JAIST Repository

https://dspace.jaist.ac.jp/

Title	逆優先的選択によるネットワークのカスケード故 障に対する頑健性の分析	
Author(s)	楠, 涼太	
Citation		
Issue Date	2023-03	
Туре	Thesis or Dissertation	
Text version	author	
URL	http://hdl.handle.net/10119/18308	
Rights		
Description Supervisor:林幸雄,先端科学技術研究科,((情報科学)		



Japan Advanced Institute of Science and Technology

修士論文

逆優先的選択によるネットワークのカスケード故障に対する頑健性の分析

楠 涼太

主指導教員 林 幸雄

北陸先端科学技術大学院大学 先端科学技術研究科 (情報科学)

令和5年2月

Abstract

Cascading failures may undergo in real networks considering flows such as packets in telecommunications and logistics on the road. Failures of one or very few nodes propagate and cause the network to malfunction entirely. Models and measures for cascading failures are discussed for SF(SF) structures that exist in the real world. In particular, further selective removal of nodes and links, reconnecting links, and routing strategy are investigated as measures against cascading failures. However, the measures are impractical, because the normal nodes and links are wasted and it needs that the network structure can be changed immediately. Furthermore, recent studies interest in cascading failures of interdependence networks. We believe that the essential solution to reduce the damage of cascading failures is to find a more robust network structure, rather than the measures.

By the way, recently been known that networks become loopless at critical points where they are fragmented. Here, the minimum set of necessary nodes to be removed to make the network loopless is called the feedback vertex set (FVS). Therefore, the size of FVS must be increased to enhance robustness against attacks. Onion-like networks that focus on positive degree-degree correlation, are proposed as more robust networks with a larger number of loops, compared to conventional SF and ER networks Analysis of the generating function and numerical simulations have shown that when the degree distribution is fixed and the degreedegree correlation is varied, a network with an onion-like structure with optimal tolerance emerges when the positive degree-degree correlation becomes somewhat large. However, higher degree-degree correlations do not necessarily lead to higher robustness, but robustness is maximized at moderate positive degree-degree correlations. There have been a small number of studies against cascading failures, and onion-like networks have been found to be more tolerant than SF networks. However, since networks with extremely high positive degree-degree correlations are not optimally robust, there is room for an approach to enhancing robustness that is more intrinsic than degree-degree correlation. Therefore, recent research has focused on enhancing loops to improve robustness. The results suggest that robustness and FVS size increase substantially as the variance of the degree distribution decreases. Thus, we focus on the variance of the degree distribution to improve robustness against attacks. Recently, the IPA model has been proposed as a model for generating networks by varying the degree distribution. In IPA model, the network is generated by inverse preferential attachments, the opposite of preferential attachments in SF networks. The degree distribution changes continuously with the parameter β that controls the degree of inverse preferential attachments. Consequently, the variance of the order distribution decreases as the value of β increases. Recent studies have shown that networks with small variances of the network degree distribution have optimal robustness against attack.

Back to cascading failures. The load of the initial failure node that triggered the cascading failures must be borne by the other nodes. Because the failed node can not pass through the flow, therefore the flow passes through a detour that passes through another node. In other words, the damage against cascading failures can be reduced by distributing the load among multiple detours if many detours exist. Since a detour is a loop, an aforementioned network with a smaller variance of the degree distribution is expected to be highly tolerant against cascading failures due to the presence of many loops.

In this study, simulations of cascading failures are performed for BA model generated by preferential attachments (PA) with a SF structure, and inversion preferential attachments (IPA) model with a smaller variance of the degree distribution. The general method of generating a network with attachments is as follows. A new node is added to the network and connected to m existing nodes at each time step. Self-loops and multiple loops are prohibited. Here, the probabilities to choose existing nodes are different in each of the two models. First, the probability to choose existing nodes of BA model is proportional to the degree k. On the other hand, IPA model employs probability to choose existing nodes proportional to k^{β} . The degree distribution can be varied continuously by adjusting the value of the parameter β in IPA model. However, the network efficiency decreases as chain structure emerges on the network as this β is increased. Therefore, configuration model is applied after generating the network to randomize the network structure in order to perform an analysis focusing on the degree distribution of the network. In addition, this study uses the most basic Motter-Lai model for cascading failures. The load Li is defined by betweenness centrality on the assumption that flows are supposed to exceed every pair of nodes and transmitted along the shortest path connecting them. This is attributed to the flows such as packets and vehicles in communication and transportation networks generally transmitting along the shortest path. The capacity C_i is defined as a value proportional to the initial load $L_i(0)$. Where α is a tolerance parameter. As larger α , the less likely it is that cascading failures will occur. However, it should be as small as possible from the standpoint of capital investment and other costs. In cascading failures, if the load Li exceeds the capacity, $L_i > C_i$, node i is removed from the network. After node removal, the load is redistributed to the remaining nodes throughout the network. Here, nodes with $L_j > C_j$, are further removed from the network. Load redistribution and removal of overload nodes are repeated until all nodes are removed or L < C. The method to choose initial failures that trigger cascading failures uses random, max-degree, and max-load node removal and localized attack. Localized Attack assumes damage from tsunamis and earthquakes

in infrastructure networks. The damage against cascading failure is defined by the relative size G of the largest connected component before and after the cascading failure.

The results of the simulation show that the network generated by IPA model is more tolerant against cascading failures than SF networks at the degree distribution is homogeneous according to the parameter β . Optimal tolerance against cascading failures was obtained at $\beta = 50$ is also suggested. Furthermore, networks with homogeneous degree distributions were found to meet the small-world property. In other words, achieving both tolerance and efficiency against cascading failures is possible.

目 次

第1章	はじめに	1
1.1	研究背景	1
1.2	研究目的	3
1.3	論文の構成	3
第2章	シミュレーションを行うネットワークとその特徴	5
2.1	ネットワーク科学における基本用語と特徴量........	5
	2.1.1 次数	6
	2.1.2 媒介中心性	6
	2.1.3 トポロジー的な頑健性	6
2.2	アタッチメントによるネットワーク生成モデル	7
2.3	リンクの媒介中心性分布	8
2.4	平均最短経路長	9
第3章	カスケード故障	11
3.1	Motter-Lai モデル	11
3.2	初期故障ノードの選択方法・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	12
3.3	カスケード故障の評価指標	13
第4章	結果	15
4.1	逆優先的選択によるカスケード故障に対する耐性の向上	15
4.2	鎖状構造の解消による最大連結成分比Gと効率Eへの影響	19
第5章	まとめ	21
付録A	カスケード故障の結果	22

図目次

2.1	ノード数 $N=10^3$,毎時刻のリンク数 $m=2$ の各ネットワークの次	
	数分布	8
2.2	ノード数 $N=10^3,$ 毎時刻のリンク数 $m=2$ のネットワークにおけ	
	るリンクの媒介中心性分布.........................	9
2.3	ノード数 $N=10^4,$ 毎時刻のリンク数 $m=2$ のネットワークにおけ	
	る平均最短経路長 $\langle L_{ij} angle$ のランダム化の有無による比較 $(左)$ ランダ	
	ム化あり,(右) ランダム化なし	10
3.1	Localized Attackの模式図 (a) <i>p</i> 個の除去対象ノードが選択される.	
	対象ノードはルートノードから始まり、隣接ノード、次の隣接ノー	
	ドと続いて選ばれる (黄がルートノード,赤がその他の除去される	
	ノード). (b) 選択したノードとリンクを除去する. ルートノードを	
	中心とした攻撃された穴が形成される. (c) 最大連結成分のみが機	
	能を維持し,ネットワークに維持する.(d)2 次元正方格子に対する	
	Localized Attack. $N \rightarrow \infty$ の2次元正方格子の場合,ネットワーク	
	を崩壊させるためには全てのノードを攻撃する必要がある.[24] よ	
	り引用	13
41	ノード数 $N = 10^3$ と毎時刻のリンク数 $m = 2$ のランダム化を施した	
1.1	ネットワークにおける最大連結成分比G (左) ノード除去数 $AN = 1$.	
	(右) ノード除去数 $AN = 50$. (上) ランダムノード除去. (中) 最大	
	次数ノード除去. (下)LA ランダムノード除去	16
4.2	ノード数 $N = 10^3$ と毎時刻のリンク数 $m = 2$ のネットワークにお	
	ける最大次数ノード除去後の最大連結成分比 G と効率 E のランダ	
	ム化の有無による比較 (左)Configuration モデルによるランダム化	
	あり, (右)Configuration モデルによるランダム化なし, (上) 最大連	
	結成分比 G , (下)通信の効率 E	20
A.1	ランダム化を施した $m=2$ のネットワークにおけるランダムノード	
	除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	23
A.2	ランダム化を施さない $m=2$ のネットワークにおけるランダムノー	
	ド除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	24

${ m A.3}$ ランダム化を施した $m=4$ のネットワークにおけるランダムノード	
除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	25
${ m A.4}$ ランダム化を施さない $m=4$ のネットワークにおけるランダムノー	
ド除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 ${\it G}$ と効率 ${\it E}$	26
${ m A.5}$ ランダム化を施した $m=2$ のネットワークにおける最大次数ノード	
除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	27
${ m A.6}$ ランダム化を施さない $m=2$ のネットワークにおける最大次数ノー	
ド除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 ${\it G}$ と効率 ${\it E}$	28
${ m A.7}$ ランダム化を施した $m=4$ のネットワークにおける最大次数ノード	
除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	29
${ m A.8}$ ランダム化を施さない $m=4$ のネットワークにおける最大次数ノー	
ド除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	30
${ m A.9}$ ランダム化を施した $m=2$ のネットワークにおける最大負荷ノード	
除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	31
${ m A.10}$ ランダム化を施さない $m=2$ のネットワークにおける最大負荷ノー	
ド除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	32
${ m A.11}$ ランダム化を施した $m=4$ のネットワークにおける最大負荷ノード	
除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	33
${ m A.12}$ ランダム化を施さない $m=4$ のネットワークにおける最大負荷ノー	
ド除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	34
${ m A.13}$ ランダム化を施した $m=2$ のネットワークにおける LA ランダム	
ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	35
${ m A.14}$ ランダム化を施さない $m=2$ のネットワークにおける ${ m LA}$ ランダム	
ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	36
${ m A.15}$ ランダム化を施した $m=4$ のネットワークにおける LA ランダム	
ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	37
${ m A.16}$ ランダム化を施さない $m=4$ のネットワークにおける ${f LA}$ ランダム	
ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	38
${ m A.17}$ ランダム化を施した $m=2$ のネットワークにおける LA 最大次数	
ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	39
${ m A.18}$ ランダム化を施さない $m=2$ のネットワークにおける ${ m LA}$ 最大次数	
ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	40
${ m A.19}$ ランダム化を施した $m=4$ のネットワークにおける LA 最大次数	
ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	41
${ m A.20}$ ランダム化を施さない $m=4$ のネットワークにおける ${ m LA}$ 最大次数	
ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	42
${ m A.21}$ ランダム化を施した $m=2$ のネットワークにおける LA 最大負荷	
ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E	43

A.22 ランダム化を施さない m = 2 のネットワークにおける LA 最大負荷

ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比Gと効率E 44 A.23 ランダム化を施したm = 4のネットワークにおける LA 最大負荷

- ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比Gと効率E 45 A.24 ランダム化を施さないm = 4のネットワークにおける LA 最大負荷
 - ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比Gと効率E 46

表目次

4.1	カスケード故障の耐性に関する各条件による結果のまとめ	16
4.2	鎖状構造に関する各条件の比較結果の要約	20
A.1	付録に記載する図一覧とその条件..................	22

第1章 はじめに

1.1 研究背景

現実に存在する様々なシステムは、その構成要素をノード、それらの関係性を リンクとして表現することでネットワークとして記述できる.例えば、SNS や電 カ網、交通網、脳神経回路網、細胞内のタンパク質反応ネットワーク、感染症伝搬 ネットワークなど、非常に多くのシステムをノードとリンクという非常に単純な 表現で記述できる.これらの要素も機能も完全に異なる様々なシステムの間に、驚 くほど共通する構造や性質が存在することが 1990 年代後半に複数発見された.特 に 1999 年には、一部の少数のノードがその他の大多数のノードとつながる一方、 大多数のノードはごく少数のノードとしかつながっていないという SF 性という特 徴を持つことが明らかとなった [2].この Scale-Free(SF) や Erdos-Renyi(ER) ネッ トワーク [10] などの特定のネットワークについては、部分的な故障や攻撃に対す るつながりの頑健性が広く研究が行われており [1, 5]、特に SF ネットワークの意 図的な攻撃に対する脆弱性が知られている.

さらに、現実のネットワーク上の通信網におけるパケット転送や道路網を走る 物流などのフローに関する側面を考慮すると、カスケード故障と呼ばれる過負荷 による連鎖的な崩壊が起こり得る[20].カスケード故障は、ネットワーク内の一部 のノードが過負荷故障するとそれが連鎖し、ネットワーク全体が機能不全に陥る 問題である.カスケード故障は、負荷の不均質性が高く、一部の故障ノードの負 荷が高い場合に、発生する可能性が高く被害が大きくなる傾向がある [20]. 従来 のSFやERなどのネットワークに対しては、カスケード故障のモデル化や対策が 議論されている.特に対策については、生贄的なノード除去による方法 [19] やリ ンクの繋ぎ変えによる方法 [29], さらに次数や負荷に基づいたルーティングによ る対策 [28] などが提案されている.しかしながら、これらの方法ではノードやリ ンクの無駄が発生する点や、ネットワークの構造を即時に変更できることが前提 となっており、現実的かつ実用的な対策は不足している、さらに、近年では特に、 輸送網,電力網,通信網などの複数の異なる種類のネットワークが互いに影響し 合う相互依存的なネットワークにおけるカスケード故障の研究 [7, 9] に関心がやや が移っている.我々は、カスケード故障の本質的な解決策は従来の生贄的なノー ド除去やリンクの繋ぎ変えなどの対策ではなく、より高い耐性を持つネットワー ク構造を発見することであると考える.ここで、耐性とは過負荷による連鎖故障 に対する耐性を意味する.結合耐性と連鎖故障に対する耐性は異なることにも注 意したい.

ところで,近年ネットワークがバラバラに分断される臨界点ではループ無グラフ になることが明らかになっている [4].ここで,ネットワークをループ無にするた めに除去する最小のノード集合を Feedback Vertex Set(FVS)[13] という.従って, 攻撃に対する耐性を最適に強化する問題はこの FVS をいかに大きくするかという 問題に帰着する.

一方,従来のSFやERネットワークと比較して,より頑健なネットワークとし て,次数相関に着目した玉葱状ネットワークがある[21].このネットワークは,次 数分布を固定して次数相関を変化させたときに,正の次数相関がある程度大きく なるとトポロジー的に最適な頑健性を持った玉葱構造を持ったネットワークが生 じることが母関数の解析と数値シミュレーションにより明らかになっている[25, 23].正の次数相関は,次数が高いノードは高いノードと,中程度のノードは中程 度のノードと,小さいノードは小さいノードと,それぞれ次数が同程度のノード と結合しやすいときで生じる.ただし,次数相関が強いほど頑健性が高くなるわ けではなく,適度な次数相関で頑健性が最大となる[25].玉葱上ネットワークにお いても,異なる次数のノード間でループが多く存在して,頑健性に寄与している と考えられる.また,リワイヤリングによって次数相関を高め,トポロジー的な 頑健性を向上させる方法も提案されている[26,27].

カスケード故障に対しても少数ながらルーティングによる対策などの研究があ り、玉葱上ネットワークは SF ネットワークと比較して高い耐性を持つことがわ かっている [12]. しかしながら、次数相関が極端に高いネットワークが、攻撃に 対する結合耐性として最適な構造を持つとは言えないことから、次数相関よりも 本質的な頑健性強化のためのアプローチが存在する余地がある.そこで近年では、 ループを強化することに着目して、トポロジー的な頑健性を向上させるための研 究が行われ、次数を保存する方法と保存しない方法の2種類の漸進的成長法が提 案されている [8].その結果、次数を保存しないリワイヤリングは、頑健性と FVS サイズを大幅に増加させることが分かっt あ.特に、次数保存を行わない方法で調 べた全てのネットワークにおいて最大次数と最小次数の差を小さくする傾向があ ることが分かった.これらの結果は、次数分布の分散が小さくなるにつれて、頑 健性と FVS のサイズが大幅に増加することを示唆している.

このように、我々は攻撃に対する頑健性を向上させるために、次数分布の分散 に着目する. 頑健性に対するネットワーク科学の研究は、これまでべき乗分布の SF と Poisson 分布の ER にピンポイントで集中しており、次数分布の連続的な変 化は検討されてこなかった. 例外的に、GN モデルでは次数分布が指数からべき乗 に連続的に変化するものがある [14, 15, 16]. しかしながら、頑健性については議 論されていない. 近年、次数分布を変化させてネットワークを生成する GN とは 異なるモデルとして IPA モデルが考えられている [17]. IPA モデルでは、SF ネッ トワークの優先的選択とは反対の、逆優先的選択によってネットワークを生成す る. 逆優先の度合いを制御するパラメータβによって次数分布が連続的に変化し、 βの値が大きくなるにつれ次数分布の分散は小さくなる.ネットワークの次数分 布の分散が小さいネットワークは,攻撃に対して最適な結合耐性を持つことが近 年の研究から明らかになっており,トポロジー的に非常に頑健である [17, 18].

カスケード故障に話を戻そう.カスケード故障の場合には,初期故障の発生時 に故障したノードが負担していた負荷を他のノードが負担する必要がある.なぜ なら,故障ノードはフローを経由することができないため,他のノードを経由す る迂回路を通ってフローを流すことになるからである.すなわち,この迂回路が 多く存在すれば,複数の迂回路で負荷を分散することでカスケード故障の被害を 抑制することができると考えられる.迂回路とはすなわちループのことであるの で,先述した次数分布の分散が小さくなるネットワークはループが多く存在する ことから,カスケード故障に対しても高い耐性を持つことが予想される.本研究 では,この IPA モデルに基づき,次数分布のみの影響を調べるため IPA モデルの 鎖状構造を無くすランダム化を施した場合を含めて,次数分布の分散が小さくな るネットワークに対してカスケード故障のシミュレーションを実施し,高い耐性 を持つかどうかを数値シミュレーションから調べる.

1.2 研究目的

本研究では、ネットワークのループ増加の観点から、近年ネットワークのトポ ロジー的に最適な結合の頑健性を持つことが示唆される次数分布の分散に着目し、 カスケード故障に対しても高い耐性を持つネットワーク構造を明らかにする.具体 的には、パラメータの調整により次数分布の分散が小さくなる IPA モデルによっ て生成される均質なネットワークに対して、カスケード故障のシミュレーション を実施する.現実に多く存在する非常に脆弱な SF ネットワークと比較を行い、次 数分布の分散が小さくなるにつれてカスケード故障に対する耐性が高くなること を示す.

1.3 論文の構成

- 第2章 まず、ネットワーク科学における基本用語と分析に用いる特徴量を説明する。その後、本研究で対象とするネットワークの生成モデルを説明する。さらに、そのネットワークのリンクの媒介中心性についての特徴を述べ、カスケード故障に対して高い耐性を持つと予想する根拠を述べる。
- **第3章** 典型的なカスケード故障のモデルを説明する. さらに初期故障ノードの選び方とカスケード故障の評価の方法を説明する.

第4章 本研究のネットワークに対して実施したカスケード故障のシミュレーションの結果を示す. 各ネットワークとカスケード故障の条件ごとに比較を行い, 結果を考察する.

第5章 本研究のまとめを述べる.

第2章 シミュレーションを行うネッ トワークとその特徴

本章では、まず2.1節にてネットワーク科学における基本用語と議論に用いる特 徴量を説明する. 2.2節では、本研究で対象とする BA モデル[2] による SF ネット ワークと IPA モデル [17] による均質なネットワークの毎時刻に追加される新ノー ドから既存ノードへの結合による生成モデルを説明する. また、IPA モデルの高 β値で生じる鎖状構造を解消するための Configuration モデル [22] についても説明 する. 2.3節にて、ネットワークのリンクの媒介中心性 [3] の分布を示し、本研究 で対象とする均質なネットワークが、カスケード故障に対して高い耐性を持つと 予想する根拠を述べる. 2.4節では、ネットワークの平均最短経路長を示す. ここ で、鎖状構造の解消によりネットワークの効率が改善すること、さらに非常に効 率的な SF ネットワークと比較して、均質なネットワークがどの程度の効率性を持 つのかを明らかにする.

2.1 ネットワーク科学における基本用語と特徴量

本研究で取り扱うネットワークは、ノードの集合 $V = 1, 2, \dots, N$ とノードを繋 ぐリンクの集合 $E = e_{ij}$ からなる.また、リンクの両端が同じノードとなる自己 ループと 2 つのノード間が重複したリンクで繋ぐ多重リンクを禁止した単純グラ フとする.ネットワークの構造は、 $N \times N$ の隣接行列 A によって表現することが できる.隣接行列 A では、ノード ij 間にリンクが存在する場合は、 $A_{ij} = 1$ 、存 在しない場合は $A_{ij} = 0$ となる.ノードまた、各リンクの方向を考慮する場合を有 向グラフ、考慮しない場合は無向グラフと呼ばれる.本研究では、特に言及しな い限り無向グラフとする.

ネットワークを分析する際,様々な特徴量を用いて議論される.以下に本研究 で議論する特徴量として,次数,媒介中心性,トポロジー的な頑健性について説 明する.

2.1.1 次数

あるノードiの次数 k_i は、そのノードが持つリンクの数であり、以下の式(2.1)で定義される.

$$k_i = \sum_j A_{ij},\tag{2.1}$$

リンクの両端に接続されるノードが存在するので,リンクが1つ増えるとネット ワーク全体の次数は2づつ増加する.ネットワークを分析する上では,ある次数 *k*を持つノードの存在確率 *P*(*k*)の分布を用いて議論されることが多い.この分布 を次数分布という.

2.1.2 媒介中心性

媒介中心性 [11] とは,最短経路に基づく中心性指標である.ネットワーク内の 各ノードの媒介中心性は,任意の2点間の最短経路の内,その頂点を通過する経 路の割合で表される.また媒介中心性は,リンクを含む最短経路に置き換えるこ とで,リンクへの拡張が可能である [3].本研究では,以下の式 (2.2) で定義される リンクの媒介中心性を用いている.

$$c_B(e) = \sum_{s,t \in V} \frac{\sigma(s,t \mid e)}{\sigma(s,t)},$$
(2.2)

ここで、Vはノード集合、 $\sigma(st)$ はノードsからtまでの最短経路数、 $\sigma(s,t | e)$ は その最短経路の内リンクeを経由する経路の数である。例として、通信網において は、媒介中心性が高いリンクはより多くの情報がそのリンクを経由するため、ネッ トワークにおいて重要なリンクであるといえる。

2.1.3 トポロジー的な頑健性

ネットワークの結合耐性を評価する指標としてトポロジー的な頑健性指標 R が 広く用いられており,以下の式 (2.3) で定義される.

$$R = \frac{1}{N} \sum_{q=1/N}^{1} s(q), \qquad (2.3)$$

ここで、*N*はネットワークの攻撃前の全ノード数、*s*(*q*)はノード除去率が*q*のときの最大連結成分比である.ノード除去率 $q = \frac{1}{N}, q = \frac{2}{N}, q = \frac{3}{N}, \dots, q = \frac{N-1}{N}, q = \frac{N}{N}$ と変化する. $\sum_{q=1/N}^{1}$ は、各ノード除去率*q*における最大連結成分比の総和を意味する. このトポロジー的な指標に基づいた研究は広く行われており、ネットワーク科学の分野においては主流といえる.

本研究ではこの頑健性指標により評価され、トポロジー的に頑健であることが 明らかとなった IPA モデルによる次数分布の分散が小さいネットワークに対して、 カスケード故障のシミュレーションを実施し、その過負荷による連鎖故障に対する 耐性を評価する.カスケード故障に対する耐性を評価する指標と、この頑健性指 標は異なるので注意が必要である.カスケード故障の評価方法については第3章 で説明する.

2.2 アタッチメントによるネットワーク生成モデル

本研究では、多くの実世界のネットワークにおいて広く存在する SF なトポロ ジー構造を持つ Preferential Attachment(PA) により生成される BA モデル [2] と、 攻撃に対する最適化された頑健性を持つことが示唆された Inversion Preferential Attachment(IPA) モデル [17] を対象とした. 現実に多く存在する脆弱な構造であ る SF ネットワークに対して、より頑健な構造を明らかにするために、カスケード 故障に対しても高い耐性を持つことが期待される IPA モデルによる均質なネット ワークとの比較を行う. 毎時刻に追加される新ノードから既存ノードへの結合に よるネットワークの生成手順は一般に以下の通りである.

Step 0 時刻 t = 0 に、初期構成としてノード数が m 個の完全グラフを構築する.

- **Step 1** 毎時刻 *t* = 1,2,3... に, m本のリンクを持つノードを1つネットワークに 追加する.
- Step 2 追加したノードiから既存ノードへ,それぞれリンクを接続する.このと き既存ノードへの結合確率は2つのモデルでそれぞれ異なる.PA(BA)では k_i に比例, IPAでは $k_i^{-\beta}$ に比例する値として定義される.また,自己ループ と多重ループは禁止される.

Step 3 所定のノード数 N になるまで, Step1 と Step2 を繰り返す.

まず、BA モデルでは新ノードと既存ノード*i*の結合確率が次数*k_i*に比例し、次数 分布がべき乗則に従う.このような次数分布を持つSF ネットワークは、不慮の事 故のようなランダムなノード除去に対して高い頑健性があることが確認されてい る.しかしながら、高次数のノードを狙った意図的な攻撃に対しては非常に脆弱 である.一方で IPA モデルでは、ネットワーク生成時に $k_i^{-\beta}$ に比例したノード*i*へ の結合確率を採用する.パラメータ β の値を調整することで次数分布を変化させ ることができる.図 2.1 に、BA モデルによる SF ネットワークと IPA モデルによ る均質なネットワークの次数分布を示す.紺色の SF ネットワークから赤色に近づ くにつれて β の値が大きくなり逆優先の度合いが高いネットワークとなる.両対 数グラフで直線となる SF ネットワークから赤色の $\beta = 100$ まで、ネットワークの 最大次数が減少しており、次数分布の幅が小さくなっていることが分かる.特に $\beta = 50,100$ では、 $k_i = 3$ でピークが際立っており、ネットワーク内のほぼ多くの ノードが同じ次数を持っており、非常に均質なネットワークとなっていることが分 かる.しかしながら、IPA モデルにおいて β の値を大きくすると、ネットワーク構 造が鎖状になり、全体的な頑健性が低下する[17].そこで、IPA モデルで生成した ネットワークに対して Configuration モデル [22] を適用する.ここで Configuration モデルは、以下の手順でネットワークの構造をランダム化する.まずネットワーク からすべてのリンクを取り除き、各ノード*i* に次数 k_i の数だけリンクを接続する ことができるスタブを与える.次にネットワークから2つのスタブをランダムに 選びリンクを接続する.すべてのスタブが接続されるまで繰り返す.この操作に よって鎖状構造の影響を取り除いて、次数分布に着目した比較分析が可能となる.



図 2.1: ノード数 $N = 10^3$,毎時刻のリンク数 m = 2の各ネットワークの次数分布

2.3 リンクの媒介中心性分布

前述したように、次数分布が狭いネットワークはトポロジー的な頑健性が高い ことが近年示された [18]. 同様に、カスケード故障に対しても高い耐性を持つこ とが期待できる.カスケード故障においては、トリガーとなる初期故障ノードが 経由していたフローは他のノードが担う必要がある.このフローは後述する最短 経路を通るとしているので、ネットワーク内に任意のノード間の最短経路として 多数の迂回路が存在すれば、フローを分散しカスケード故障を抑制できると考え られる.この最短経路として多数の迂回路の存在は、リンクの媒介中心性分布に よって示唆される.図 2.2 に、BA モデルで生成した SF ネットワークと、IPA モ デルで生成したより均質なネットワークのリンクの媒介中心性分布を示す. 紺色 の SF ネットワークから赤色の IPA モデルの β = 100 まで変化するにつれて、グ ラフのピークが右に移動し高くなり、分布の幅が狭くなる.リンクの媒介中心性 分布の幅が狭いということは、すなわち多くのリンクが同じような媒介中心性を 持っていることを意味している.つまり、特定の経路に負荷が集中することなく、 多くの経路で負荷を分担することが可能であると考えられる.これにより,カス ケード故障に対する高い耐性が期待できる.



図 2.2: ノード数 $N = 10^3$, 毎時刻のリンク数 m = 2のネットワークにおけるリン クの媒介中心性分布

2.4 平均最短経路長

Configuration モデ [22] によるネットワーク構造のランダム化で、IPA モデルの 鎖状構造[17]が解消されることを示すため、図2.3に各ネットワークの平均最短経 路長を示す. 図 2.3 の左側が Configuration モデルによるランダム化を施した場合 で、右側はランダム化をしない場合である.いずれのネットワークでも、ノード数 が増えるほど最短経路長は増加する.図2.3左のランダム化ありの場合では、全て の色線で、横軸 logN と縦軸 〈L_{ii}〉の片対数グラフにおいて直線となっており、ネッ トワークは $\langle L_{ii} \rangle \sim O(\log N)$ の SW 性を満たすことが分かる. ノード数 $N = 10^4$ で最短経路長が最短となった SF ネットワークでは $\langle L_{ij} \rangle = 5$ であった.一方で,最 長となる IPA モデルによる $\beta = 100$ のネットワークの場合では $\langle L_{ii} \rangle = 8$ であり, その差は僅かである.しかしながら、図2.3右のランダム化なしの場合では、βに より逆優先の度合いが増加するにつれて最短経路長は指数関数的に増加する.特に IPA モデルの $\beta = 100$ の場合では $\langle L_{ii} \rangle = 316$ となり、SF ネットワークの $\langle L_{ii} \rangle = 5$ と比較すると、最短経路長が著しく増加していることが分かる.経路長が増加する ことによって任意の経路で経由するノード数が増加するので、すなわちネットワー クの効率が悪化することを意味する. このように IPA モデルによるネットワーク は, βが増加し逆優先の度合いが大きくなると, 鎖状構造が生じて効率が非常に 悪化することになる. しかしながら, Configuration モデルによるランダム化を施 すことで,最短経路長が改善されることが示された.非常に効率的である SF ネッ トワークと比較しても、同等の効率性を持つことがわかる.これにより、IPA モ

デルによる次数分布が狭くなるネットワークにおいても,カスケード故障に対す る耐性と効率を両立することが可能であると予想される.



図 2.3: ノード数 $N = 10^4$, 毎時刻のリンク数 m = 2のネットワークにおける平均 最短経路長 $\langle L_{ij} \rangle$ のランダム化の有無による比較 (左) ランダム化あり, (右) ラン ダム化なし

第3章 カスケード故障

カスケード故障とは、ネットワークで発生した過負荷故障が伝播し、ネットワー クを機能不全に陥らせる問題である.トポロジーの頑健性におけるネットワーク の構造に加えてノードの負荷を考え、通信路を流れる通信量や道路を走る交通量 などのネットワーク上のフローを考慮する.現実の電力網などのネットワークで は、実際に大規模停電が発生して大問題となっている.3.1節でカスケード故障の 代表的なモデルである Motter-Lai モデルを紹介し、具体的なシミュレーションの 方法を示す.3.2節では、カスケード故障を引き起こす初期除去ノードの選択方法 を示す.従来のランダムノード除去、最大次数ノード除去、最大負荷ノード除去 に加え、インフラネットワークの津波や地震などへの耐性を調べるために、空間 的な被害を想定した Localized Attack も調べる.3.3節では、カスケード故障の被 害の評価指標を定義する.

3.1 Motter-Laiモデル

本研究では、カスケード故障の典型的なモデルである Motter-Lai モデル [20] を 導入する. 負荷 *L_i* は、フローが送受信ノードのペアごとに発生し、それらを結ぶ 最短経路に沿って伝送されると仮定し、媒介中心性によって以下の式 (3.1) で定義 される. これは、通信・輸送ネットワークにおける通信量や交通量などのフロー は、一般に最短経路を通るように伝送されることに起因する.

$$L_i = \sum_{s \neq t \neq i} \frac{g_{st}(i)}{g_{st}},\tag{3.1}$$

また,容量 C_i は故障が起きる前の初期負荷 L_i(0) に比例する値として定義する.

$$C_i = (1+\alpha)L_i(0),$$
 (3.2)

ここで、 α は耐久性パラメータである。 α が大きいほどカスケード故障が発生しに くくなるが、ノードに通常時使用しない余裕を持たせるため設備投資や運用上の 余分なコストが必要となることから、可能な限り小さくすることが望ましい。カ スケード故障では、負荷 L_i が容量を超えた場合、すなわち $L_i > C_i$ となった場合、 ノードiがネットワークから取り除かれる。ノード除去後、負荷はネットワーク全 体の残りのノードに再分配される。ここで $L_j > C_j$ となったノードは、さらにネッ トワークから削除される.この負荷の再分配と過負荷ノードの除去は、すべての ノードが除去されるか、または $L_k < C_k$ になるまで繰り返される.このようなメ カニズムによりネットワークはカスケード故障に陥る.

カスケード故障のシミュレーションは具体的に以下の通り実行する.

Step 0 各ノード *i* の許容負荷 *C_i* を式 3.13.2 計算する.

Step 1 初期故障ノード i_0 をネットワークから除去する.

Step 2 上記の除去後, 各ノードiの負荷 L_i を式 3.1 再計算する.

Step 3 負荷が許容負荷を超えた $L_i > C_i$ となるノード i を,過負荷で機能不全となったものとみなし、ネットワークから除去する.

Step 4 除去するノードがなくなるまで Step2, Step3 を繰り返す.

Step 5 カスケード故障の被害*G*と効率*E*を評価する.

3.2 初期故障ノードの選択方法

本研究では、初期故障のノードの選び方として、以下の3種類の方法を用いる. ランダムノード除去と最大次数ノード除去は、トポロジー的な頑健性の研究で広 く用いられている.また、カスケード故障はネットワーク上を流れるフローを考 慮し、各ノードは負荷を持つので、最大の負荷を持つノードを除去する場合も考 える.この基本的なランダムノード除去、最大次数ノード除去、最大負荷ノード 除去の攻撃方法に加えて、インフラネットワークの津波や地震などへの耐性を調 べるために、空間的な被害を想定した Localized Attack を追加する.

- 不慮の事故: ランダムノード除去 [6]
- ・ 意図的な攻撃:最大次数ノード除去 [20]
 最大負荷ノード除去 [20]
- 空間的な被害: Localized Attack[24]

ランダムノード除去は、不慮の事故を想定し、ネットワークから一様ランダムに ノードを選択する.弱点と考えられる最大次数や最大負荷ノードの除去は、意図 的な攻撃に相当して、全ノードの中から最大次数や最大負荷を持つノードをそれ ぞれ選択する.ネットワークの種類やシミュレーションの条件によって、最大次 数ノードと最大負荷ノードは同じものになる可能性がある.更に、本研究では主 にネットワークのフローが最短経路を通る通信網や交通網などのインフラネット ワークを想定しているので、これらのネットワークが地震や津波などの空間的な 被害に遭遇する場合についても調査する.本研究でカスケード故障の初期被害と して新たに用いる Localized Attack は、先述のランダムノード、最大次数ノード、 最大負荷ノード除去で選択されたルートノードから隣接する順にノードを除去し ていく方法である.図 3.1 に、Localized Attackの模式図を示す.本研究では、初 期故障ノードの除去数は $AN = N \times p$ で計算される.ここで、N はネットワーク の全ノード数で、pはノードの除去率である.



図 3.1: Localized Attack の模式図 (a)p 個の除去対象ノードが選択される.対象 ノードはルートノードから始まり、隣接ノード、次の隣接ノードと続いて選ばれ る (黄がルートノード,赤がその他の除去されるノード). (b) 選択したノードとリ ンクを除去する. ルートノードを中心とした攻撃された穴が形成される. (c) 最大 連結成分のみが機能を維持し、ネットワークに維持する. (d)2 次元正方格子に対 する Localized Attack. $N \to \infty$ の2 次元正方格子の場合、ネットワークを崩壊さ せるためには全てのノードを攻撃する必要がある. [24] より引用.

3.3 カスケード故障の評価指標

カスケード故障の被害は,式(3.3)のカスケード故障前後の最大連結成分比*G*で 評価される.

$$G = \frac{N'}{N},\tag{3.3}$$

ここで, N はカスケード故障前のネットワークの全ノード数で, N' はカスケード 故障後の最大連結成分のノード数である. さらに, IPA モデルのパラメータβによる逆優先的選択の度合いによっては鎖 状構造が発生するため,最短経路長の増加によって効率が大きく低下する.そこ で, Configuration モデルによってランダム化を施した場合としない場合で効率の 変化を比較するために,ネットワークの効率 *E* を測定する.

$$E = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j} \frac{1}{d_{ij}},$$
(3.4)

ここで, Nはネットワークのノード数で, d_{ij} は全てのノードペア ij 間のホップ数 である.

第4章 結果

BA モデルで生成した SF ネットワークと IPA モデルで生成したより均質なネッ トワークに対して、カスケード故障のシミュレーションを行った.次数分布 P(k)の実質的な影響を調べるために、ネットワークをランダム化する/しないの結果を 含めて比較する.ネットワークの全ノード数 $N = 10^3$ 、各時間ステップにおける リンク数 m = 2,4、 IPA モデルにおいて逆優先の度合いを制御するパラメータ $\beta = 0,1,5,10,20,50,100$ 、カスケード故障に対する耐久性パラメータαは0から 1 まで 0.1 刻み、カスケード故障の初期故障ノードの除去数 AN = 1,50,100とし てシミュレーションを実施した.また、カスケード故障の結果は100 個のネット ワークでシミュレーションを行い、平均したものである.なお、逆優先的選択の 程度をパラメータ β の値で変化させた場合の最大連結成分比 G への影響を調べる ために、代表的な m = 2, AN = 1,50におけるランダムノード、最大次数ノード、 LA ランダムノード除去の結果を示す.最大負荷ノード除去、LA 最大次数ノード 除去、LA 最大負荷ノード除去と、m = 4, AN = 100のケースは付録として掲載す るが、以下に述べる最大次数ノード除去と最大負荷ノード除去と、全てのLA の結 果はそれぞれ同様となっている.

4.1 逆優先的選択によるカスケード故障に対する耐性の 向上

図 4.1 は, *AN* = 1,50 のランダムノード,最大次数ノード,LA ランダムノード 除去後の最大連結成分比*G* を示したものである. 紺色の SF ネットワークを始め として,各グラフの線の色が青から赤に変化するにつれて, IPA モデルの β の値 が大きくなることを示している.まず図 4.1 に,以下から述べる結果についてまと めている.

はじめに、カスケード故障の初期故障ノード数 AN について結果を考察する. 左 上の AN = 1のランダムノード除去では、最大連結成分比Gはほぼ1.0であり、SF ネットワークと IPA モデルの各 β 値によるネットワーク間にほとんど差は生じな かった. 耐久性パラメータ $\alpha = 0.0$ の場合は、各ノードに全く余裕がないため、単 一のノード除去であっても最大連結成分比Gは明らかに低下する. 一方、右上の AN = 50のランダムノード除去の場合、グラフの紺色から水色の、SF ネットワー クとそれに近い $\beta = 0,1$ の IPA モデルによるネットワークは、それ以上の β 値を



図 4.1: ノード数 $N = 10^3$ と毎時刻のリンク数 m = 2 のランダム化を施したネットワークにおける最大連結成分比 G (左) ノード除去数 AN = 1, (右) ノード除去数 AN = 50, (上) ランダムノード除去,(中) 最大次数ノード除去,(下)LA ランダムノード除去

上部左右(ランダムノード	ランダムノード除去に対しては SF ネットワークは
除去の $AN = 1, AN = 50$)	ある程度高い耐性を持つ.
中央左右(最大次数ノード	SF ネットワークと比較して,β が大きくなるにつ
除去の $AN = 1, AN = 50$)	れて耐性が高くなり, $eta=50$ でほぼ最適となる.
下部左右(LAランダムノー	SF ネットワークは Localized Attack に対して非常
ド除去の $AN = 1, AN =$	に脆弱である. 一方で, 均質なネットワークは非常
50)	に高い耐性を持つ.
列ごと(各ノード除去)の	最大次数ノード除去は他と比べて非常に強力であ
比較	る.LA に対して均質なネットワークは,SF ネット
	ワークと比較して非常に高い耐性を持つ.

表 4.1: カスケード故障の耐性に関する各条件による結果のまとめ

持つ IPA モデルによるネットワークと比較して $\alpha < 0.4$ でカスケード故障に対し てより高い耐性を持つことがわかる.これは、SF ネットワークがランダムなノー ド除去に対して高い耐性があるからである.しかしながら、IPA モデルで生成さ れたネットワークの最大連結成分比Gは、 $\alpha < 0.4$ で大きくなっている.耐久性パ ラメータ α が十分大きい場合、IPA モデルにより生成された均質なネットワーク はランダムノード除去に対して高い耐性を持つことがわかる.この結果より、IPA モデルにおいて $\beta = 1$ までは SF に近い特性を持つが、 $\beta = 5$ 以降では次数分布が 均質となるネットワークとしての特性が現れると考えられる.また、次数分布の 分散が小さくなると多くのノードがほぼ同じ次数を持つので、除去されるノード の次数による影響が小さくなり、初期ノード除去後、カスケード故障で完全にネッ トワークが崩壊するか、初期故障のみで被害を抑制できる場合に分かれる傾向が あると考えられる.

次に、グラフ中央の最大次数ノード除去の場合、ノード除去数 AN = 1,50の両方で、SF ネットワークと比較して IPA モデルの β 値が大きいネットワークで最大連結成分比 G が高くなることが示された. 左側の AN = 1の場合、紺色で示される SF ネットワークは耐久性パラメータ $\alpha = 1.0$ と各ノードに 2 倍の容量を与えたとしても、最大連結成分比 G = 0.8 程度と脆弱である. 一方で IPA モデルによるネットワークでは、いずれの β 値であっても SF ネットワークと比較すると明らかに高い耐性を持つ. 特に $\beta = 50,100$ のネットワークにおいて、 $\alpha = 0.1$ で最大連結成分比 G = 1.0となり非常に頑健であることがわかる. また、右側のノード除去数 AN = 50の場合、SF ネットワークと IPA モデルによる $\beta = 0,1$ のネットワークでは、耐久性パラメータ $\alpha = 1.0$ であっても壊滅的な被害となった. それ以上の β 値のネットワークでは、 $\beta = 50$ のネットワークで $\alpha = 0.9$, $\beta = 10$ のネットワークで $\alpha = 0.7$, $\beta = 20$ のネットワークで $\alpha = 0.6$, $\beta = 50,100$ のネットワークで $\alpha = 0.4$ において、最大連結成分比 G = 1.0となった. このことから、IPA モデル のパラメータ β によって逆優先の度合いが高くなるほど、カスケード故障に対して高い耐性を持つことが明らかとなった.

また, IPA モデルによる $\beta = 50,100$ のネットワークの最大連結成分比 *G* は非常に似通っていることが図から読み取れる. このことから, IPA モデルにおいては, $\beta = 50$ 程度で次数分布が十分均質となり,カスケード故障に対して最適な耐性を持つことが示唆される. SF ネットワークは以前から最大次数ノード除去に対して非常に脆弱であることが知られていたが, IPA モデルによって次数分布を均質にすることで,最大次数ノード除去をトリガーとしたカスケード故障に対して耐性が高くなることが明らかになった. しかしながら,中段右の *AN* = 50 の場合においては,最も耐性が高くなった $\beta = 100$ のネットワークでも耐久性パラメータ $\alpha = 0.4$ で最大連結成分比 *G* = 1.0 となることから,カスケード故障抑制のためには,各ノードにある程度の余裕が必要である. また,攻撃の規模が大きくなると IPA モデルによる均質なネットワークにおいてもカスケー

ド故障の被害を抑制することは困難となることが予想される.

グラフ下のLA ランダムノード除去について述べる. 左下の AN = 1の場合, Localized Attack のルートノードのみ除去される. すなわちその結果は AN = 1におけるランダムノード除去と同じである. 右下の AN = 50の場合では, ランダ ムノード除去の場合と異なり, SF ネットワークは最大連結成分比 G が小さくなっ ている. これは SF ネットワークは次数分布が不均質であり最短経路長が短いた め, Localized Attack により高次数のノードが攻撃ノードに含まれる確率が高く なるためである. 一方, IPA モデルで生成したネットワークでは, いずれの β 値 においても SF ネットワークと比較して明らかに最大連結成分比 G が高くなった. $\beta = 20, 50, 100$ の場合,耐久性パラメータ $\alpha = 0.2$ で最大連結成分比 G = 1.0 と なる. $\beta = 0, 1, 5$ の場合では,各グラフが入り組んでいるが概ね β 値が高いほど 耐性が高いといえる.現実のインフラネットワークなどにおいて多く存在する SF ネットワークは,現実的に起こり得る地震や津波などの面的な被害を想定した場 合,カスケード故障に対して非常に脆弱である.一方で, IPA モデルによるネット ワークは比較的小さい β 値でも SF ネットワークと比較して明らかに高い耐性を持 つことが分かった.

ノード除去数 AN =1の場合にはいずれのノード除去方法についても,IPA モ デルによる均質なネットワークはカスケード故障を抑制できた、そのため、右側の ノード除去数 AN = 50 の場合に注目して各ノード除去方法の結果をまとめる.現 実に多く存在する SF ネットワークでは、最大次数ノード除去、LA ランダムノード 除去、ランダムノード除去の順でカスケード故障の被害が大きくなった.SFネッ トワークは、ノードが独立して故障する不慮の事故を想定したランダムノード除 去に対しては非常に高い耐性を持つが、ランダムな故障から面的に被害が拡大し ていく Localized Attack を考えた場合、非常に脆弱であることが明らかとなった. さらに最大次数ノード除去に対しても SF ネットワークは完全に機能を喪失する壊 滅的な被害となった. すなわち、SF ネットワークよりも高耐性な構造の要件とし ては,最大次数ノード除去とLA ランダムノード除去に対して高い耐性を持つこと が求められる.上記の結果から、IPA モデルによる均質なネットワークは、特に *β* = 50,100 の場合では、いずれのノード除去に対しても高い耐性を持つことが明 らかとなった. さらに、SF ネットワークが非常に脆弱となった Localized Attack に対しても,IPA モデルによる均質なネットワークは非常に高い耐性を示した.こ れらの事実より、IPA モデルによる均質なネットワークは、SF ネットワークを置 き換える事が可能な高い耐性を持つ構造であるといえるだろう.また、β=5付近 で、均質なネットワークとしての特性が現れる. 逆にそれより小さいβではSF に 近い特性を持つことが分かった. さらに, $\beta = 50$ でカスケード故障に対して, ほ とんど最適に近い耐性を持つことが示唆された. つまりネットワークの各ノード の需要や,耐久性パラメータαにおける設備投資のコスト,故障や攻撃発生の可 能性などを勘案して、柔軟にネットワークを設計できる可能性がある.

4.2 鎖状構造の解消による最大連結成分比Gと効率E への影響

IPA モデルによるネットワークは、そのβ値が増加するに伴い、2.4節に示したと おり平均最短経路長が増加し効率が著しく低下する. ネットワークのランダム化によ って最大連結成分比Gと効率Eが共に改善されることを示すために、Configuration モデルの有無による比較を行う.図4.2にAN = 50における最大次数ノード除去に よるカスケード故障の最大連結成分比Gと効率Eを示す. 図4.2左はConfiguration モデルによりネットワークをランダム化した場合,図4.2右はランダム化しない場 合の結果である.まず,右側のランダム化を施さない場合では,最大連結成分比 Gと効率Eは、グラフの黄緑色で表される $\beta = 10$ までは高くなるが、それ以降で は急激に低下する.よって、 $\beta = 10$ 以降に鎖状構造が発生し、影響が生じ始める と考えられる.一方、Configuration モデルによりネットワークをランダム化した 場合、 $\beta = 10$ 以降でも β の値が大きくなるにつれて、最大連結成分比Gと効率E は高くなる.つまり、鎖状構造の影響は生じないことがわかる.また、最大連結 成分比Gと効率Eの結果は非常に似た傾向を持つことが分かる.すなわち、カス ケード故障の被害が大きくなると、それに伴ってネットワークの効率も低下する と考えられる.この比較から、Configuration モデルによってネットワーク構造を ランダム化することで鎖状構造がなくなり、最大連結成分比Gと効率Eが改善さ れ、共に高くなることが分かった.上記の結果より、IPA モデルによるネットワー クは生成後に Configuration モデルによってランダム化する必要がある.しかしな がら、ネットワークの生成後にランダム化を施すことは、全てのつながりを断ち 切り新たに構築する必要があるため現実的でない. 均質なネットワーク構造の現 実のシステムへの適用を考えた場合、ネットワークのランダム化を必要としない 構築方法は今後の課題である.



図 4.2: ノード数 $N = 10^3$ と毎時刻のリンク数 m = 2 のネットワークにおける最 大次数ノード除去後の最大連結成分比 Gと効率 Eのランダム化の有無による比較 (左)Configuration モデルによるランダム化あり、(右)Configuration モデルによる ランダム化なし、(上)最大連結成分比G,(下)通信の効率E

表 4.2: 鎖状構造に関する各条件の比較結果の要約			
左右 (ランダム化の有無) の比	ランダム化をしない場合, $\beta=10$ 以降で鎖状		
較	構造が発生し,最大連結成分比Gと効率Eが		
	著しく低下した. 一方で, ランダム化をした場		
	合は鎖状構造がなくなりβが増加するにつれて		
	GとEが高くなることが分かった.		
上下(最大連結成分比,効率)	最大連結成分比Gと効率Eの結果は非常に似た		
の比較	傾向を持つことが分かる. すなわちカスケード		
	故障の被害が大きくなると,それに伴ってネッ		
	トワークの効率も低下すると考えられる.		

第5章 まとめ

本研究では、ループの強化という観点からネットワークの次数分布の分散に着 目し、カスケード故障に対してより頑健な構造を発見するために、カスケード故障 に対する耐性を調べた.現実に広く存在する非常に偏った次数分布を持つ SF ネッ トワークと、IPA モデルで次数分布を変化させることによって次数分布が均質と なるネットワークに対してカスケード故障のシミュレーションを実施した.その 結果を以下にまとめる.

- 次数分布が狭くなるにつれて迂回路としてループが多く存在し、カスケード 故障に対して耐性が高くなることが分かった。カスケード故障においても、 ループを強化することはトポロジー的な頑健性と同様に、耐性を高めるため に重要である。
- 次数分布が狭くカスケード故障に対して高い耐性を持つネットワークは、効率も高いことが分かった。このようなネットワークはカスケード故障に対して強い耐性と高い効率を両立することができる。

本研究の結果から,次数分布が狭くなるほどカスケード故障に対して耐性が高 くなることが明らかになった。カスケード故障に対する強い耐性と高い効率を両 立したネットワーク構造として,今後のネットワークの設計において有用な知見 となるだろう.しかしながら,IPA モデルによるネットワークの生成方法では鎖 状構造が生じ,最大連結成分比*G*と効率*E*が著しく低下する.ランダム化によっ て改善可能であるが,このような方法は現実的でないため,鎖状構造を生じさせ ないネットワークの構築方法は今後の課題である.

付 録 A カスケード故障の結果

すべての結果は、ネットワークのノード数 $N = 10^3$ である. 図の左が最大連結 成分比*G*であり、右は効率*E*である. また、上部はノード除去数AN = 1、中部 はAN = 50、下部はAN = 100の場合である. 表A.1 に図の一覧を示し、各図で 異なる条件をまとめる.

図 A.1	m=2	ランダム化あり	ランダムノード除去
図 A.2	m=2	ランダム化なし	ランダムノード除去
図 A.3	m = 4	ランダム化あり	ランダムノード除去
図 A.4	m = 4	ランダム化なし	ランダムノード除去
図 A.5	m = 2	ランダム化あり	最大次数ノード除去
図 A.6	m = 2	ランダム化なし	最大次数ノード除去
図 A.7	m = 4	ランダム化あり	最大次数ノード除去
図 A.8	m = 4	ランダム化なし	最大次数ノード除去
図 A.9	m = 2	ランダム化あり	最大負荷ノード除去
図 A.10	m = 2	ランダム化なし	最大負荷ノード除去
図 A.11	m = 4	ランダム化あり	最大負荷ノード除去
図 A.12	m = 4	ランダム化なし	最大負荷ノード除去
図 A.13	m=2	ランダム化あり	LA ランダムノード除去
図 A.14	m=2	ランダム化なし	LA ランダムノード除去
図 A.15	m = 4	ランダム化あり	LA ランダムノード除去
図 A.16	m = 4	ランダム化なし	LA ランダムノード除去
図 A.17	m=2	ランダム化あり	LA 最大次数ノード除去
図 A.18	m=2	ランダム化なし	LA 最大次数ノード除去
図 A.19	m = 4	ランダム化あり	LA 最大次数ノード除去
図 A.20	m = 4	ランダム化なし	LA 最大次数ノード除去
図 A.21	m=2	ランダム化あり	LA 最大負荷ノード除去
図 A.22	m=2	ランダム化なし	LA 最大負荷ノード除去
🗷 A.23	m = 4	ランダム化あり	LA 最大負荷ノード除去
図 A.24	m = 4	ランダム化なし	LA 最大負荷ノード除去

表 A.1: 付録に記載する図一覧とその条件



図 A.1: ランダム化を施した m = 2のネットワークにおけるランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 Gと効率 E



図 A.2: ランダム化を施さない m = 2のネットワークにおけるランダムノード除 去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 Gと効率 E



図 A.3: ランダム化を施した m = 4のネットワークにおけるランダムノード除去 後のカスケード故障に対する最大連結成分比 Gと効率 E



図 A.4: ランダム化を施さない m = 4のネットワークにおけるランダムノード除 去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 Gと効率 E



図 A.5: ランダム化を施した m = 2のネットワークにおける最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 Gと効率 E



図 A.6: ランダム化を施さない m = 2のネットワークにおける最大次数ノード除 去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 Gと効率 E



図 A.7: ランダム化を施した m = 4のネットワークにおける最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 Gと効率 E



図 A.8: ランダム化を施さない m = 4のネットワークにおける最大次数ノード除 去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 Gと効率 E



図 A.9: ランダム化を施した m = 2のネットワークにおける最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 Gと効率 E



図 A.10: ランダム化を施さない m = 2のネットワークにおける最大負荷ノード除 去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 Gと効率 E



図 A.11: ランダム化を施した m = 4のネットワークにおける最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 Gと効率 E



図 A.12: ランダム化を施さない m = 4のネットワークにおける最大負荷ノード除 去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 Gと効率 E



図 A.13: ランダム化を施した m = 2のネットワークにおける LA ランダムノード 除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E



図 A.14: ランダム化を施さない m = 2のネットワークにおける LA ランダムノー ド除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E



図 A.15: ランダム化を施した m = 4のネットワークにおける LA ランダムノード 除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E



図 A.16: ランダム化を施さない m = 4のネットワークにおける LA ランダムノー ド除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E



図 A.17: ランダム化を施した m = 2のネットワークにおける LA 最大次数ノード 除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E



図 A.18: ランダム化を施さない m = 2のネットワークにおける LA 最大次数ノー ド除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E



図 A.19: ランダム化を施した m = 4のネットワークにおける LA 最大次数ノード 除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E



図 A.20: ランダム化を施さない m = 4のネットワークにおける LA 最大次数ノー ド除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E



図 A.21: ランダム化を施した m = 2のネットワークにおける LA 最大負荷ノード 除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E



図 A.22: ランダム化を施さない m = 2のネットワークにおける LA 最大負荷ノー ド除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E



図 A.23: ランダム化を施した m = 4のネットワークにおける LA 最大負荷ノード 除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 G と効率 E



図 A.24: ランダム化を施さないm = 4のネットワークにおける LA 最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比Gと効率E

謝辞

本研究において,林幸雄教授には御指導と御鞭撻を賜りました.ここに深謝の 意を表します.研究室の皆様には,本研究の遂行にあたり多大なご助言,ご協力 頂きました.深く感謝申し上げます.令和5年 楠 涼太

参考文献

- [1] Réka Albert, Hawoong Jeong, and Albert-László Barabási. "Error and attack tolerance of complex networks". In: *nature* 406.6794 (2000), pp. 378–382.
- [2] Albert-László Barabási and Réka Albert. "Emergence of scaling in random networks". In: *science* 286.5439 (1999), pp. 509–512.
- [3] Ulrik Brandes. "On variants of shortest-path betweenness centrality and their generic computation". In: *Social networks* 30.2 (2008), pp. 136–145.
- [4] Alfredo Braunstein et al. "Network dismantling". In: Proceedings of the National Academy of Sciences 113.44 (2016), pp. 12368–12373.
- [5] Duncan S Callaway et al. "Network robustness and fragility: Percolation on random graphs". In: *Physical review letters* 85.25 (2000), p. 5468.
- [6] B.A. Carreras et al. In: Proceedings of Hawaii International Conference on System Sciences, Maui, Hawaii. 2000.
- [7] Zunshui Cheng and Jinde Cao. "Cascade of failures in interdependent networks coupled by different type networks". In: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 430 (2015), pp. 193–200.
- [8] Masaki Chujyo and Yukio Hayashi. "A loop enhancement strategy for network robustness". In: *Applied Network Science* 6.1 (2021), pp. 1–13.
- [9] Dongli Duan et al. "Universal behavior of cascading failures in interdependent networks". In: Proceedings of the National Academy of Sciences 116.45 (2019), pp. 22452–22457.
- [10] Paul Erdős, Alfréd Rényi, et al. "On the evolution of random graphs". In: Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci 5.1 (1960), pp. 17–60.
- [11] Linton C Freeman. "A set of measures of centrality based on betweenness". In: Sociometry (1977), pp. 35–41.
- [12] Yukio Hayashi and Naoya Uchiyama. "Onion-like networks are both robust and resilient". In: *Scientific reports* 8.1 (2018), pp. 1–13.

- [13] Richard M Karp. "Reducibility among combinatorial problems". In: Complexity of Computer Computations: Proceedings of a symposium on the Complexity of Computer Computations, held March 20–22, 1972, at the IBM Thomas J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York, and sponsored by the Office of Naval Research, Mathematics Program, IBM World Trade Corporation, and the IBM Research Mathematical Sciences Department. Springer. 1972, pp. 85–103.
- [14] P.L. Krapivsky and S. Redner. "A statistical physics perspective on Web growth". In: *Computer Networks* 39.3 (2002), pp. 261–276. ISSN: 1389-1286.
- [15] Paul L Krapivsky and Sidney Redner. "Organization of growing random networks". In: *Physical Review E* 63.6 (2001), p. 066123.
- [16] Paul L Krapivsky, Sidney Redner, and Francois Leyvraz. "Connectivity of growing random networks". In: *Physical review letters* 85.21 (2000), p. 4629.
- [17] Fuxuan Liao and Yukio Hayashi. "Emergence of robust and efficient networks in a family of attachment models". In: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 599 (2022), p. 127427.
- [18] Yukio Hayashi Masaki Chujyo. "Optimal network robustness in continuously changing degree distributions". In: The 11th Int. Complex Networks and their Applications. Proc. of Complex Networks & Their Applications XI. (2022).
- [19] Adilson E Motter. "Cascade control and defense in complex networks". In: *Physical Review Letters* 93.9 (2004), p. 098701.
- [20] Adilson E Motter and Ying-Cheng Lai. "Cascade-based attacks on complex networks". In: *Physical Review E* 66.6 (2002), p. 065102.
- [21] Mark EJ Newman. "Assortative mixing in networks". In: *Physical review letters* 89.20 (2002), p. 208701.
- [22] Mark EJ Newman. "The structure and function of complex networks". In: SIAM review 45.2 (2003), pp. 167–256.
- [23] Christian M Schneider et al. "Mitigation of malicious attacks on networks". In: Proceedings of the National Academy of Sciences 108.10 (2011), pp. 3838– 3841.
- [24] Shuai Shao et al. "Percolation of localized attack on complex networks". In: New Journal of Physics 17.2 (2015), p. 023049.
- [25] Toshihiro Tanizawa, Shlomo Havlin, and H Eugene Stanley. "Robustness of onionlike correlated networks against targeted attacks". In: *Physical Review* E 85.4 (2012), p. 046109.

- [26] Zhi-Xi Wu and Petter Holme. "Onion structure and network robustness". In: *Physical Review E* 84.2 (2011), p. 026106.
- [27] Ramon Xulvi-Brunet and Igor M Sokolov. "Reshuffling scale-free networks: From random to assortative". In: *Physical Review E* 70.6 (2004), p. 066102.
- [28] Hui Zhao and Z-Y Gao. "Cascade defense via navigation in scale free networks". In: The European Physical Journal B 57.1 (2007), pp. 95–101.
- [29] 宮崎敏幸 林幸雄. "結合相関を持つ Scale-Free ネットワーク上のカスケード 故障に対する防御戦略". In: **情報処理学会論文誌**. 2006, 47 (3), pp.802–812.