の問題設定では, レンズ系に対して 1 種類の波長に対応する光線を何本も通すことで光線追跡を行い, それに対して評価することで最適化を行っていた. しかし色収差を考慮するとなると, 1 種類の波長に対してだけ光線追跡を行うのでは不十分である. そこで本稿では, 従来の波長に新たに 2 種類の波長を加え, 3 種類の波長を用いて光線追跡を行う. その 3 種類の波長とは, d 線 (黄色), C 線 (赤色), F 線 (青色) を用いる. 実際のレンズ設計でも色収差を考える際考慮するのが, 通常 d 線, C 線, F 線なので, 本稿でも同様に d 線, C 線, F 線に対して色収差を考える.

3 種類の波長を用いて光線追跡を行う方法を本稿では次のよう考える. 従来の問題設定では, 図 3.1 のように, 1 枚のガラスに対して 1 種類 (d 線) の屈折率を対応させることで光線追跡を行っていたが, 本稿では, 1 枚のガラスに対して 3 種類 (d 線, C 線, F 線) の屈折率を与え, そのそれぞれに対して光線追跡を行うことで色収差を考える方法を用いる. 具体的な方法としては, 最初に d 線に対して光線追跡を行い, その際に得られたレンズ形状を保持したまま屈折率を C 線と F 線に対応する値に変更し, そのそれぞれに対して光線追跡を行うといった手法を用いる. 簡単に言うと, 1 つの個体に対して, 同じレンズ形状で d 線, C 線, F 線それぞれ光線追跡を行い, 合計 3 回光線追跡を行うということである.

4.3.2 色収差に対応する新しい評価方法の導入

色収差 (Chromatic aberration : Ch) を新たな評価基準として導入する.

Ch の評価方法は, d 線, C 線, F 線それぞれに対して主光線を中心とした合計 11 本の光線を 0 °, 0.65w °, w ° の 3 通りの入射角でレンズ系に通し, 作成された 3 つのスポットダイアグラムを用いて評価する. この時, d 線, C 線, F 線それぞれの 11 本の光線が結像した位置を x_{d_i}, x_{C_i}, x_{F_i} $(i = 0 \sim 10)$ とし, 次のような計算式によって Ch を評価する.

$$Ch = \sum_{w \in (0, 0.65w, w)} \sqrt{\sum_{i=0}^{10} \left[\sum_{j=d,C,F} \left[(x_{g_i} - x_{j_i})^2 + (x_{g_i} - y_{j_i})^2 \right] / 3 \right] / 11}$$

ここで $(x_{g_i},\ y_{g_i})$ は, 11 本の光線それぞれの d 線, C 線, F 線の重心を表すものである.

色収差を考慮する際の評価関数を $R + 10 \times Ch$ とする. 予備実験の際, Ch は, R に比べて値が非常に小さくなっていた. そのため, あまり色収差を考慮した探索が出来ていなかった. そこで, Ch と R を同じスケールにすることで色収差を考慮した探索をが出来ると仮定し, そのため Ch に 10 をかけている.

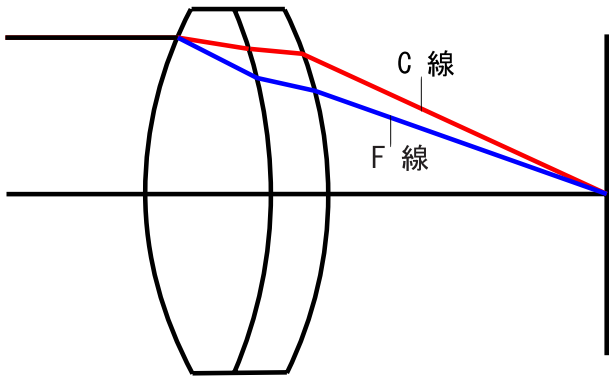

図 4.3 色消しレンズ

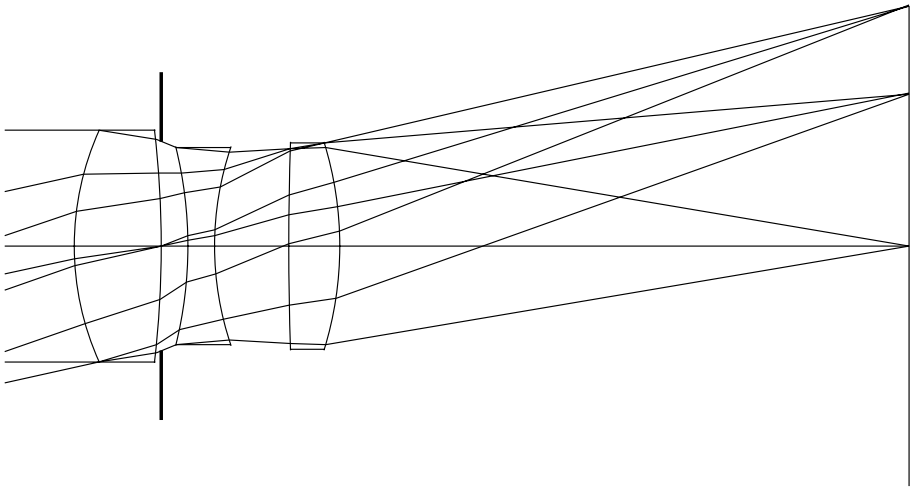

図 4.4 従来手法で生成されたレンズ系の例

この時の個体の評価方法を評価方法 B とする.

4.3.3 色消しレンズ

実際のレンズ設計では, 色収差を補正する際, 色による屈折率の差が大きい凹レンズと色による屈折率の差が小さい凸レンズを張り合わせたものを用いて補正する. この張り合わせたレンズのことを色消しレンズと呼ぶ (図 4.3 を参照). そこで, 本稿でもこの色消しレンズも扱えるようにする.

図 4.4 を見てもらうと解るように, 現在の染色体とレンズ系の定義では, 生成されるレンズ系は, レンズとレンズの間に必ず空気の層が存在する. しかし, レンズとレンズの間に空気の層が存在する場合, 図 4.3 のようなレンズとレンズを張り合せて作る色消しレン

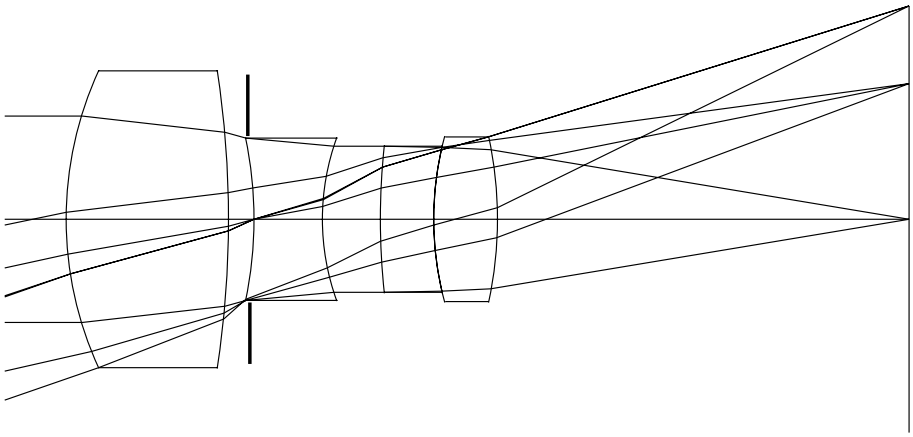

図 4.5 新しい手法により生成されたレンズ系の例

ズは生成できない．そこで本稿では, 初期集団を生成する際, 予め色消しレンズを生成する場所を決めてからレンズ系を生成するという考え方を用いる．レンズの設計パラメータは図 2.10 で示したようになっているので, 面間距離である $d = 0$ とすれば実現可能であるが, $d = 0$ する 場合, 前後の曲率 (c) を同時に動かさなければならない．そのため, 簡単化のために予め生成するといった方法を用いる．

図 4.5 は, 4 枚組 (3 群) レンズ系の最適化において, 3 枚目と 4 枚目のレンズを色消しレンズとして生成した場合の生成例である．群とは, 単レンズ 1 枚, もしくは色消しレンズ 1 個のことを言う．

4.3.4 ガラスの自動選択

色消しレンズは, 色による屈折率の差が大きい凹レンズと色による屈折率の差が小さい凸レンズを張り合わせることによって色収差を補正する．そこで, ガラスの屈折率を変数化して最適化を行う．

ガラスの自動化とは, 今まで固定値として扱ってきた屈折率を, 変動値 (変数) として与え, 屈折率自体も探索によって最適化することである．なお本稿では, 屈折率を固定値から変動値にするに当たって, 簡単のために屈折率を連続値として扱う．そのため, 実際は離散値として存在するガラスの屈折率が連続的に存在することも許すこととした．

レンズに用いるガラスを自動選択するためには, 屈折率を固定値で扱っていた部分を変数にすれば良いが, 色消しレンズを考える場合, 通す波長は 3 種類であり, その 3 種類それぞれを独立に変数してしまうと, 1 枚のガラスにおいて現実的にあり得ない屈折率を取っ

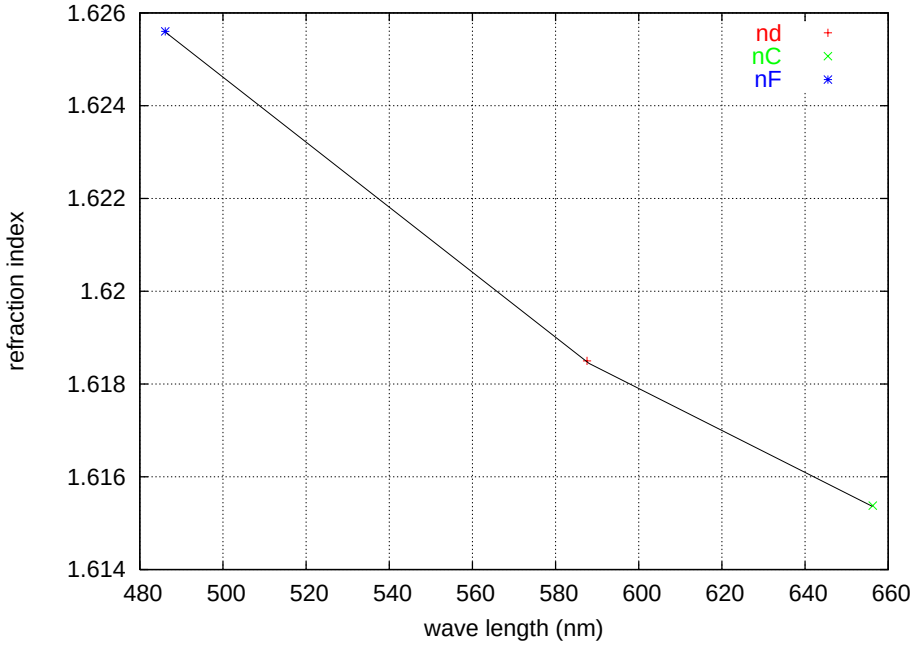

図 4.6 波長と屈折率の関係

てしまう可能性がある．ここでいう現実的にあり得ない屈折率とは, C 線の屈折率が F 線より大きい値を取る可能性があり, また d 線の屈折率が必ずしも C 線と F 線の間に存在するとは限らないことを言っている．そこで本稿では, d 線と d 線に対する分散率 (アッベ数) を変数にすることで, より現実的に近いガラスを生成させる方法を用いる．

ガラスは, 屈折率の他に分散率と呼ばれる量を持つ．分散率は, ガラスの種類に依存するという関係が存在し, d 線, C 線, F 線 を使用波長とする場合,

$$v_d = \frac{n_d - 1}{n_F - n_C} \tag{4.1}$$

のように各波長に対する屈折率を分散率に当てはめることができる．この量を特にアッベ数と言う．ここで, n_d, n_C, n_F は, d 線, C 線, F 線それぞれに対応する屈折率を表し, v_d は d 線に対するアッベ数を表している．

例として, あるガラスにおける d 線, C 線, F 線の屈折率と波長の長さの関係を, 図 4.6 のように示す．図 4.6 の縦軸は屈折率, 横軸は波長の長さを表している．d 線, C 線, F 線の波長の長さは, それぞれ 587.56 nm, 486.13 nm, 656.27 nm となっている．図 4.6 から解る通り 3 点は一直線上にはない．しかし, 本稿ではこの 3 点が一直線上にあると仮定し, この仮定に基づき, 以下の式によって C 線, F 線の屈折率を求める．

$$n_F = n_d + (n_F - n_C) * \frac{587.56 - 486.13}{656.27 - 486.13}$$

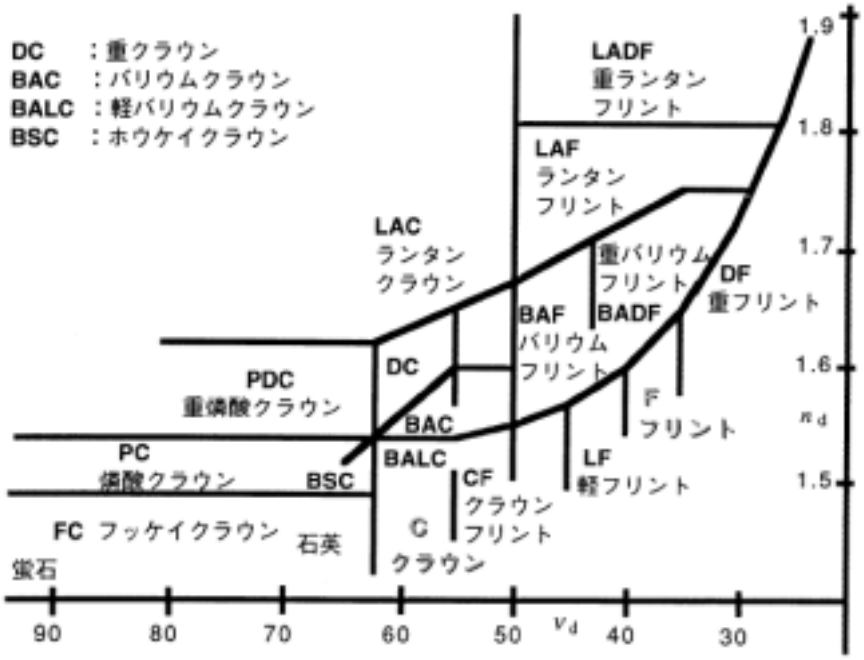

図 4.7 屈折率とアッベ数の関係

$$n_C = n_d + (n_F - n_C) * \frac{587.56 - 656.27}{656.27 - 486.13}$$

$n_F - n_C$ は, 式 (4.1) の変形により, 以下の式で求めることが出来る.

$$n_F - n_C = \frac{n_d - 1}{v_d}$$

これにより, d 線に対応する屈折率と d 線に対するアッベ数を変数とするだけで, C 線, F 線においてもより実際のガラスに近い屈折率を持つものを生成することができる. また, 実在するガラスとアッベ数の関係は, 図 4.7¶のようになっているので, 連続値として扱う範囲を $1.40 < n_d < 2.05,\ 17 < v_d < 96$ とした. 図 4.7 の縦軸は屈折率, 横軸はアッベ数を表している.

図 4.8 は, この屈折率やアッベ数まで変数とした場合のレンズ系と染色体の関係を示したものである. レンズの曲率 (c), 面間距離 (d), 屈折率 (n), アッベ数 (v) を最適化することでレンズ系を得るという考え方を持つ問題設定を問題設定 B とする.

また, この設定で図 4.7 の範囲に生成されるかを示す.

¶この図は, 書籍： レンズ設計 [12] p59 の一部をそのまま引用したものである

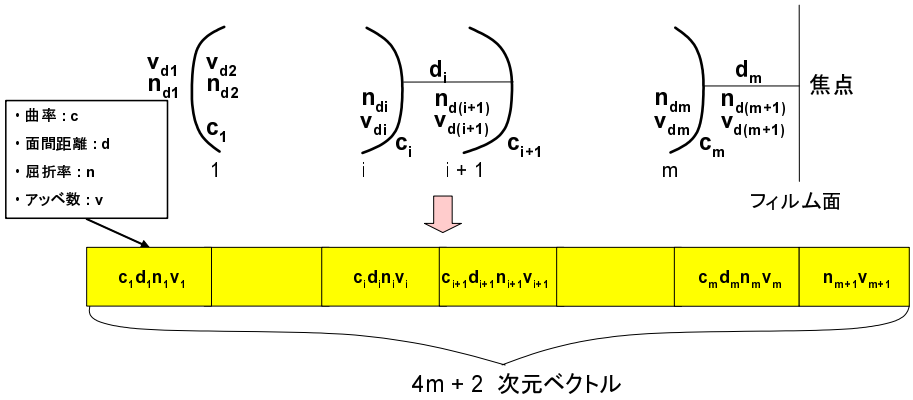

図 4.8 レンズ系と染色体の関係 2

第5章　評価実験と考察

5.1　実験1：個体の評価方法の改良

5.1.1　問題設定と個体の評価方法

実験 1 では, 問題設定 A, 個体の評価方法 A を用いる.

この実験の目的は, 個体の評価方法を改良することで探索が効率的に行われることを検証することである. 探索に使用する GA は, 交叉手法を UNDX, 世代交代モデルを MGG とする. 探索が効率的に行われていることを検証するため, 先行研究の評価方法を用いて得られた結果と個体の評価方法を改良して得られた結果を比較する. ただし, 先行研究を用いて得られた結果は, 評価関数が $D+R$ (先行研究の個体の評価方法) となっているので, 評価関数を R (個体の評価方法 A) として計算し直したものと比較する. 先行研究の評価方法を用いて実験を行ったものを old, 個体の評価方法を改良して実験を行ったものを new とする. 比較方法は, 試行回数ごとに評価値を求め, その際, 最良値, 平均値, 標準偏差を計算し比較した. 評価値は, 値が小さいものほど収差が小さいことを表するので, 評価値が良いとは評価値の値が小さいことを言う. また, レンズ枚数は, 歴史的によく研究されている 3 枚組, 4 枚組のレンズ設計問題を扱うこととした.

5.1.2　実験

設計仕様は, 設計仕様 I：焦点距離 f=100mm, F 値 F/2.0, 画角 2w=45°, 設計仕様 II：焦点距離 f=100mm, F 値 F/3.0, 画角 2w=38° の 2 通りを用いて行った.

実験に用いたパラメータは以下の通りである.

- 集団サイズ (個体数)：300.
- 交叉回数：50, すなわち世代交代ごとに 100 個体の子を生成する.
- UNDX の α, β：推奨値である $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.35$ とした.

表 5.1 設計仕様 I : 3 枚組レンズ系の評価値

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
old	1.869460	0.862453	0.333022
new	0.738967	0.332009	0.313339

表 5.2 設計仕様 II : 3 枚組レンズ系の評価値

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
old	0.376884	0.241761	0.095945
new	0.120284	0.101338	0.019535

- 波長の種類：1 種類 (d 線のみ).
- 探索の打ち切り：生成した子の数が 5.0×10^6 に達した時点で打ち切りとした.
- 試行回数：各試行毎に初期集団を生成するのに用いる乱数を変更して 30 試行, 実験を行った.

3 枚組レンズ系の最適化

まず, 3 枚組レンズ系において最適化を行った. 表 5.1 は, 設計仕様 I で最適化を行い, 探索を打ち切った時点での結果で, 表 5.2 は, 設計仕様 II で最適化を行い, 探索を打ち切った時点での結果である.

4 枚組レンズ系の最適化

次に, 4 枚組レンズ系において最適化を行った. 表 5.3 は, 設計仕様 I で最適化を行った際の結果で, 表 5.4 は, 設計仕様 II で最適化を行った際の結果である.

表 5.3 設計仕様 I : 4 枚組レンズ系の評価値

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
old	0.599895	0.276380	0.096068
new	0.158603	0.118622	0.034147

表 5.4 設計仕様 II : 4 枚組レンズ系の評価値

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
old	0.200365	0.107323	0.033627
new	0.073344	0.047681	0.014284

5.1.3 考察

先行研究の評価方法を用いて得られた結果と個体の評価方法を改良して得られた結果を比較した結果, 3 枚組レンズ系の最適化, 4 枚組レンズ系の最適化ともに, 個体の評価方法 A を用いた方が効率的に解像度 (R) を改善できることを示した. これは, 先行研究の個体の評価方法では, 探索が効率的でなかったことを示すものであり, 本稿で用いた個体の評価方法がより効率的だったことを示すものであったと考えられる.

5.2 実験 2：近傍探索

5.2.1 問題設定と個体の評価方法

実験 2 でも実験 1 と同じように, 問題設定 A, 個体の評価方法 A を用いる.

この実験では, 4.2 節で提案した近傍探索を用いた世代交代モデルを用いて実験を行い, 交叉手法としては UNDX を用いた. 以下この手法を (K=6, K=15, K=30) と近傍リストの数で表すことにする. 比較のために UNDX と MGG の組み合わせの GA でも実験を行った. 以下この手法を U - M とする. 比較方法は, 試行回数ごとに評価値を求め, その際, 最良値, 平均値, 標準偏差を計算し比較した. 評価値は, 値が小さいものほど収差が小さいことを表するので, 評価値が良いとは評価値の値が小さいことを言う. また, レンズ枚数は, 歴史的によく研究されている 3 枚組, 4 枚組のレンズ設計問題を扱うこととした.

5.2.2 実験

実験に用いたパラメータは以下の通りである.

- 集団サイズ (個体数)：300.
- 交叉回数：50, すなわち世代交代ごとに 100 個体の子を生成する.

- UNDX の α, β：推奨値である $\alpha = 0.5, \beta = 0.35$ とした.
- K の数：近傍リストである K の数を, 6, 15, 30 の 3 通りで行った. この数は, それぞれ集団サイズの 1/50, 1/20, 1/10 に相当する.
- 波長の種類：1 種類 (d 線のみ).
- 探索の打ち切り：近傍探索を用いて最適化を行った場合, 生成した子の数が 2.0×10^6 に達した時点で打ち切りとした. U - M を用いて最適化を行った場合, 生成した子の数が 5.0×10^6 に達した時点で打ち切りとした.
- 試行回数：各試行毎に初期集団を生成するのに用いる乱数を変更して 30 試行, 実験を行った.

3 枚組レンズ系の最適化

まず, 3 枚組レンズ系において最適化を行った. 設計仕様としては, 焦点距離 f=100mm, F 値 F/2.0, 画角 2w=45° を用いた.

表 5.5 は上記の設計仕様で最適化を行った時の結果である. 図 5.1 はその際の収束曲線を表わしており, 左上の図が U - M を用いた時, 右上の図が提案手法である近傍探索を用い近傍リストの数が K = 6 の時, 左下の図が K = 15 の時, 右下の図が K = 30 の時の収束曲線である. この時, 図の縦軸は評価値, 横軸は世代数を表しており, 曲線は最良値の推移を表している.

図 5.2 は U - M を用いて 30 試行, 最適化を行った結果, 得られた 3 枚組レンズ系の設計例のである. そのうちの 18 試行が左図に, 12 試行が右図のレンズ形状に収束した. Evaluation は, そのレンズ形状における評価値である. それに対して図 5.3 は, 近傍探索 (K=6) を用いて 1 回の最適化を行った結果, 得られた 3 枚組レンズ系の設計例である. この試行では 6 種類のレンズ系を設計することが出来た.

4 枚組レンズ系の最適化

4 枚組レンズ系において最適化を行った. 設計仕様としては, 焦点距離 f=100mm, F 値 F/3.0, 画角 2w=38° を用いた.

表 5.6 は上記の設計仕様で最適化を行った時の結果である. 図 5.4 はその際の収束曲線を表わしており, 左上の図が U - M を用いた時, 右上の図が提案手法である近傍探索を用

表 5.5 3 枚組レンズ系の評価値

	平均値	最良値	標準偏差
U - M	0.738967	0.332009	0.323339
K=6	0.402003	0.322407	0.096610
K=15	0.440213	0.321738	0.101062
K=30	0.511173	0.322078	0.164468

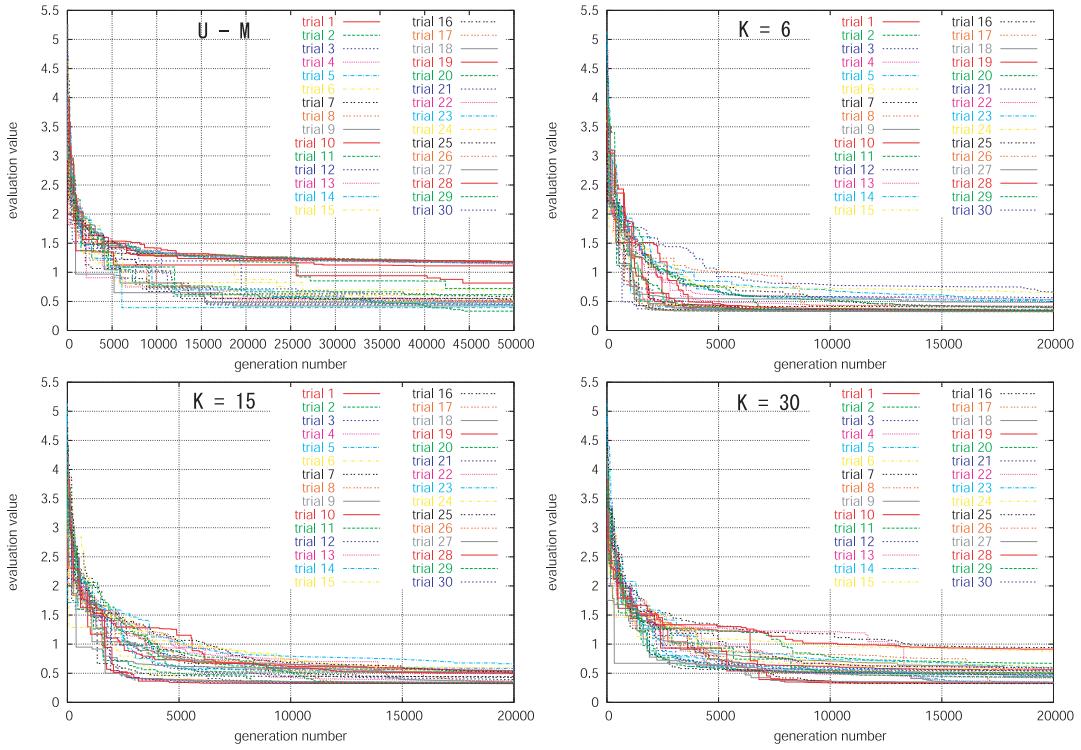

図 5.1 3 枚組レンズ系の収束曲線

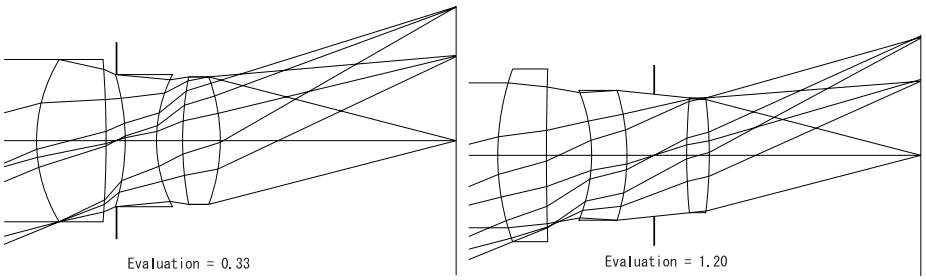

図 5.2 U - M を用いて得られた 3 枚組レンズ系の設計例

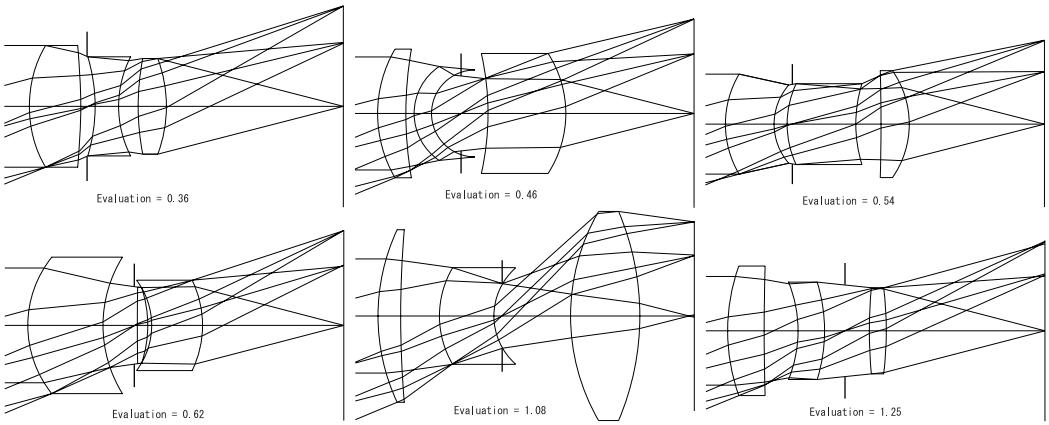

図 5.3 K = 6 の時の 1 回の試行で得られた 3 枚組レンズ系の設計例

表 5.6 4 枚組レンズ系の評価値

	平均値	最良値	標準偏差
U - M	0.073344	0.047681	0.014284
K=6	0.054550	0.032883	0.010086
K=15	0.059140	0.035844	0.014752
K=30	0.057252	0.045481	0.009417

い近傍リストの数が K = 6 の時, 左下の図が K = 15 の時, 右下の図が K = 30 の時の収束曲線である. この時, 図の縦軸は評価値, 横軸は世代数を表しており, 曲線は最良値の推移を表している.

図 5.5 は U - M を用いて 30 試行, 最適化を行った結果, 得られた 4 枚組レンズ系の設計例である. そのうちの 7 試行が左図に, 5 試行が真中図に, 18 試行が右図のレンズ形状に収束した. Evaluation は, そのレンズ形状における評価値である. それに対して図 5.6 は, 近傍探索 (K=6) を用いて 1 回の最適化を行った結果, 得られた 4 枚組レンズ系の設計例である. この試行では, 8 種類のレンズ系を設計することが出来た.

5.2.3 考察

3 枚組レンズ系の最適化, 4 枚組レンズ系の最適化ともに, 近傍探索を用いて最適化を行った方が良い結果を示し, 収束スピードにおいても近傍探索を用いて最適化を行った方が良い結果を示した. これは, 近傍探索によって交叉対象とする個体を限定した結果, 効

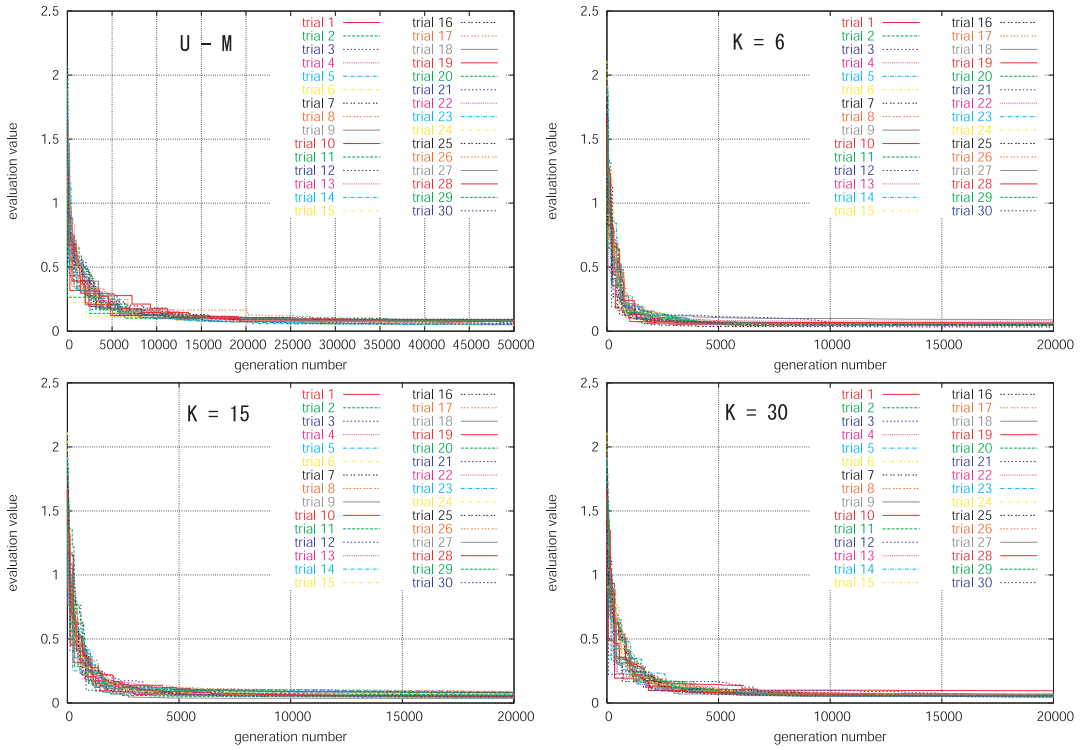

図 5.4 4 枚組レンズ系の収束曲線

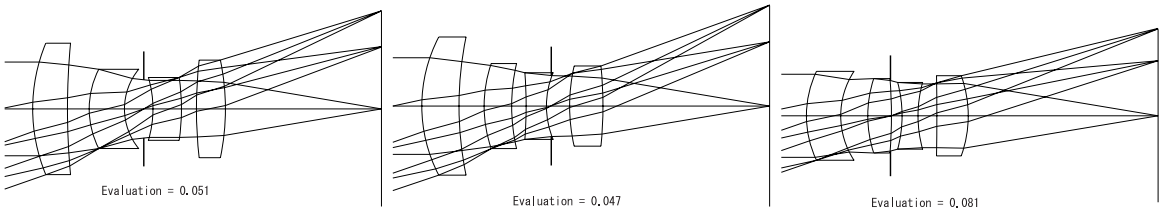

図 5.5 U - M を用いて得られた 4 枚組レンズ系の設計例

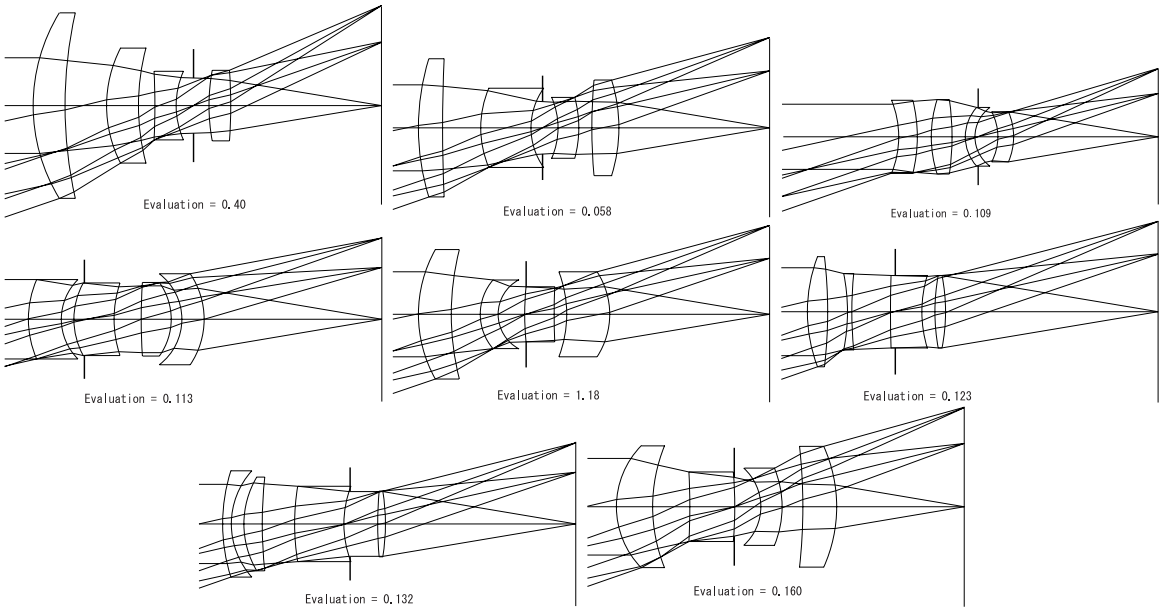

図 5.6 K = 6 の時の 1 回の試行で得られた 4 枚組レンズ系の設計例

率的な探索が可能となり, 収束スピードも速くなったと考えられる. また,3 枚組レンズ系の最適化, 4 枚組レンズ系の最適化ともに, 従来手法よりも良い評価値を示していることから, 進化的停滞には陥っていないと考えられる.

近傍探索を用いたもの同士の比較では, 近傍リスト (K の数) が少ないものの方が良い結果を示した. また, 1 回の試行で得られるレンズ形状も K の数が少ない方が, より沢山のレンズ形状を得ることが出来た. これは, K の数を多くするにつれ集団全体で探索する傾向が強まったためと考えられる.

得られたレンズ形状を考えた際, 3 枚組レンズ系の最適化では, U - M を用いた場合, ほぼ 2 種類のレンズ形状に収束したのに対し, 近傍探索を用いた場合, 1 回の試行で何種類ものレンズ形状に収束し, その何種類ものレンズ形状には U - M で得られたレンズ形状も含まれたいた. また, 得られたレンズ形状における評価値は, U - M を用いて得られた場合と同等の値を示していた. 4 枚組レンズ系の最適化においても同様に, U - M を用いた場合, ほぼ 3 種類のレンズ形状に収束したのに対し, 近傍探索を用いた場合, 1 回の試行で 何種類ものレンズ形状に収束し, その何種類ものレンズ形状には U - M で得られたレンズ形状も含まれたいた. また, 得られたレンズ形状における評価値は, U - M を用いた場合と同等の値を示していた.

実際のレンズ設計は, 2.1 節で述べたように試行錯誤を繰り返してレンズ系を設計するので, 多くの設計例があった方が設計しやすいと考えられる. また, 未知の設計仕様でレ

ンズ系を設計しようとする場合には, 基となる設計例がないため, 提案手法のように, 1 回の試行で沢山の設計例を提示することができる方法は, 有用であると考えられる.

5.3 実験 3：色収差の考慮

5.3.1 問題設定と個体の評価方法

実験 3 では, 問題設定 B, 個体の評価方法 B を用いる.

この実験では, 4.2 節で提案した近傍探索を用いた世代交代モデルを用いて実験を行い, 交叉手法としては UNDX を用いた. 以下この手法を K=6 と近傍リストの数で表すことにする. 張り合わせレンズを生成した場合と生成しなかった場合とで比較をし, また, 張り合わせレンズを生成して実験を行った場合は, きちんと色消しレンズになっていたかを検証する. 参考のために UNDX と MGG の組み合わせの GA でも同様の実験を行った. 以下この手法を U - M とする. 比較方法は, 試行回数ごとに評価値を求め, その際, 最良値, 平均値, 標準偏差を計算し比較した. 評価値は, 値が小さいものほど収差が小さいことを表するので, 評価値が良いとは評価値の値が小さいことを言う. また, レンズ枚数は, 張り合わせレンズを生成しない場合, 3 枚組レンズ設計問題として, 張り合わせレンズを生成する場合, 4 枚組 (3 群) レンズ設計問題として扱うこととした. 4 枚組 (3 群) レンズは, 3 枚組レンズ系に色収差を補正した際に出来るレンズ系であり, 実際には 3 枚組レンズ設計問題と等価であると考えられるからである.

5.3.2 実験

実験に用いたパラメータは以下の通りである.

- 集団サイズ (個体数)：300.
- 交叉回数：50, すなわち世代交代ごとに 100 個体の子を生成する.
- UNDX の α, β：推奨値である $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.35$ とした.
- K の数：近傍リストである K の数を, 6 とした. この数は, 実験 2 において良い結果を得た数である.
- 波長の種類：3 種類 (d 線, C 線, F 線) とした.

表 5.7 3 枚組レンズ系の評価値

	平均値	最良値	標準偏差
U - M	0.185291	0.135461	0.035129
K=6	0.081289	0.040224	0.023128

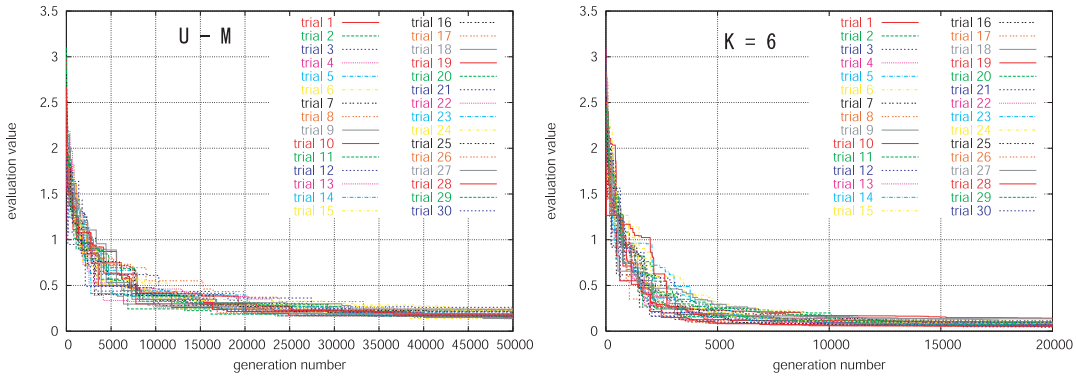

図 5.7 3 枚組レンズ系の収束曲線

- 張り合わせレンズの位置：2 枚目と 3 枚目 (2 - 3), 3 枚目と 4 枚目 (3 - 4) の 2 通りを用いた．1 枚目と 2 枚目に張り合わせレンズを用いないのは, 通常のレンズ設計においてもあまり見かけないからである．

- 探索の打ち切り：近傍探索を用いて最適化を行った場合, 生成した子の数が 2.0×10^6 に達した時点で打ち切りとした．UNDX と MGG の組み合わせの GA を用いて最適化を行った場合, 生成した子の数が 5.0×10^6 に達した時点で打ち切りとした．

- 試行回数：各試行毎に初期集団を生成するのに用いる乱数を変更して 30 試行, 実験を行った．

3 枚組レンズ系の最適化

まず, 3 枚組レンズ系において最適化を行った．ただし張り合わせレンズは生成しないで実験を行った．設計仕様としては, 焦点距離 f=100mm, F 値 F/3.0, 画角 2w=38 ° を用いた．表 5.7 は上記の設計仕様で最適化を行った時の結果であり, 図 5.7 はその際の収束曲線を表わしている．左図が U - M で, 右図が近傍探索 (K=6) を用いて最適化を行った時の収束曲線である．この時, 図の縦軸は評価値, 横軸は世代数を表しており, 曲線は最良値の推移を表している．

表 5.8 4 枚組 (3 群) 枚組レンズ系の評価値

	平均値	最良値	標準偏差
U - M	0.252708	0.177709	0.030423
K=6	0.098890	0.048283	0.028347

表 5.9 4 枚組 (3 群) 枚組レンズ系の評価値

	平均値	最良値	標準偏差
U - M	0.288947	0.153615	0.038936
K=6	0.069824	0.036026	0.018825

4 枚組 (3 群) レンズ系の最適化

次に, 4 枚組 (3 群) レンズ系において張り合わせレンズを生成して最適化を行った. 設計仕様としては 3 枚組レンズ系の最適化と同様に, 焦点距離 f=100mm, F 値 F/3.0, 画角 2w=38 ° を用いた. 表 5.8 は, (2 - 3) に張り合わせレンズを生成して最適化を行った時の結果で, 図 5.8 はその際の収束曲線を表わしている. また, 表 5.9 は, (3 - 4) に張り合わせレンズを生成して最適化を行った時の結果である. 図 5.9 はその際の収束曲線を表わしている. 図は左図が U - M で, 右図が近傍探索を用いて最適化を行った時の収束曲線である. この時, 図の縦軸は評価値, 横軸は世代数を表しており, 曲線は最良値の推移を表している. 図 5.10 は, 張り合わせレンズを用いたときに一番 Ch に対する評価値が良かった際のレンズ系の設計例で, 表 5.10 はその時の屈折率とアッベ数を示したものである.

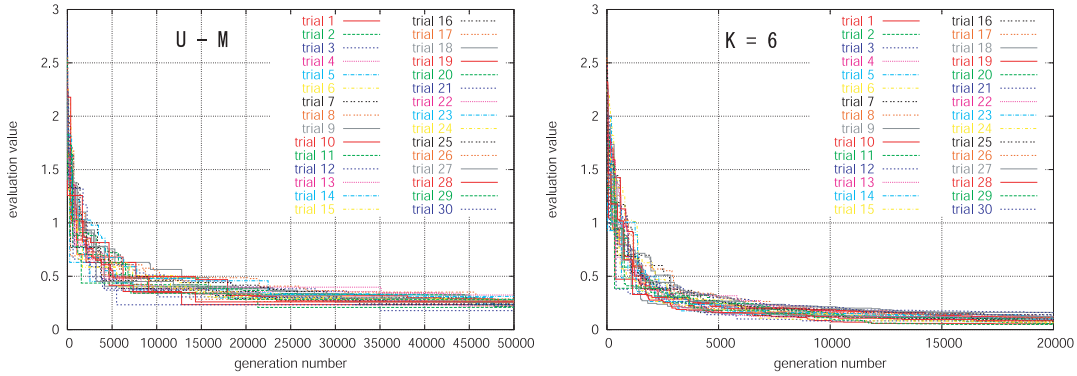

図 5.8 4 枚組 (3 群) レンズ系の収束曲線 1

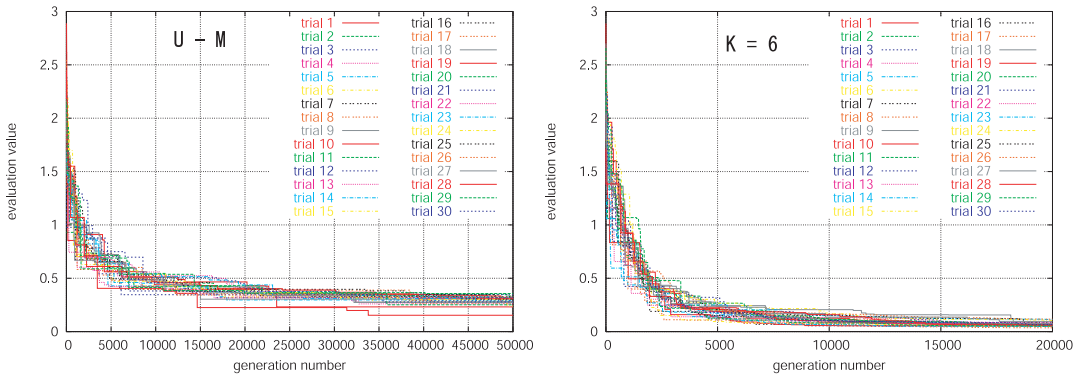

図 5.9 4 枚組 (3 群) レンズ系の収束曲線 2

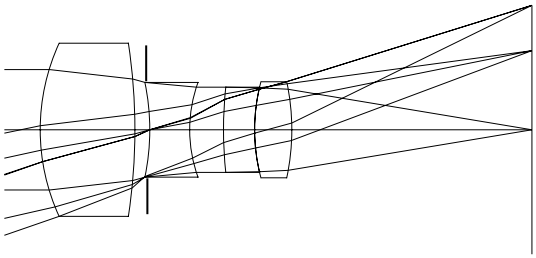

図 5.10 4 枚組 (3 群) レンズ系の設計例

表 5.10 屈折率とアッベ数

	1 枚目	2 枚目	3 枚目	4 枚目
d 線	1.627510	1.472170	1.542573	1.583632
F 線	1.632286	1.477124	1.548707	1.587823
C 線	1.624952	1.468814	1.538418	1.580792
アッベ数	85.56176	56.81949	52.73330	83.00839

5.3.3 考察

張り合わせレンズを生成しても生成しなくても大きな違いは得られなかった．しかし, 探索によって得られた張り合わせレンズは色消しレンズになっていた．これは, 屈折率も自動化したことにより, 張り合わせレンズを用いるよりも屈折率を変動化した方が収差を補正しやすい傾向を示していたためだと考えられる．今回は簡単のために屈折率やアッベ数を連続値として扱った．そのため, 実際には存在しないガラスの屈折率も許すことにしていたので, その影響がでたと考えられる．実在するガラスの屈折率は離散的に存在しているので, 離散値として扱うことを考えるべきである．また, 張り合わせレンズの位置は (2 - 3), (3 - 4) どちらにしてもそれほど大きな差が出なかった．これは, 実際のレンズ設計では, 張り合わせレンズは一カ所ではなく, 数ヵ所に用いられており, 今回実験に用いた 3 群のレンズ系においても, ほとんどの場合 (2 - 3), (3 - 4) の両方の位置で張り合わせレンズを用いて色収差を補正しているため, それほど評価値に差が出なかったと考えられる．

第6章　おわりに

6.1　まとめ

本稿では, 近傍探索を用いた世代交代モデルを提案した. この世代交代モデルをレンズ設計問題に用いることで, 従来手法では 1 試行に 1 つのレンズ系しか設計できなかったものを, 1 試行で複数のレンズ系を設計でき, また経験的に最適解及び準最適解と呼ばれている解も網羅できることが確認された. 収束スピードにおいても提案手法の方が従来手法より速く, 有用であることが確認された. しかし, 今回は交叉手法として, 従来研究と同じである UNDX を用いて実験を行ったが, この世代交代モデルに沿うような交叉手法を提案する必要があると考える. また, 今回は歴史的に良く研究されている 3 枚組, 4 枚組のレンズ設計問題に対して実験を行ったが, 今後はもっと大規模なレンズ枚数においても適用していく必要がある.

レンズ設計問題における問題設定や個体の評価方法については, 実際のレンズ設計で用いられている考え方 (許容錯乱円径：1/30) などを用いることで, 探索の効率化を計ることができたことを確認した. また, 色収差について考慮するための評価方法を導入した. しかし, 色収差の補正に関しては, あまりうまくいかなかった. これは, 簡単化のために実際には離散値であるガラスを連続値として扱ったため, 張り合わせレンズを用いるよりも屈折率を変化させた方が色収差を補正しやすい傾向を示したと考えられる. 今後は離散値を扱えるような手法に改良する必要がある.

本稿では, 単焦点レンズを対象として実験を行ったが, 現在の主流はズームレンズであり, 今後はズームレンズに対しても拡張していく必要がある. しかし, ズームレンズの設計仕様は, 焦点距離, F 値, 画角, それぞれの値が一定ではなく, またレンズ系のレンズ間距離も変動するという特徴があり, かつそれぞれ依存関係をもっているので, 探索手法を効率化し, 多くの依存関係を持つ問題に対しても適用できるよう提案手法を拡張していく必要がある.

謝辞

本研究を進めるにあたって, 熱心な御指導, 有益な御助言を賜った東条敏教授には厚く御礼申し上げます. さらに終始熱心に御指導を賜りました永田裕一助手には大変感謝しております. 本件研究に際し、有益な御助言を頂きました鳥澤健太郎助教授に感謝致します. 最後になりましたが, 本学知識工学講座の皆様に厚く御礼申し上げます.

参考文献

[1] Darko Vasiljevic. *Classical and Evolutionary Algorithms in the Optimization of Optical Systems* Kluwer Academic Publishers, 2002

[2] Kalyanmoy Deb, Ashish Anand, Dhiraj Joshi. *A Computationally Efficient Evolutionary Algorithm for Real-Parameter Optimization,* Evolutionary Computation, Vol.10, Part.4, 2002

[3] Julie Beaulieu, Christian Gagne, Marc Parizeau. *Lens System Design and Re-Engineering with Evolutionary Algorithms,* In Proc. of the Genetic and Evolutionary Computing COnference (GECCO), pp.155-162, july 9-13 2002

[4] Osamu Takahashi, Hajime Kita, Shigenobu Kobayashi. *A Distance Dependent Alternation Model on Real-codec Genetic Algorithms,* In IEEE International Conference on systems, Man, and Cybernetics, pp.619-624, 1999

[5] 佐藤 浩, 小野 功, 小林 重信. "遺伝的アルゴリズムにおける世代交代モデルの提案と評価", 人工知能学会誌, Vo12, N0.5, pp.734-744, 1997

[6] 小野 功, 小林 重信, 吉田 幸司. "遺伝的アルゴリズムによる光学系の最適化", 光アライアンス, Vol.10, No.4, pp.26-31, 1999

[7] 小野 功, 佐藤 浩, 小林 重信. "単峰性正規分布交叉 UNDX を用いた実数値 GA による関数最適化", 人工知能学会誌, Vo14, N0.6, pp.1146-1155, 1999

[8] 喜多 一, 小野 功, 小林 重信. "実数値 GA のための正規分布交叉に関する論理的考察", 計測自動制御学会論文集, Vol35, N0.11, pp.1333-1339, 1999

[9] 喜多 一, 小野 功, 小林 重信. "実数値 GA のための正規分布交叉の多数の親を用いた拡張法", 計測自動制御学会論文集, Vol36, N0.10, pp.875-883, 2000

[10] 木村 周平，小野 功，喜多 一，小林 重信. “交叉の設計指針に基づく UNDX の拡張： ENDX の提案と評価”, 計測自動制御学会論文集，Vol36，N0.12，pp.1162-1171，2000

[11] 高橋 治，木村 周平，小林 重信. “交叉的突然変異による適応的近傍探索 - 騙しのある多峰性関数の最適化 -”, 人工知能学会論文集，Vol16，NO.2，pp.175-184，2001

[12] 高橋 友刀. 「レンズ設計」 東海大学出版会，1994

[13] 北野 宏明 編. 「遺伝的アルゴリズム」 産業図書，1993

[14] 永田 信一. 「図解　レンズがわかる本」 日本実業出版社，2002

付録

表 1 設計仕様I : 3 枚組レンズ系の探索打ち切り時点での評価値 (10 試行)

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
U - M	2.056620	1.286263	0.329032
Um - M	1.653170	0.923404	0.392606
P - G	2.810190	0.644131	1.272264

表 2 設計仕様I : 3 枚組レンズ系の探索打ち切り時点での評価値 (50 試行)

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
U - M	2.034990	1.174023	0.340999
Um - M	1.590670	0.339887	0.520050
P- G	2.299580	0.443075	1.046270

表 3 設計仕様II : 3 枚組レンズ系の探索打ち切り時点の評価値 (10 試行)

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
U - M	0.398018	0.244911	0.064469
Um - M	0.453588	0.202072	0.272081
P- G	0.879071	0.176548	0.469873

表 4 設計仕様 II : 3 枚組レンズ系の探索打ち切り時点の評価値 (50 試行)

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
U - M	0.418061	0.231677	0.116807
Um - M	0.373586	0.155683	0.232896
P- G	0.713122	0.161837	0.394719

表 5 設計仕様 I : 4 枚組レンズ系の探索打ち切り時点での評価値 (10 試行)

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
U - M	0.700162	0.636849	0.048999
Um - M	0.343108	0.171556	0.106004
P- G	0.931509	0.412656	0.474443

表 6 設計仕様 I : 4 枚組レンズ系の探索打ち切り時点での評価値 (50 試行)

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
U - M	0.683173	0.429761	0.082555
Um - M	0.330073	0.167113	0.091609
P- G	0.831280	0.275300	0.534594

表 7 設計仕様 II : 4 枚組レンズ系の探索打ち切り時点での評価値 (10 試行)

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
U - M	0.225429	0.188224	0.026696
Um - M	0.143611	0.108282	0.029100
P- G	0.415191	0.146348	0.369551

表 8 設計仕様 II : 4 枚組レンズ系の探索打ち切り時点での評価値 (50 試行)

個体数：300	平均値	最良値	標準偏差
U - M	0.232989	0.180681	0.026429
Um - M	0.145279	0.085629	0.026548
P- G	0.361622	0.109161	0.282909