

Title	線形論理の拡張体系に対する代数的研究
Author(s)	坪井, 直人
Citation	
Issue Date	2004-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/1789
Rights	
Description	Supervisor:小野 寛晰, 情報科学研究科, 修士

線形論理の拡張体系に対する代数的研究

坪井 直人 (210059)

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

2004年2月13日

キーワード: substructural logics, residuated lattices, intuitionistic linear logic, finite model property, Glivenko's theorem.

部分構造論理とは、古典論理や直観主義論理の sequent system からいくつかの構造規則 (exchange, weakening, contraction) を取り除くことにより得られる論理の総称である。Lambek による FL や、適切論理、線形論理、BCK-論理などの体系はいずれも部分構造論理の一種である。もともと、sequent 計算で形式化された論理において、構造に関する推論規則は、補助的な規則だとみなされていた。しかし、これまでにそれぞれ独自の動機で研究されてきた様々な非古典論理のうち、多くの論理が部分構造論理とみなせることが近年わかってきた。

部分構造論理の初期の研究では、主に証明論的手法が用いられ、cut 除去可能な sequent system から、様々な重要な結果を導くことができた。しかし、最近になり、部分構造論理の意味論としての代数的モデルが盛んに研究されている。その理由をいくつか挙げる。cut 除去定理が成り立たない論理については証明論的手法の有用性はそこまで発揮されない。そこで意味論的な手法を試みるにしても、クリプキ流の意味論は、様相論理のときほどにはうまくは働かない。代数的な、とくに Universal Algebra からのアプローチは、部分構造論理を全体的な視点で捉えることに優れている。そういったことから近年は代数的手法が多く用いられるようになった。

部分構造論理のもっとも基本となる論理は、LJ からすべての構造に関する規則を取り除いた体系 FL である。そこに exchange rule を付け加えたものが FL_e とよばれる体系で、直観主義的線形論理、適切論理などが属する。さらに weakening rule を付け加えた体系 FL_{ew} にはウカシェヴィチの多値論理、BCK-論理、ファジー論理、basic logic などが属している。weakening rule をもつ論理に対応する代数モデルでは、使い勝手の良い代数的性質が多く成り立つことなどから、これまでもずいぶん研究がなされてきた。本研究では、直観主義線形論理の拡張体系に相当する FL_e 上の論理を対象としている。

1 目的

本研究は、代数的手法を用いて部分構造論理の性質の究明を進めることを目的とする。対象とするのは部分構造論理のうち、exchange rule が成り立つ論理である。直観主義線形論理の拡張体系における諸性質を調べることに相当する。本論文では、大きく2つの事柄について考察されている。一つは、ある論理体系における finite model property である。finite model property が成立する論理においては、provable な formula に対し、必ずそれを偽にするような有限モデルが存在するという性質である。二つ目には、 CFL_e 上の論理に関する Glivenko の定理について closure operator を用いた方法で証明を試みる。Glivenko の定理は、強い論理から弱い論理への埋め込みができるという結果ともいえる。

2 本論文の概要

本論文では、exchange rule を持つ論理を対象としている。そこで”論理”というものを FL_e 上の論理として定義した。その定義とは、三段論法、連言、代入に閉じており、 FL_e で provable な formula をすべて含むような formula の集合というものである。sequent system で定義された FL_e で provable であるというのが本論文での論理の必要条件となっている。

次に、意味を論じるための代数的モデルとして、その基本となる commutative residuated lattice を定義する。そして、commutative residuated lattice に定数 0 を加えることで FL_e -algebra という algebra をつくと、それは FL_e に対応する algebra となり、健全性と完全性が成り立つ。

2章までで3章以降の話をするための準備を終える。

3章においては、 DFL_e , DFL_{ew} , DFL_{ec} の finite model property について論じる。downward-closed な集合を考えることで、一部の formula に限っては finite model property が成立するというを示した。

4章は、二重否定を写像とみれば、closure operator になることから、それを用いて Glivenko の定理を示すことができた。これは、Galatos-Ono の結果に対し別証明を与えたことになる。