

Title	逆優先的選択によるネットワークのカスケード故障に対する頑健性の分析
Author(s)	楠, 涼太
Citation	
Issue Date	2023-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10119/18308">http://hdl.handle.net/10119/18308</a>
Rights	
Description	Supervisor: 林 幸雄, 先端科学技術研究科, 修士 (情報科学)

修士論文

逆優先的選択によるネットワークのカスケード故障に対する頑健性の分析

楠 涼太

主指導教員 林 幸雄

北陸先端科学技術大学院大学  
先端科学技術研究科  
(情報科学)

令和5年2月

## Abstract

Cascading failures may undergo in real networks considering flows such as packets in telecommunications and logistics on the road. Failures of one or very few nodes propagate and cause the network to malfunction entirely. Models and measures for cascading failures are discussed for SF(SF) structures that exist in the real world. In particular, further selective removal of nodes and links, reconnecting links, and routing strategy are investigated as measures against cascading failures. However, the measures are impractical, because the normal nodes and links are wasted and it needs that the network structure can be changed immediately. Furthermore, recent studies interest in cascading failures of interdependence networks. We believe that the essential solution to reduce the damage of cascading failures is to find a more robust network structure, rather than the measures.

By the way, recently been known that networks become loopless at critical points where they are fragmented. Here, the minimum set of necessary nodes to be removed to make the network loopless is called the feedback vertex set (FVS). Therefore, the size of FVS must be increased to enhance robustness against attacks. Onion-like networks that focus on positive degree-degree correlation, are proposed as more robust networks with a larger number of loops, compared to conventional SF and ER networks. Analysis of the generating function and numerical simulations have shown that when the degree distribution is fixed and the degree-degree correlation is varied, a network with an onion-like structure with optimal tolerance emerges when the positive degree-degree correlation becomes somewhat large. However, higher degree-degree correlations do not necessarily lead to higher robustness, but robustness is maximized at moderate positive degree-degree correlations. There have been a small number of studies against cascading failures, and onion-like networks have been found to be more tolerant than SF networks. However, since networks with extremely high positive degree-degree correlations are not optimally robust, there is room for an approach to enhancing robustness that is more intrinsic than degree-degree correlation. Therefore, recent research has focused on enhancing loops to improve robustness. The results suggest that robustness and FVS size increase substantially as the variance of the degree distribution decreases. Thus, we focus on the variance of the degree distribution to improve robustness against attacks. Recently, the IPA model has been proposed as a model for generating networks by varying the degree distribution. In IPA model, the network is generated by inverse preferential attachments, the opposite of preferential attachments in SF networks. The degree distribution changes continuously with the parameter  $\beta$  that controls the degree of inverse preferential attachments. Consequently, the variance of the order distribution decreases as the value of  $\beta$  increases. Recent studies have shown that networks with small variances

of the network degree distribution have optimal robustness against attack.

Back to cascading failures. The load of the initial failure node that triggered the cascading failures must be borne by the other nodes. Because the failed node can not pass through the flow, therefore the flow passes through a detour that passes through another node. In other words, the damage against cascading failures can be reduced by distributing the load among multiple detours if many detours exist. Since a detour is a loop, an aforementioned network with a smaller variance of the degree distribution is expected to be highly tolerant against cascading failures due to the presence of many loops.

In this study, simulations of cascading failures are performed for BA model generated by preferential attachments (PA) with a SF structure, and inversion preferential attachments (IPA) model with a smaller variance of the degree distribution. The general method of generating a network with attachments is as follows. A new node is added to the network and connected to  $m$  existing nodes at each time step. Self-loops and multiple loops are prohibited. Here, the probabilities to choose existing nodes are different in each of the two models. First, the probability to choose existing nodes of BA model is proportional to the degree  $k$ . On the other hand, IPA model employs probability to choose existing nodes proportional to  $k^\beta$ . The degree distribution can be varied continuously by adjusting the value of the parameter  $\beta$  in IPA model. However, the network efficiency decreases as chain structure emerges on the network as this  $\beta$  is increased. Therefore, configuration model is applied after generating the network to randomize the network structure in order to perform an analysis focusing on the degree distribution of the network. In addition, this study uses the most basic Motter-Lai model for cascading failures. The load  $L_i$  is defined by betweenness centrality on the assumption that flows are supposed to exceed every pair of nodes and transmitted along the shortest path connecting them. This is attributed to the flows such as packets and vehicles in communication and transportation networks generally transmitting along the shortest path. The capacity  $C_i$  is defined as a value proportional to the initial load  $L_i(0)$ . Where  $\alpha$  is a tolerance parameter. As larger  $\alpha$ , the less likely it is that cascading failures will occur. However, it should be as small as possible from the standpoint of capital investment and other costs. In cascading failures, if the load  $L_i$  exceeds the capacity,  $L_i > C_i$ , node  $i$  is removed from the network. After node removal, the load is redistributed to the remaining nodes throughout the network. Here, nodes with  $L_j > C_j$ , are further removed from the network. Load redistribution and removal of overload nodes are repeated until all nodes are removed or  $L < C$ . The method to choose initial failures that trigger cascading failures uses random, max-degree, and max-load node removal and localized attack. Localized Attack assumes damage from tsunamis and earthquakes

in infrastructure networks. The damage against cascading failure is defined by the relative size  $G$  of the largest connected component before and after the cascading failure.

The results of the simulation show that the network generated by IPA model is more tolerant against cascading failures than SF networks at the degree distribution is homogeneous according to the parameter  $\beta$ . Optimal tolerance against cascading failures was obtained at  $\beta = 50$  is also suggested. Furthermore, networks with homogeneous degree distributions were found to meet the small-world property. In other words, achieving both tolerance and efficiency against cascading failures is possible.

# 目次

<b>第1章</b>	<b>はじめに</b>	<b>1</b>
1.1	研究背景	1
1.2	研究目的	3
1.3	論文の構成	3
<b>第2章</b>	<b>シミュレーションを行うネットワークとその特徴</b>	<b>5</b>
2.1	ネットワーク科学における基本用語と特徴量	5
2.1.1	次数	6
2.1.2	媒介中心性	6
2.1.3	トポロジー的な頑健性	6
2.2	アタッチメントによるネットワーク生成モデル	7
2.3	リンクの媒介中心性分布	8
2.4	平均最短経路長	9
<b>第3章</b>	<b>カスケード故障</b>	<b>11</b>
3.1	Motter-Lai モデル	11
3.2	初期故障ノードの選択方法	12
3.3	カスケード故障の評価指標	13
<b>第4章</b>	<b>結果</b>	<b>15</b>
4.1	逆優先的選択によるカスケード故障に対する耐性の向上	15
4.2	鎖状構造の解消による最大連結成分比 $G$ と効率 $E$ への影響	19
<b>第5章</b>	<b>まとめ</b>	<b>21</b>
<b>付録A</b>	<b>カスケード故障の結果</b>	<b>22</b>

# 目次

2.1	ノード数 $N = 10^3$ , 毎時刻のリンク数 $m = 2$ の各ネットワークの次数分布	8
2.2	ノード数 $N = 10^3$ , 毎時刻のリンク数 $m = 2$ のネットワークにおけるリンクの媒介中心性分布	9
2.3	ノード数 $N = 10^4$ , 毎時刻のリンク数 $m = 2$ のネットワークにおける平均最短経路長 $\langle L_{ij} \rangle$ のランダム化の有無による比較 (左) ランダム化あり, (右) ランダム化なし	10
3.1	<b>Localized Attack の模式図</b> (a) $p$ 個の除去対象ノードが選択される. 対象ノードはルートノードから始まり, 隣接ノード, 次の隣接ノードと続いて選ばれる (黄がルートノード, 赤がその他の除去されるノード). (b) 選択したノードとリンクを除去する. ルートノードを中心とした攻撃された穴が形成される. (c) 最大連結成分のみが機能を維持し, ネットワークに維持する. (d) 2次元正方格子に対する Localized Attack. $N \rightarrow \infty$ の2次元正方格子の場合, ネットワークを崩壊させるためには全てのノードを攻撃する必要がある. [24] より引用.	13
4.1	ノード数 $N = 10^3$ と毎時刻のリンク数 $m = 2$ のランダム化を施したネットワークにおける最大連結成分比 $G$ (左) ノード除去数 $AN = 1$ , (右) ノード除去数 $AN = 50$ , (上) ランダムノード除去, (中) 最大次数ノード除去, (下) LA ランダムノード除去	16
4.2	ノード数 $N = 10^3$ と毎時刻のリンク数 $m = 2$ のネットワークにおける最大次数ノード除去後の最大連結成分比 $G$ と効率 $E$ のランダム化の有無による比較 (左) Configuration モデルによるランダム化あり, (右) Configuration モデルによるランダム化なし, (上) 最大連結成分比 $G$ , (下) 通信の効率 $E$	20
A.1	ランダム化を施した $m = 2$ のネットワークにおけるランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$	23
A.2	ランダム化を施さない $m = 2$ のネットワークにおけるランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$	24

A.3	ランダム化を施した $m = 4$ のネットワークにおけるランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$ . . . .	25
A.4	ランダム化を施さない $m = 4$ のネットワークにおけるランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$ . . .	26
A.5	ランダム化を施した $m = 2$ のネットワークにおける最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$ . . . .	27
A.6	ランダム化を施さない $m = 2$ のネットワークにおける最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$ . . .	28
A.7	ランダム化を施した $m = 4$ のネットワークにおける最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$ . . . .	29
A.8	ランダム化を施さない $m = 4$ のネットワークにおける最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$ . . .	30
A.9	ランダム化を施した $m = 2$ のネットワークにおける最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$ . . . .	31
A.10	ランダム化を施さない $m = 2$ のネットワークにおける最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$ . . .	32
A.11	ランダム化を施した $m = 4$ のネットワークにおける最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$ . . . .	33
A.12	ランダム化を施さない $m = 4$ のネットワークにおける最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$ . . .	34
A.13	ランダム化を施した $m = 2$ のネットワークにおける LA ランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$	35
A.14	ランダム化を施さない $m = 2$ のネットワークにおける LA ランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$	36
A.15	ランダム化を施した $m = 4$ のネットワークにおける LA ランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$	37
A.16	ランダム化を施さない $m = 4$ のネットワークにおける LA ランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$	38
A.17	ランダム化を施した $m = 2$ のネットワークにおける LA 最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$	39
A.18	ランダム化を施さない $m = 2$ のネットワークにおける LA 最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$	40
A.19	ランダム化を施した $m = 4$ のネットワークにおける LA 最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$	41
A.20	ランダム化を施さない $m = 4$ のネットワークにおける LA 最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$	42
A.21	ランダム化を施した $m = 2$ のネットワークにおける LA 最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比 $G$ と効率 $E$	43

- A.22 ランダム化を施さない  $m = 2$  のネットワークにおける LA 最大負荷  
ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$  44
- A.23 ランダム化を施した  $m = 4$  のネットワークにおける LA 最大負荷  
ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$  45
- A.24 ランダム化を施さない  $m = 4$  のネットワークにおける LA 最大負荷  
ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$  46

# 表 目 次

4.1	カスケード故障の耐性に関する各条件による結果のまとめ . . . . .	16
4.2	鎖状構造に関する各条件の比較結果の要約 . . . . .	20
A.1	付録に記載する図一覧とその条件 . . . . .	22

# 第1章 はじめに

## 1.1 研究背景

現実中存在する様々なシステムは、その構成要素をノード、それらの関係性をリンクとして表現することでネットワークとして記述できる。例えば、SNSや電力網、交通網、脳神経回路網、細胞内のタンパク質反応ネットワーク、感染症伝搬ネットワークなど、非常に多くのシステムをノードとリンクという非常に単純な表現で記述できる。これらの要素も機能も完全に異なる様々なシステムの間、驚くほど共通する構造や性質が存在することが1990年代後半に複数発見された。特に1999年には、一部の少数のノードがその他の大多数のノードとつながる一方、大多数のノードはごく少数のノードとしかつながっていないというSF性という特徴を持つことが明らかとなった[2]。このScale-Free(SF)やErdos-Renyi(ER)ネットワーク[10]などの特定のネットワークについては、部分的な故障や攻撃に対するつながりの頑健性が広く研究が行われており[1, 5]、特にSFネットワークの意図的な攻撃に対する脆弱性が知られている。

さらに、現実のネットワーク上の通信網におけるパケット転送や道路網を走る物流などのフローに関する側面を考慮すると、カスケード故障と呼ばれる過負荷による連鎖的な崩壊が起こり得る[20]。カスケード故障は、ネットワーク内の一部のノードが過負荷故障するとそれが連鎖し、ネットワーク全体が機能不全に陥る問題である。カスケード故障は、負荷の不均質性が高く、一部の故障ノードの負荷が高い場合に、発生する可能性が高く被害が大きくなる傾向がある[20]。従来のSFやERなどのネットワークに対しては、カスケード故障のモデル化や対策が議論されている。特に対策については、生贄的なノード除去による方法[19]やリンクの繋ぎ換えによる方法[29]、さらに次数や負荷に基づいたルーティングによる対策[28]などが提案されている。しかしながら、これらの方法ではノードやリンクの無駄が発生する点や、ネットワークの構造を即時に変更できることが前提となっており、現実的かつ実用的な対策は不足している。さらに、近年では特に、輸送網、電力網、通信網などの複数の異なる種類のネットワークが互いに影響し合う相互依存的なネットワークにおけるカスケード故障の研究[7, 9]に関心がやや移っている。我々は、カスケード故障の本質的な解決策は従来の生贄的なノード除去やリンクの繋ぎ換えなどの対策ではなく、より高い耐性を持つネットワーク構造を発見することであると考える。ここで、耐性とは過負荷による連鎖故障に対する耐性を意味する。結合耐性と連鎖故障に対する耐性は異なることにも注

意したい。

ところで、近年ネットワークがバラバラに分断される臨界点ではループ無グラフになることが明らかになっている [4]。ここで、ネットワークをループ無にするために除去する最小のノード集合を Feedback Vertex Set (FVS) [13] という。従って、攻撃に対する耐性を最適に強化する問題はこの FVS をいかに大きくするかという問題に帰着する。

一方、従来の SF や ER ネットワークと比較して、より頑健なネットワークとして、次数相関に着目した玉葱状ネットワークがある [21]。このネットワークは、次数分布を固定して次数相関を変化させたときに、正の次数相関がある程度大きくなるとトポロジー的に最適な頑健性を持った玉葱構造を持ったネットワークが生じることが母関数の解析と数値シミュレーションにより明らかになっている [25, 23]。正の次数相関は、次数が高いノードは高いノードと、中程度のノードは中程度のノードと、小さいノードは小さいノードと、それぞれ次数が同程度のノードと結合しやすいときで生じる。ただし、次数相関が強いほど頑健性が高くなるわけではなく、適度な次数相関で頑健性が最大となる [25]。玉葱上ネットワークにおいても、異なる次数のノード間でループが多く存在して、頑健性に寄与していると考えられる。また、リワイヤリングによって次数相関を高め、トポロジー的な頑健性を向上させる方法も提案されている [26, 27]。

カスケード故障に対しても少数ながらルーティングによる対策などの研究があり、玉葱上ネットワークは SF ネットワークと比較して高い耐性を持つことがわかっている [12]。しかしながら、次数相関が極端に高いネットワークが、攻撃に対する結合耐性として最適な構造を持つとは言えないことから、次数相関よりも本質的な頑健性強化のためのアプローチが存在する余地がある。そこで近年では、ループを強化することに着目して、トポロジー的な頑健性を向上させるための研究が行われ、次数を保存する方法と保存しない方法の 2 種類の漸進的成長法が提案されている [8]。その結果、次数を保存しないリワイヤリングは、頑健性と FVS サイズを大幅に増加させることが分かった。特に、次数保存を行わない方法で調べた全てのネットワークにおいて最大次数と最小次数の差を小さくする傾向があることが分かった。これらの結果は、次数分布の分散が小さくなるにつれて、頑健性と FVS のサイズが大幅に増加することを示唆している。

このように、我々は攻撃に対する頑健性を向上させるために、次数分布の分散に着目する。頑健性に対するネットワーク科学の研究は、これまでべき乗分布の SF と Poisson 分布の ER にピンポイントで集中しており、次数分布の連続的な変化は検討されてこなかった。例外的に、GN モデルでは次数分布が指数からべき乗に連続的に変化するものがある [14, 15, 16]。しかしながら、頑健性については議論されていない。近年、次数分布を変化させてネットワークを生成する GN とは異なるモデルとして IPA モデルが考えられている [17]。IPA モデルでは、SF ネットワークの優先的選択とは反対の、逆優先的選択によってネットワークを生成する。逆優先の度合いを制御するパラメータ  $\beta$  によって次数分布が連続的に変化し、

$\beta$  の値が大きくなるにつれ次数分布の分散は小さくなる．ネットワークの次数分布の分散が小さいネットワークは，攻撃に対して最適な結合耐性を持つことが近年の研究から明らかになっており，トポロジー的に非常に頑健である [17, 18]．

カスケード故障に話を戻そう．カスケード故障の場合には，初期故障の発生時に故障したノードが負担していた負荷を他のノードが負担する必要がある．なぜなら，故障ノードはフローを経由することができないため，他のノードを経由する迂回路を通してフローを流すことになるからである．すなわち，この迂回路が多く存在すれば，複数の迂回路で負荷を分散することでカスケード故障の被害を抑制することができると考えられる．迂回路とはすなわちループのことであるので，先述した次数分布の分散が小さくなるネットワークはループが多く存在することから，カスケード故障に対しても高い耐性を持つことが予想される．本研究では，この IPA モデルに基づき，次数分布のみの影響を調べるため IPA モデルの鎖状構造を無くすランダム化を施した場合を含めて，次数分布の分散が小さくなるネットワークに対してカスケード故障のシミュレーションを実施し，高い耐性を持つかどうかを数値シミュレーションから調べる．

## 1.2 研究目的

本研究では，ネットワークのループ増加の観点から，近年ネットワークのトポロジー的に最適な結合の頑健性を持つことが示唆される次数分布の分散に着目し，カスケード故障に対しても高い耐性を持つネットワーク構造を明らかにする．具体的には，パラメータの調整により次数分布の分散が小さくなる IPA モデルによって生成される均質なネットワークに対して，カスケード故障のシミュレーションを実施する．現実によく存在する非常に脆弱な SF ネットワークと比較を行い，次数分布の分散が小さくなるにつれてカスケード故障に対する耐性が高くなることを示す．

## 1.3 論文の構成

**第 2 章** まず，ネットワーク科学における基本用語と分析に用いる特徴量を説明する．その後，本研究で対象とするネットワークの生成モデルを説明する．さらに，そのネットワークのリンクの媒介中心性についての特徴を述べ，カスケード故障に対して高い耐性を持つと予想する根拠を述べる．

**第 3 章** 典型的なカスケード故障のモデルを説明する．さらに初期故障ノードの選び方とカスケード故障の評価の方法を説明する．

**第4章** 本研究のネットワークに対して実施したカスケード故障のシミュレーションの結果を示す. 各ネットワークとカスケード故障の条件ごとに比較を行い, 結果を考察する.

**第5章** 本研究のまとめを述べる.

## 第2章 シミュレーションを行うネットワークとその特徴

本章では、まず2.1節にてネットワーク科学における基本用語と議論に用いる特徴量を説明する。2.2節では、本研究で対象とするBAモデル[2]によるSFネットワークとIPAモデル[17]による均質なネットワークの毎時刻に追加される新ノードから既存ノードへの結合による生成モデルを説明する。また、IPAモデルの高 $\beta$ 値で生じる鎖状構造を解消するためのConfigurationモデル[22]についても説明する。2.3節にて、ネットワークのリンクの媒介中心性[3]の分布を示し、本研究で対象とする均質なネットワークが、カスケード故障に対して高い耐性を持つと予想する根拠を述べる。2.4節では、ネットワークの平均最短経路長を示す。ここで、鎖状構造の解消によりネットワークの効率が改善すること、さらに非常に効率的なSFネットワークと比較して、均質なネットワークがどの程度の効率性を持つのかを明らかにする。

### 2.1 ネットワーク科学における基本用語と特徴量

本研究で取り扱うネットワークは、ノードの集合 $V = 1, 2, \dots, N$ とノードを繋ぐリンクの集合 $E = e_{ij}$ からなる。また、リンクの両端が同じノードとなる自己ループと2つのノード間が重複したリンクで繋ぐ多重リンクを禁止した単純グラフとする。ネットワークの構造は、 $N \times N$ の隣接行列 $A$ によって表現することができる。隣接行列 $A$ では、ノード $ij$ 間にリンクが存在する場合は、 $A_{ij} = 1$ 、存在しない場合は $A_{ij} = 0$ となる。ノードまた、各リンクの方向を考慮する場合を有向グラフ、考慮しない場合は無向グラフと呼ばれる。本研究では、特に言及しない限り無向グラフとする。

ネットワークを分析する際、様々な特徴量を用いて議論される。以下に本研究で議論する特徴量として、次数、媒介中心性、トポロジー的な頑健性について説明する。

### 2.1.1 次数

あるノード  $i$  の次数  $k_i$  は、そのノードが持つリンクの数であり、以下の式 (2.1) で定義される。

$$k_i = \sum_j A_{ij}, \quad (2.1)$$

リンクの両端に接続されるノードが存在するので、リンクが1つ増えるとネットワーク全体の次数は2つつ増加する。ネットワークを分析する上では、ある次数  $k$  を持つノードの存在確率  $P(k)$  の分布を用いて議論されることが多い。この分布を次数分布という。

### 2.1.2 媒介中心性

媒介中心性 [11] とは、最短経路に基づく中心性指標である。ネットワーク内の各ノードの媒介中心性は、任意の2点間の最短経路の内、その頂点を通過する経路の割合で表される。また媒介中心性は、リンクを含む最短経路に置き換えることで、リンクへの拡張が可能である [3]。本研究では、以下の式 (2.2) で定義されるリンクの媒介中心性を用いている。

$$c_B(e) = \sum_{s,t \in V} \frac{\sigma(s,t|e)}{\sigma(s,t)}, \quad (2.2)$$

ここで、 $V$  はノード集合、 $\sigma(st)$  はノード  $s$  から  $t$  までの最短経路数、 $\sigma(s,t|e)$  はその最短経路の内リンク  $e$  を経由する経路の数である。例として、通信網においては、媒介中心性が高いリンクはより多くの情報がそのリンクを經由するため、ネットワークにおいて重要なリンクであるといえる。

### 2.1.3 トポロジ的な頑健性

ネットワークの結合耐性を評価する指標としてトポロジ的な頑健性指標  $R$  が広く用いられており、以下の式 (2.3) で定義される。

$$R = \frac{1}{N} \sum_{q=1/N}^1 s(q), \quad (2.3)$$

ここで、 $N$  はネットワークの攻撃前の全ノード数、 $s(q)$  はノード除去率が  $q$  のときの最大連結成分比である。ノード除去率  $q = \frac{1}{N}, q = \frac{2}{N}, q = \frac{3}{N}, \dots, q = \frac{N-1}{N}, q = \frac{N}{N}$  と変化する。 $\sum_{q=1/N}^1$  は、各ノード除去率  $q$  における最大連結成分比の総和を意味する。このトポロジ的な指標に基づいた研究は広く行われており、ネットワーク科学の分野においては主流といえる。

本研究ではこの頑健性指標により評価され、トポロジ的に頑健であることが明らかとなった IPA モデルによる次数分布の分散が小さいネットワークに対して、カスケード故障のシミュレーションを実施し、その過負荷による連鎖故障に対する耐性を評価する。カスケード故障に対する耐性を評価する指標と、この頑健性指標は異なるので注意が必要である。カスケード故障の評価方法については第3章で説明する。

## 2.2 アタッチメントによるネットワーク生成モデル

本研究では、多くの実世界のネットワークにおいて広く存在する SF なトポロジ構造を持つ Preferential Attachment(PA) により生成される BA モデル [2] と、攻撃に対する最適化された頑健性を持つことが示唆された Inversion Preferential Attachment(IPA) モデル [17] を対象とした。現実によく存在する脆弱な構造である SF ネットワークに対して、より頑健な構造を明らかにするために、カスケード故障に対しても高い耐性を持つことが期待される IPA モデルによる均質なネットワークとの比較を行う。毎時刻に追加される新ノードから既存ノードへの結合によるネットワークの生成手順は一般に以下の通りである。

**Step 0** 時刻  $t = 0$  に、初期構成としてノード数が  $m$  個の完全グラフを構築する。

**Step 1** 毎時刻  $t = 1, 2, 3, \dots$  に、 $m$  本のリンクを持つノードを1つネットワークに追加する。

**Step 2** 追加したノード  $i$  から既存ノードへ、それぞれリンクを接続する。このとき既存ノードへの結合確率は2つのモデルでそれぞれ異なる。PA(BA) では  $k_i$  に比例、IPA では  $k_i^{-\beta}$  に比例する値として定義される。また、自己ループと多重ループは禁止される。

**Step 3** 所定のノード数  $N$  になるまで、Step1 と Step2 を繰り返す。

まず、BA モデルでは新ノードと既存ノード  $i$  の結合確率が次数  $k_i$  に比例し、次数分布がべき乗則に従う。このような次数分布を持つ SF ネットワークは、不慮の事故のようなランダムなノード除去に対して高い頑健性があることが確認されている。しかしながら、高次数のノードを狙った意図的な攻撃に対しては非常に脆弱である。一方で IPA モデルでは、ネットワーク生成時に  $k_i^{-\beta}$  に比例したノード  $i$  への結合確率を採用する。パラメータ  $\beta$  の値を調整することで次数分布を変化させることができる。図 2.1 に、BA モデルによる SF ネットワークと IPA モデルによる均質なネットワークの次数分布を示す。紺色の SF ネットワークから赤色に近づくにつれて  $\beta$  の値が大きくなり逆優先の度合いが高いネットワークとなる。両対数グラフで直線となる SF ネットワークから赤色の  $\beta = 100$  まで、ネットワークの最大次数が減少しており、次数分布の幅が小さくなっていることが分かる。特に

$\beta = 50, 100$  では、 $k_i = 3$  でピークが際立っており、ネットワーク内のほぼ多くのノードが同じ次数を持っており、非常に均質なネットワークとなっていることが分かる。しかしながら、IPA モデルにおいて  $\beta$  の値を大きくすると、ネットワーク構造が鎖状になり、全体的な頑健性が低下する [17]。そこで、IPA モデルで生成したネットワークに対して Configuration モデル [22] を適用する。ここで Configuration モデルは、以下の手順でネットワークの構造をランダム化する。まずネットワークからすべてのリンクを取り除き、各ノード  $i$  に次数  $k_i$  の数だけリンクを接続することができるスタブを与える。次にネットワークから 2 つのスタブをランダムに選びリンクを接続する。すべてのスタブが接続されるまで繰り返す。この操作によって鎖状構造の影響を取り除いて、次数分布に着目した比較分析が可能となる。

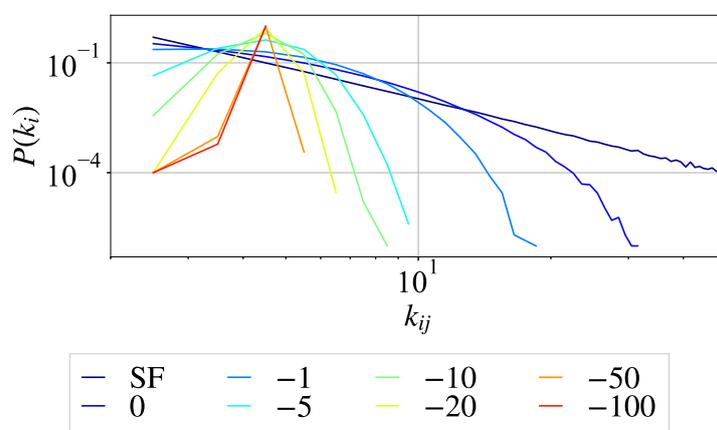


図 2.1: ノード数  $N = 10^3$ ，毎時刻のリンク数  $m = 2$  の各ネットワークの次数分布

## 2.3 リンクの媒介中心性分布

前述したように、次数分布が狭いネットワークはトポロジ的な頑健性が高いことが近年示された [18]。同様に、カスケード故障に対しても高い耐性を持つことが期待できる。カスケード故障においては、トリガーとなる初期故障ノードが経由していたフローは他のノードが担う必要がある。このフローは後述する最短経路を通るとしているの、ネットワーク内に任意のノード間の最短経路として多数の迂回路が存在すれば、フローを分散しカスケード故障を抑制できると考えられる。この最短経路として多数の迂回路の存在は、リンクの媒介中心性分布によって示唆される。図 2.2 に、BA モデルで生成した SF ネットワークと、IPA モデルで生成したより均質なネットワークのリンクの媒介中心性分布を示す。紺色の SF ネットワークから赤色の IPA モデルの  $\beta = 100$  まで変化するにつれて、グラフのピークが右に移動し高くなり、分布の幅が狭くなる。リンクの媒介中心性分布の幅が狭いということは、すなわち多くのリンクが同じような媒介中心性を持っていることを意味している。つまり、特定の経路に負荷が集中することなく、

多くの経路で負荷を分担することが可能であると考えられる。これにより、カスケード故障に対する高い耐性が期待できる。

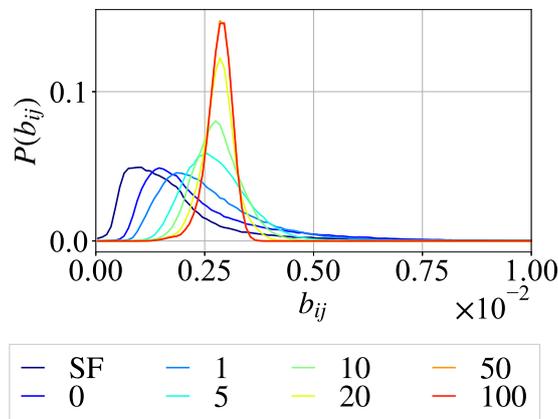


図 2.2: ノード数  $N = 10^3$ , 毎時刻のリンク数  $m = 2$  のネットワークにおけるリンクの媒介中心性分布

## 2.4 平均最短経路長

Configuration モデル [22] によるネットワーク構造のランダム化で, IPA モデルの鎖状構造 [17] が解消されることを示すため, 図 2.3 に各ネットワークの平均最短経路長を示す. 図 2.3 の左側が Configuration モデルによるランダム化を施した場合で, 右側はランダム化をしない場合である. いずれのネットワークでも, ノード数が増えるほど最短経路長は増加する. 図 2.3 左のランダム化ありの場合では, 全ての色線で, 横軸  $\log N$  と縦軸  $\langle L_{ij} \rangle$  の片対数グラフにおいて直線となっており, ネットワークは  $\langle L_{ij} \rangle \sim O(\log N)$  の SW 性を満たすことが分かる. ノード数  $N = 10^4$  で最短経路長が最短となった SF ネットワークでは  $\langle L_{ij} \rangle = 5$  であった. 一方で, 最長となる IPA モデルによる  $\beta = 100$  のネットワークの場合では  $\langle L_{ij} \rangle = 8$  であり, その差は僅かである. しかしながら, 図 2.3 右のランダム化なしの場合では,  $\beta$  により逆優先の度合いが増加するにつれて最短経路長は指数関数的に増加する. 特に IPA モデルの  $\beta = 100$  の場合では  $\langle L_{ij} \rangle = 316$  となり, SF ネットワークの  $\langle L_{ij} \rangle = 5$  と比較すると, 最短経路長が著しく増加していることが分かる. 経路長が増加することによって任意の経路で経由するノード数が増加するので, すなわちネットワークの効率が悪化することを意味する. このように IPA モデルによるネットワークは,  $\beta$  が増加し逆優先の度合いが大きくなると, 鎖状構造が生じて効率が非常に悪化することになる. しかしながら, Configuration モデルによるランダム化を施すことで, 最短経路長が改善されることが示された. 非常に効率的である SF ネットワークと比較しても, 同等の効率性を持つことがわかる. これにより, IPA モ

デルによる次数分布が狭くなるネットワークにおいても、カスケード故障に対する耐性と効率を両立することが可能であると予想される。

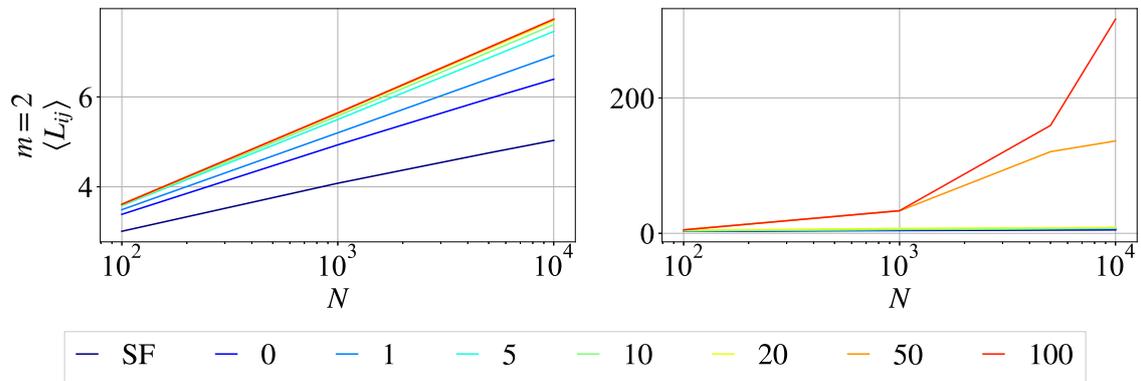


図 2.3: ノード数  $N = 10^4$ , 毎時刻のリンク数  $m = 2$  のネットワークにおける平均最短経路長  $\langle L_{ij} \rangle$  のランダム化の有無による比較 (左) ランダム化あり, (右) ランダム化なし

## 第3章 カスケード故障

カスケード故障とは、ネットワークで発生した過負荷故障が伝播し、ネットワークを機能不全に陥らせる問題である。トポロジーの頑健性におけるネットワークの構造に加えてノードの負荷を考え、通信路を流れる通信量や道路を走る交通量などのネットワーク上のフローを考慮する。現実の電力網などのネットワークでは、実際に大規模停電が発生して大問題となっている。3.1節でカスケード故障の代表的なモデルである Motter-Lai モデルを紹介し、具体的なシミュレーションの方法を示す。3.2節では、カスケード故障を引き起こす初期除去ノードの選択方法を示す。従来のランダムノード除去、最大次数ノード除去、最大負荷ノード除去に加え、インフラネットワークの津波や地震などへの耐性を調べるために、空間的な被害を想定した Localized Attack も調べる。3.3節では、カスケード故障の被害の評価指標を定義する。

### 3.1 Motter-Lai モデル

本研究では、カスケード故障の典型的なモデルである Motter-Lai モデル [20] を導入する。負荷  $L_i$  は、フローが送受信ノードのペアごとに発生し、それらを結ぶ最短経路に沿って伝送されると仮定し、媒介中心性によって以下の式 (3.1) で定義される。これは、通信・輸送ネットワークにおける通信量や交通量などのフローは、一般に最短経路を通るように伝送されることに起因する。

$$L_i = \sum_{s \neq t \neq i} \frac{g_{st}(i)}{g_{st}}, \quad (3.1)$$

また、容量  $C_i$  は故障が起きる前の初期負荷  $L_i(0)$  に比例する値として定義する。

$$C_i = (1 + \alpha)L_i(0), \quad (3.2)$$

ここで、 $\alpha$  は耐久性パラメータである。 $\alpha$  が大きいほどカスケード故障が発生しにくくなるが、ノードに通常時使用しない余裕を持たせるため設備投資や運用上の余分なコストが必要となることから、可能な限り小さくすることが望ましい。カスケード故障では、負荷  $L_i$  が容量を超えた場合、すなわち  $L_i > C_i$  となった場合、ノード  $i$  がネットワークから取り除かれる。ノード除去後、負荷はネットワーク全体の残りのノードに再分配される。ここで  $L_j > C_j$  となったノードは、さらにネッ

トワークから削除される。この負荷の再分配と過負荷ノードの除去は、すべてのノードが除去されるか、または  $L_k < C_k$  になるまで繰り返される。このようなメカニズムによりネットワークはカスケード故障に陥る。

カスケード故障のシミュレーションは具体的に以下の通り実行する。

**Step 0** 各ノード  $i$  の許容負荷  $C_i$  を式 3.13.2 計算する。

**Step 1** 初期故障ノード  $i_0$  をネットワークから除去する。

**Step 2** 上記の除去後、各ノード  $i$  の負荷  $L_i$  を式 3.1 再計算する。

**Step 3** 負荷が許容負荷を超えた  $L_i > C_i$  となるノード  $i$  を、過負荷で機能不全となったものとみなし、ネットワークから除去する。

**Step 4** 除去するノードがなくなるまで Step2, Step3 を繰り返す。

**Step 5** カスケード故障の被害  $G$  と効率  $E$  を評価する。

## 3.2 初期故障ノードの選択方法

本研究では、初期故障のノードの選び方として、以下の3種類の方法を用いる。ランダムノード除去と最大次数ノード除去は、トポロジ的な頑健性の研究で広く用いられている。また、カスケード故障はネットワーク上を流れるフローを考慮し、各ノードは負荷を持つので、最大の負荷を持つノードを除去する場合も考える。この基本的なランダムノード除去、最大次数ノード除去、最大負荷ノード除去の攻撃方法に加えて、インフラネットワークの津波や地震などへの耐性を調べるために、空間的な被害を想定した Localized Attack を追加する。

- 不慮の事故: ランダムノード除去 [6]
- 意図的な攻撃: 最大次数ノード除去 [20]  
最大負荷ノード除去 [20]
- 空間的な被害: Localized Attack[24]

ランダムノード除去は、不慮の事故を想定し、ネットワークから一様ランダムにノードを選択する。弱点と考えられる最大次数や最大負荷ノードの除去は、意図的な攻撃に相当して、全ノードの中から最大次数や最大負荷を持つノードをそれぞれ選択する。ネットワークの種類やシミュレーションの条件によって、最大次数ノードと最大負荷ノードは同じものになる可能性がある。更に、本研究では主にネットワークのフローが最短経路を通る通信網や交通網などのインフラネットワークを想定しているため、これらのネットワークが地震や津波などの空間的な被害に遭遇する場合についても調査する。本研究でカスケード故障の初期被害と

して新たに用いる Localized Attack は、先述のランダムノード、最大次数ノード、最大負荷ノード除去で選択されたルートノードから隣接する順にノードを除去していく方法である。図 3.1 に、Localized Attack の模式図を示す。本研究では、初期故障ノードの除去数は  $AN = N \times p$  で計算される。ここで、 $N$  はネットワークの全ノード数で、 $p$  はノードの除去率である。

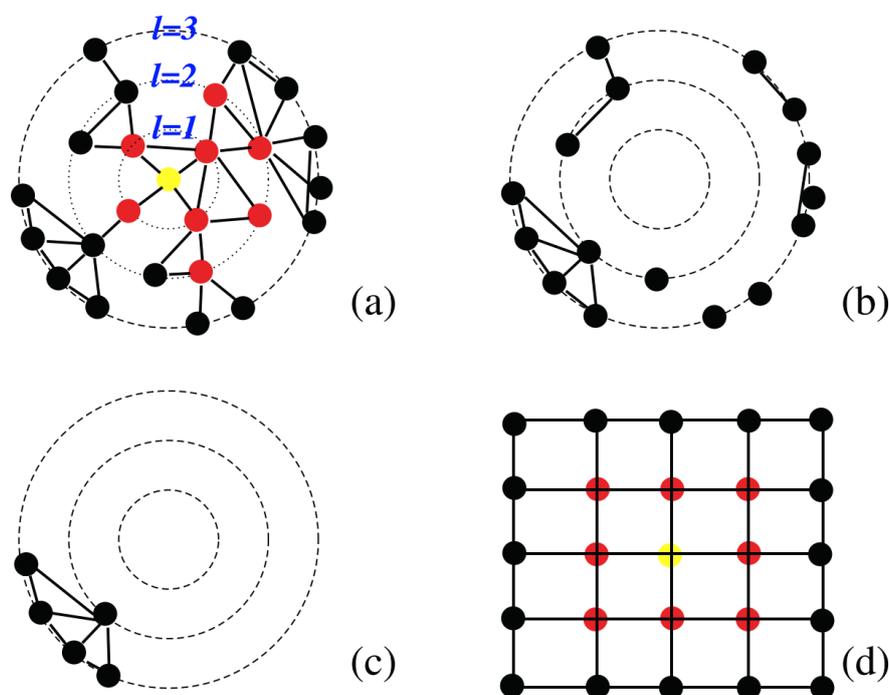


図 3.1: Localized Attack の模式図 (a)  $p$  個の除去対象ノードが選択される。対象ノードはルートノードから始まり、隣接ノード、次の隣接ノードと続いて選ばれる (黄がルートノード、赤がその他の除去されるノード)。 (b) 選択したノードとリンクを除去する。ルートノードを中心とした攻撃された穴が形成される。 (c) 最大連結成分のみが機能を維持し、ネットワークに維持する。 (d) 2次元正方格子に対する Localized Attack。  $N \rightarrow \infty$  の 2次元正方格子の場合、ネットワークを崩壊させるためには全てのノードを攻撃する必要がある。 [24] より引用。

### 3.3 カスケード故障の評価指標

カスケード故障の被害は、式 (3.3) のカスケード故障前後の最大連結成分比  $G$  で評価される。

$$G = \frac{N'}{N}, \quad (3.3)$$

ここで、 $N$  はカスケード故障前のネットワークの全ノード数で、 $N'$  はカスケード故障後の最大連結成分のノード数である。

さらに、IPA モデルのパラメータ  $\beta$  による逆優先的選択の割合によっては鎖状構造が発生するため、最短経路長の増加によって効率が大きく低下する。そこで、Configuration モデルによってランダム化を施した場合としない場合で効率の変化を比較するために、ネットワークの効率  $E$  を測定する。

$$E = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i \neq j} \frac{1}{d_{ij}}, \quad (3.4)$$

ここで、 $N$  はネットワークのノード数で、 $d_{ij}$  は全てのノードペア  $ij$  間のホップ数である。

## 第4章 結果

BA モデルで生成した SF ネットワークと IPA モデルで生成したより均質なネットワークに対して、カスケード故障のシミュレーションを行った。次数分布  $P(k)$  の実質的な影響を調べるために、ネットワークをランダム化する/しないの結果を含めて比較する。ネットワークの全ノード数  $N = 10^3$ 、各時間ステップにおけるリンク数  $m = 2, 4$ 、IPA モデルにおいて逆優先の度合いを制御するパラメータ  $\beta = 0, 1, 5, 10, 20, 50, 100$ 、カスケード故障に対する耐久性パラメータ  $\alpha$  は 0 から 1 まで 0.1 刻み、カスケード故障の初期故障ノードの除去数  $AN = 1, 50, 100$  としてシミュレーションを実施した。また、カスケード故障の結果は 100 個のネットワークでシミュレーションを行い、平均したものである。なお、逆優先的選択の程度をパラメータ  $\beta$  の値で変化させた場合の最大連結成分比  $G$  への影響を調べるために、代表的な  $m = 2, AN = 1, 50$  におけるランダムノード、最大次数ノード、LA ランダムノード除去の結果を示す。最大負荷ノード除去、LA 最大次数ノード除去、LA 最大負荷ノード除去と、 $m = 4, AN = 100$  のケースは付録として掲載するが、以下に述べる最大次数ノード除去と最大負荷ノード除去と、全ての LA の結果はそれぞれ同様となっている。

### 4.1 逆優先的選択によるカスケード故障に対する耐性の向上

図 4.1 は、 $AN = 1, 50$  のランダムノード、最大次数ノード、LA ランダムノード除去後の最大連結成分比  $G$  を示したものである。紺色の SF ネットワークを始めとして、各グラフの線の色が青から赤に変化するにつれて、IPA モデルの  $\beta$  の値が大きくなることを示している。まず図 4.1 に、以下から述べる結果についてまとめている。

はじめに、カスケード故障の初期故障ノード数  $AN$  について結果を考察する。左上の  $AN = 1$  のランダムノード除去では、最大連結成分比  $G$  はほぼ 1.0 であり、SF ネットワークと IPA モデルの各  $\beta$  値によるネットワーク間にほとんど差は生じなかった。耐久性パラメータ  $\alpha = 0.0$  の場合は、各ノードに全く余裕がないため、単一のノード除去であっても最大連結成分比  $G$  は明らかに低下する。一方、右上の  $AN = 50$  のランダムノード除去の場合、グラフの紺色から水色の、SF ネットワークとそれに近い  $\beta = 0, 1$  の IPA モデルによるネットワークは、それ以上の  $\beta$  値を

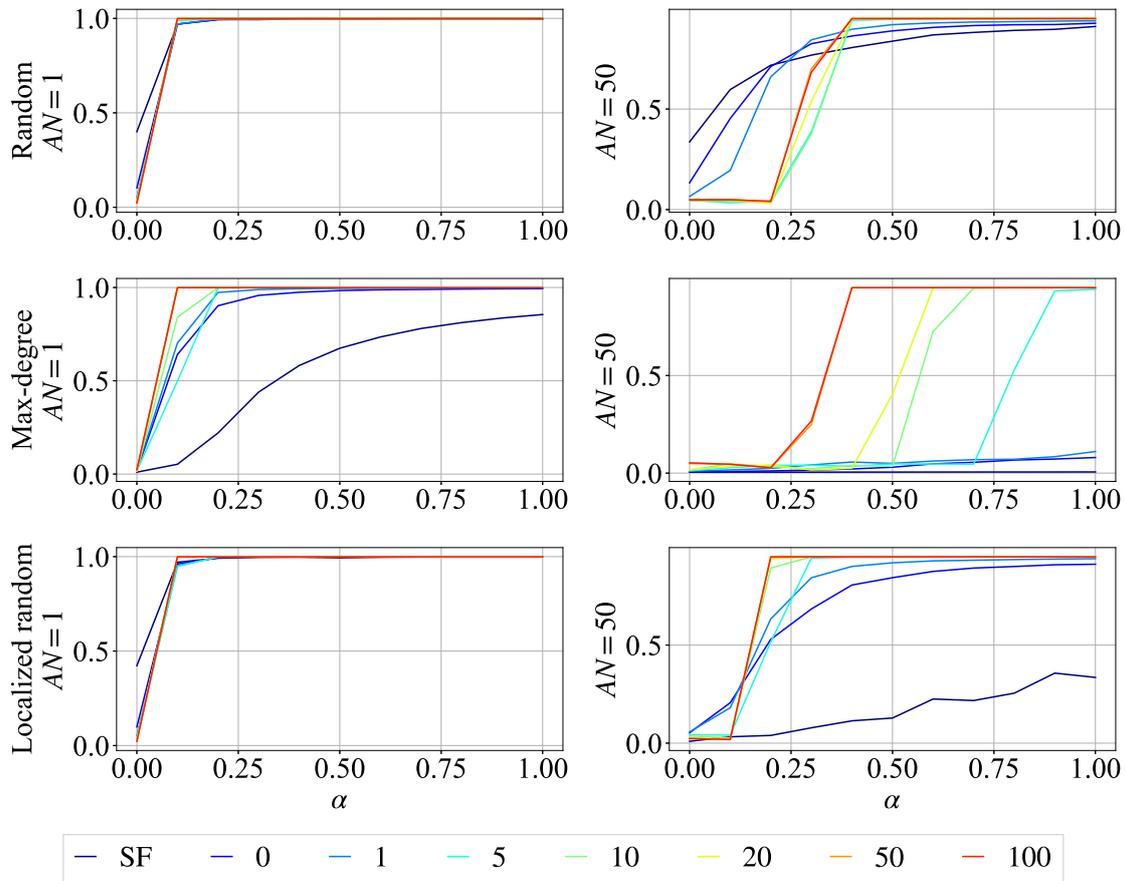


図 4.1: ノード数  $N = 10^3$  と毎時刻のリンク数  $m = 2$  のランダム化を施したネットワークにおける最大連結成分比  $G$  (左) ノード除去数  $AN = 1$ , (右) ノード除去数  $AN = 50$ , (上) ランダムノード除去, (中) 最大次数ノード除去, (下) LA ランダムノード除去

表 4.1: カスケード故障の耐性に関する各条件による結果のまとめ

上部左右 (ランダムノード除去の $AN = 1, AN = 50$ )	ランダムノード除去に対してはSF ネットワークはある程度高い耐性を持つ。
中央左右 (最大次数ノード除去の $AN = 1, AN = 50$ )	SF ネットワークと比較して, $\beta$ が大きくなるにつれて耐性が高くなり, $\beta = 50$ でほぼ最適となる。
下部左右 (LA ランダムノード除去の $AN = 1, AN = 50$ )	SF ネットワークは Localized Attack に対して非常に脆弱である。一方で, 均質なネットワークは非常に高い耐性を持つ。
列ごと (各ノード除去) の比較	最大次数ノード除去は他と比べて非常に強力である。LA に対して均質なネットワークは, SF ネットワークと比較して非常に高い耐性を持つ。

持つ IPA モデルによるネットワークと比較して  $\alpha < 0.4$  でカスケード故障に対してより高い耐性を持つことがわかる。これは、SF ネットワークがランダムなノード除去に対して高い耐性があるからである。しかしながら、IPA モデルで生成されたネットワークの最大連結成分比  $G$  は、 $\alpha < 0.4$  で大きくなっている。耐久性パラメータ  $\alpha$  が十分大きい場合、IPA モデルにより生成された均質なネットワークはランダムノード除去に対して高い耐性を持つことがわかる。この結果より、IPA モデルにおいて  $\beta = 1$  までは SF に近い特性を持つが、 $\beta = 5$  以降では次数分布が均質となるネットワークとしての特性が現れると考えられる。また、次数分布の分散が小さくなると多くのノードがほぼ同じ次数を持つので、除去されるノードの次数による影響が小さくなり、初期ノード除去後、カスケード故障で完全にネットワークが崩壊するか、初期故障のみで被害を抑制できる場合に分かれる傾向があると考えられる。

次に、グラフ中央の最大次数ノード除去の場合、ノード除去数  $AN = 1, 50$  の両方で、SF ネットワークと比較して IPA モデルの  $\beta$  値が大きいネットワークで最大連結成分比  $G$  が高くなることが示された。左側の  $AN = 1$  の場合、紺色で示される SF ネットワークは耐久性パラメータ  $\alpha = 1.0$  と各ノードに 2 倍の容量を与えたとしても、最大連結成分比  $G = 0.8$  程度と脆弱である。一方で IPA モデルによるネットワークでは、いずれの  $\beta$  値であっても SF ネットワークと比較すると明らかに高い耐性を持つ。特に  $\beta = 50, 100$  のネットワークにおいて、 $\alpha = 0.1$  で最大連結成分比  $G = 1.0$  となり非常に頑健であることがわかる。また、右側のノード除去数  $AN = 50$  の場合、SF ネットワークと IPA モデルによる  $\beta = 0, 1$  のネットワークでは、耐久性パラメータ  $\alpha = 1.0$  であっても壊滅的な被害となった。それ以上の  $\beta$  値のネットワークでは、 $\beta = 5$  のネットワークで  $\alpha = 0.9$ 、 $\beta = 10$  のネットワークで  $\alpha = 0.7$ 、 $\beta = 20$  のネットワークで  $\alpha = 0.6$ 、 $\beta = 50, 100$  のネットワークで  $\alpha = 0.4$  において、最大連結成分比  $G = 1.0$  となった。このことから、IPA モデルのパラメータ  $\beta$  によって逆優先の度合いが高くなるほど、カスケード故障に対して高い耐性を持つことが明らかとなった。

また、IPA モデルによる  $\beta = 50, 100$  のネットワークの最大連結成分比  $G$  は非常に似通っていることが図から読み取れる。このことから、IPA モデルにおいては、 $\beta = 50$  程度で次数分布が十分均質となり、カスケード故障に対して最適な耐性を持つことが示唆される。SF ネットワークは以前から最大次数ノード除去に対して非常に脆弱であることが知られていたが、IPA モデルによって次数分布を均質にすることで、最大次数ノード除去をトリガーとしたカスケード故障に対して耐性が高くなることが明らかになった。しかしながら、中段右の  $AN = 50$  の場合においては、最も耐性が高くなった  $\beta = 100$  のネットワークでも耐久性パラメータ  $\alpha = 0.4$  で最大連結成分比  $G = 1.0$  となることから、カスケード故障抑制のためには、各ノードにある程度の余裕が必要である。また、攻撃の規模が大きくなるとさらに大きい耐久性パラメータ  $\alpha$  が必要となる。さらに、ある値以上に攻撃の規模が大きくなると IPA モデルによる均質なネットワークにおいてもカスケ-

ド故障の被害を抑制することは困難となることが予想される。

グラフ下の LA ランダムノード除去について述べる。左下の  $AN = 1$  の場合、Localized Attack のルートノードのみ除去される。すなわちその結果は  $AN = 1$  におけるランダムノード除去と同じである。右下の  $AN = 50$  の場合では、ランダムノード除去の場合と異なり、SF ネットワークは最大連結成分比  $G$  が小さくなっている。これは SF ネットワークは次数分布が不均質であり最短経路長が短いため、Localized Attack により高次数のノードが攻撃ノードに含まれる確率が高くなるためである。一方、IPA モデルで生成したネットワークでは、いずれの  $\beta$  値においても SF ネットワークと比較して明らかに最大連結成分比  $G$  が高くなった。 $\beta = 20, 50, 100$  の場合、耐久性パラメータ  $\alpha = 0.2$  で最大連結成分比  $G = 1.0$  となる。 $\beta = 0, 1, 5$  の場合では、各グラフが入り組んでいるが概ね  $\beta$  値が高いほど耐性が高いといえる。現実のインフラネットワークなどにおいて多く存在する SF ネットワークは、現実的に起こり得る地震や津波などの面的な被害を想定した場合、カスケード故障に対して非常に脆弱である。一方で、IPA モデルによるネットワークは比較的小さい  $\beta$  値でも SF ネットワークと比較して明らかに高い耐性を持つことが分かった。

ノード除去数  $AN = 1$  の場合にはいずれのノード除去方法についても、IPA モデルによる均質なネットワークはカスケード故障を抑制できた。そのため、右側のノード除去数  $AN = 50$  の場合に注目して各ノード除去方法の結果をまとめる。現実によく存在する SF ネットワークでは、最大次数ノード除去、LA ランダムノード除去、ランダムノード除去の順でカスケード故障の被害が大きくなった。SF ネットワークは、ノードが独立して故障する不慮の事故を想定したランダムノード除去に対しては非常に高い耐性を持つが、ランダムな故障から面的に被害が拡大していく Localized Attack を考えた場合、非常に脆弱であることが明らかとなった。さらに最大次数ノード除去に対しても SF ネットワークは完全に機能を喪失する壊滅的な被害となった。すなわち、SF ネットワークよりも高耐性な構造の要件としては、最大次数ノード除去と LA ランダムノード除去に対して高い耐性を持つことが求められる。上記の結果から、IPA モデルによる均質なネットワークは、特に  $\beta = 50, 100$  の場合では、いずれのノード除去に対しても高い耐性を持つことが明らかとなった。さらに、SF ネットワークが非常に脆弱となった Localized Attack に対しても、IPA モデルによる均質なネットワークは非常に高い耐性を示した。これらの事実より、IPA モデルによる均質なネットワークは、SF ネットワークを置き換える事が可能な高い耐性を持つ構造であるといえるだろう。また、 $\beta = 5$  付近で、均質なネットワークとしての特性が現れる。逆にそれより小さい  $\beta$  では SF に近い特性を持つことが分かった。さらに、 $\beta = 50$  でカスケード故障に対して、ほとんど最適に近い耐性を持つことが示唆された。つまりネットワークの各ノードの需要や、耐久性パラメータ  $\alpha$  における設備投資のコスト、故障や攻撃発生の可能性などを勘案して、柔軟にネットワークを設計できる可能性がある。

## 4.2 鎖状構造の解消による最大連結成分比 $G$ と効率 $E$ への影響

IPA モデルによるネットワークは、その  $\beta$  値が増加するに伴い、2.4 節に示したとおり平均最短経路長が増加し効率が著しく低下する。ネットワークのランダム化によって最大連結成分比  $G$  と効率  $E$  が共に改善されることを示すために、Configuration モデルの有無による比較を行う。図 4.2 に  $AN = 50$  における最大次数ノード除去によるカスケード故障の最大連結成分比  $G$  と効率  $E$  を示す。図 4.2 左は Configuration モデルによりネットワークをランダム化した場合、図 4.2 右はランダム化しない場合の結果である。まず、右側のランダム化を施さない場合では、最大連結成分比  $G$  と効率  $E$  は、グラフの黄緑色で表される  $\beta = 10$  までは高くなるが、それ以降では急激に低下する。よって、 $\beta = 10$  以降に鎖状構造が発生し、影響が生じ始めると考えられる。一方、Configuration モデルによりネットワークをランダム化した場合、 $\beta = 10$  以降でも  $\beta$  の値が大きくなるにつれて、最大連結成分比  $G$  と効率  $E$  は高くなる。つまり、鎖状構造の影響は生じないことがわかる。また、最大連結成分比  $G$  と効率  $E$  の結果は非常に似た傾向を持つことが分かる。すなわち、カスケード故障の被害が大きくなると、それに伴ってネットワークの効率も低下すると考えられる。この比較から、Configuration モデルによってネットワーク構造をランダム化することで鎖状構造がなくなり、最大連結成分比  $G$  と効率  $E$  が改善され、共に高くなることが分かった。上記の結果より、IPA モデルによるネットワークは生成後に Configuration モデルによってランダム化する必要がある。しかしながら、ネットワークの生成後にランダム化を施すことは、全てのつながりを断ち切り新たに構築する必要があるため現実的でない。均質なネットワーク構造の現実のシステムへの適用を考えた場合、ネットワークのランダム化を必要としない構築方法は今後の課題である。

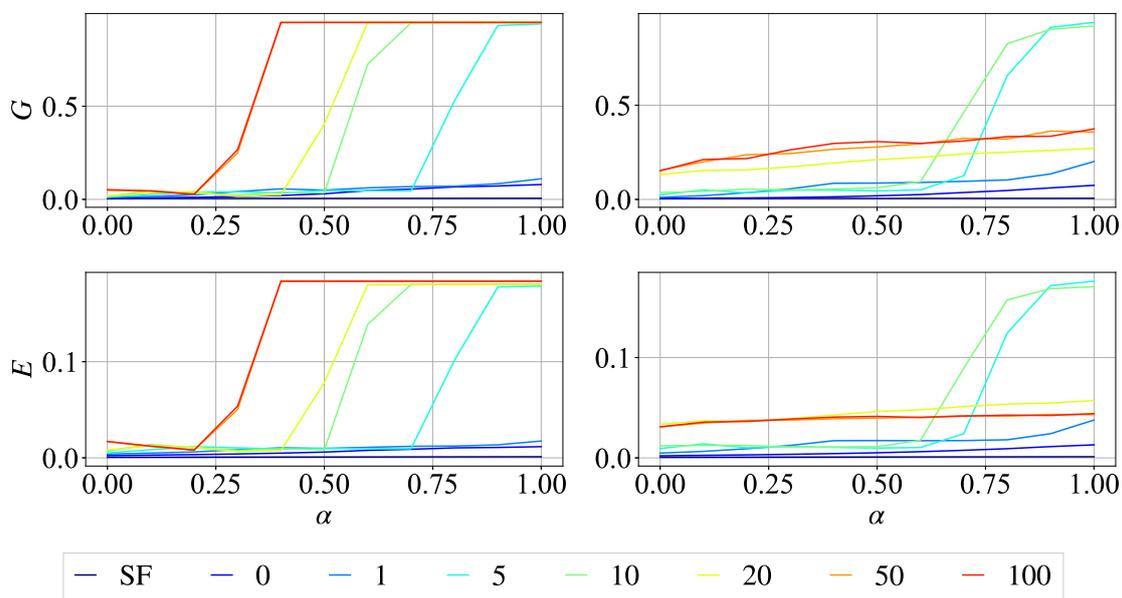


図 4.2: ノード数  $N = 10^3$  と毎時刻のリンク数  $m = 2$  のネットワークにおける最大次数ノード除去後の最大連結成分比  $G$  と効率  $E$  のランダム化の有無による比較 (左) Configuration モデルによるランダム化あり, (右) Configuration モデルによるランダム化なし, (上) 最大連結成分比  $G$ , (下) 通信の効率  $E$

表 4.2: 鎖状構造に関する各条件の比較結果の要約

左右 (ランダム化の有無) の比較	ランダム化をしない場合, $\beta = 10$ 以降で鎖状構造が発生し, 最大連結成分比 $G$ と効率 $E$ が著しく低下した. 一方で, ランダム化をした場合は鎖状構造がなくなり $\beta$ が増加するにつれて $G$ と $E$ が高くなることが分かった.
上下 (最大連結成分比, 効率) の比較	最大連結成分比 $G$ と効率 $E$ の結果は非常に似た傾向を持つことが分かる. すなわちカスケード故障の被害が大きくなると, それに伴ってネットワークの効率も低下すると考えられる.

## 第5章 まとめ

本研究では、ループの強化という観点からネットワークの次数分布の分散に着目し、カスケード故障に対してより頑健な構造を発見するために、カスケード故障に対する耐性を調べた。現実によく存在する非常に偏った次数分布を持つSFネットワークと、IPAモデルで次数分布を変化させることによって次数分布が均質となるネットワークに対してカスケード故障のシミュレーションを実施した。その結果を以下にまとめる。

- 次数分布が狭くなるにつれて迂回路としてループが多く存在し、カスケード故障に対して耐性が高くなることが分かった。カスケード故障においても、ループを強化することはトポロジー的な頑健性と同様に、耐性を高めるために重要である。
- 次数分布が狭くカスケード故障に対して高い耐性を持つネットワークは、効率も高いことが分かった。このようなネットワークはカスケード故障に対して強い耐性と高い効率を両立することができる。

本研究の結果から、次数分布が狭くなるほどカスケード故障に対して耐性が高くなることが明らかになった。カスケード故障に対する強い耐性と高い効率を両立したネットワーク構造として、今後のネットワークの設計において有用な知見となるだろう。しかしながら、IPAモデルによるネットワークの生成方法では鎖状構造が生じ、最大連結成分比  $G$  と効率  $E$  が著しく低下する。ランダム化によって改善可能であるが、このような方法は現実的でないため、鎖状構造を生じさせないネットワークの構築方法は今後の課題である。

## 付録A カスケード故障の結果

すべての結果は、ネットワークのノード数  $N = 10^3$  である。図の左が最大連結成分比  $G$  であり、右は効率  $E$  である。また、上部はノード除去数  $AN = 1$ 、中部は  $AN = 50$ 、下部は  $AN = 100$  の場合である。表 A.1 に図の一覧を示し、各図で異なる条件をまとめる。

表 A.1: 付録に記載する図一覧とその条件

図 A.1	$m = 2$	ランダム化あり	ランダムノード除去
図 A.2	$m = 2$	ランダム化なし	ランダムノード除去
図 A.3	$m = 4$	ランダム化あり	ランダムノード除去
図 A.4	$m = 4$	ランダム化なし	ランダムノード除去
図 A.5	$m = 2$	ランダム化あり	最大次数ノード除去
図 A.6	$m = 2$	ランダム化なし	最大次数ノード除去
図 A.7	$m = 4$	ランダム化あり	最大次数ノード除去
図 A.8	$m = 4$	ランダム化なし	最大次数ノード除去
図 A.9	$m = 2$	ランダム化あり	最大負荷ノード除去
図 A.10	$m = 2$	ランダム化なし	最大負荷ノード除去
図 A.11	$m = 4$	ランダム化あり	最大負荷ノード除去
図 A.12	$m = 4$	ランダム化なし	最大負荷ノード除去
図 A.13	$m = 2$	ランダム化あり	LA ランダムノード除去
図 A.14	$m = 2$	ランダム化なし	LA ランダムノード除去
図 A.15	$m = 4$	ランダム化あり	LA ランダムノード除去
図 A.16	$m = 4$	ランダム化なし	LA ランダムノード除去
図 A.17	$m = 2$	ランダム化あり	LA 最大次数ノード除去
図 A.18	$m = 2$	ランダム化なし	LA 最大次数ノード除去
図 A.19	$m = 4$	ランダム化あり	LA 最大次数ノード除去
図 A.20	$m = 4$	ランダム化なし	LA 最大次数ノード除去
図 A.21	$m = 2$	ランダム化あり	LA 最大負荷ノード除去
図 A.22	$m = 2$	ランダム化なし	LA 最大負荷ノード除去
図 A.23	$m = 4$	ランダム化あり	LA 最大負荷ノード除去
図 A.24	$m = 4$	ランダム化なし	LA 最大負荷ノード除去

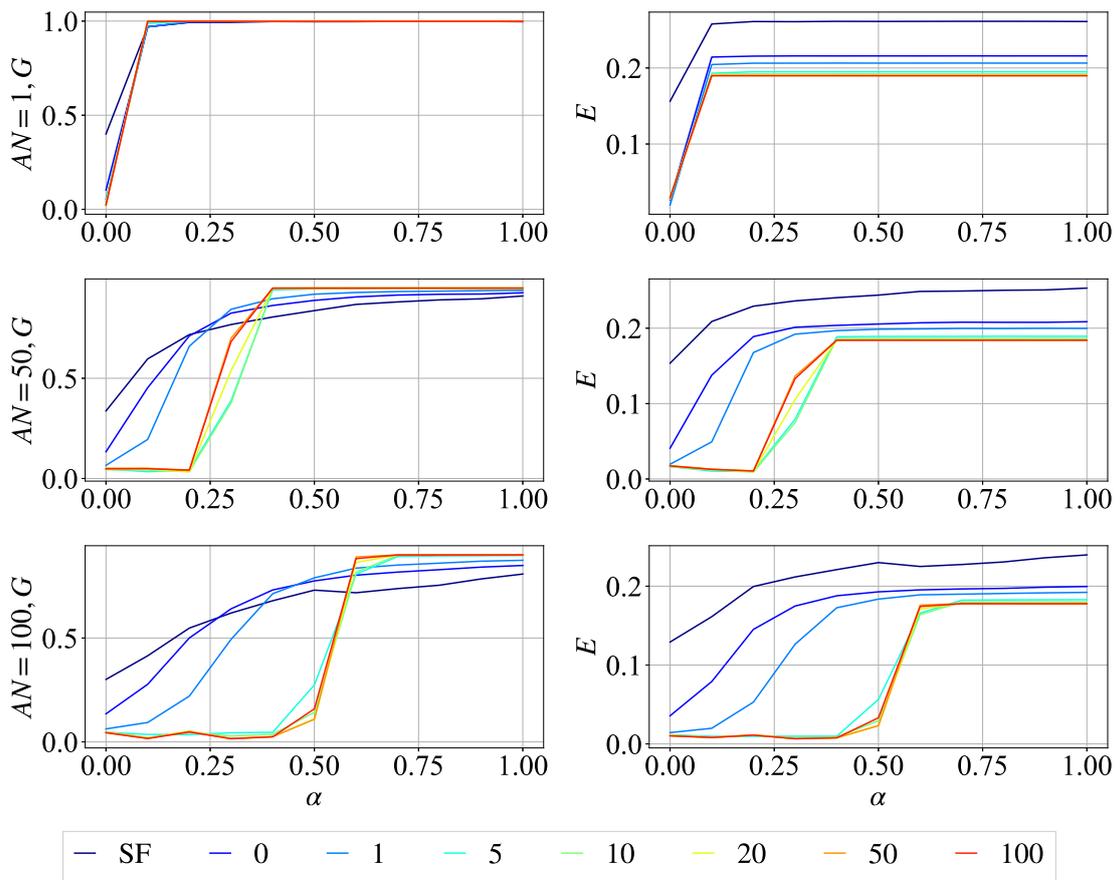


図 A.1: ランダム化を施した  $m = 2$  のネットワークにおけるランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

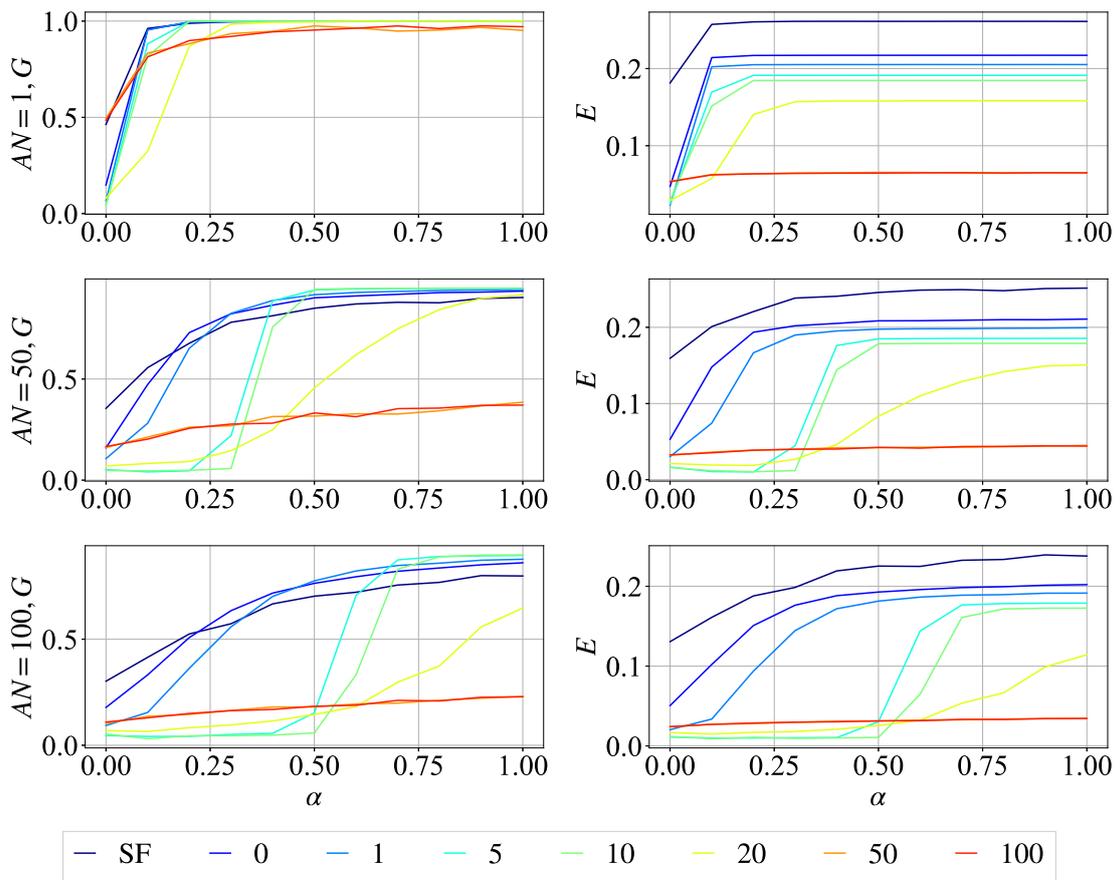


図 A.2: ランダム化を施さない  $m = 2$  のネットワークにおけるランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

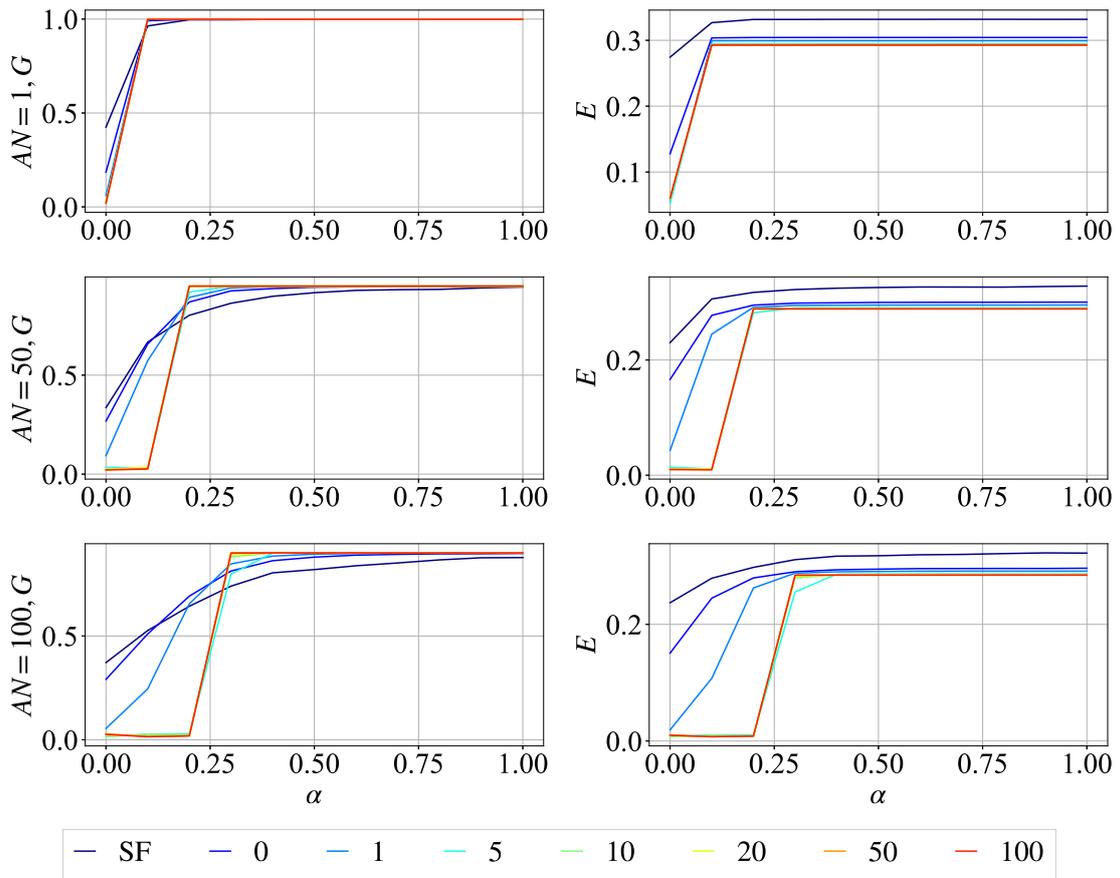


図 A.3: ランダム化を施した  $m = 4$  のネットワークにおけるランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

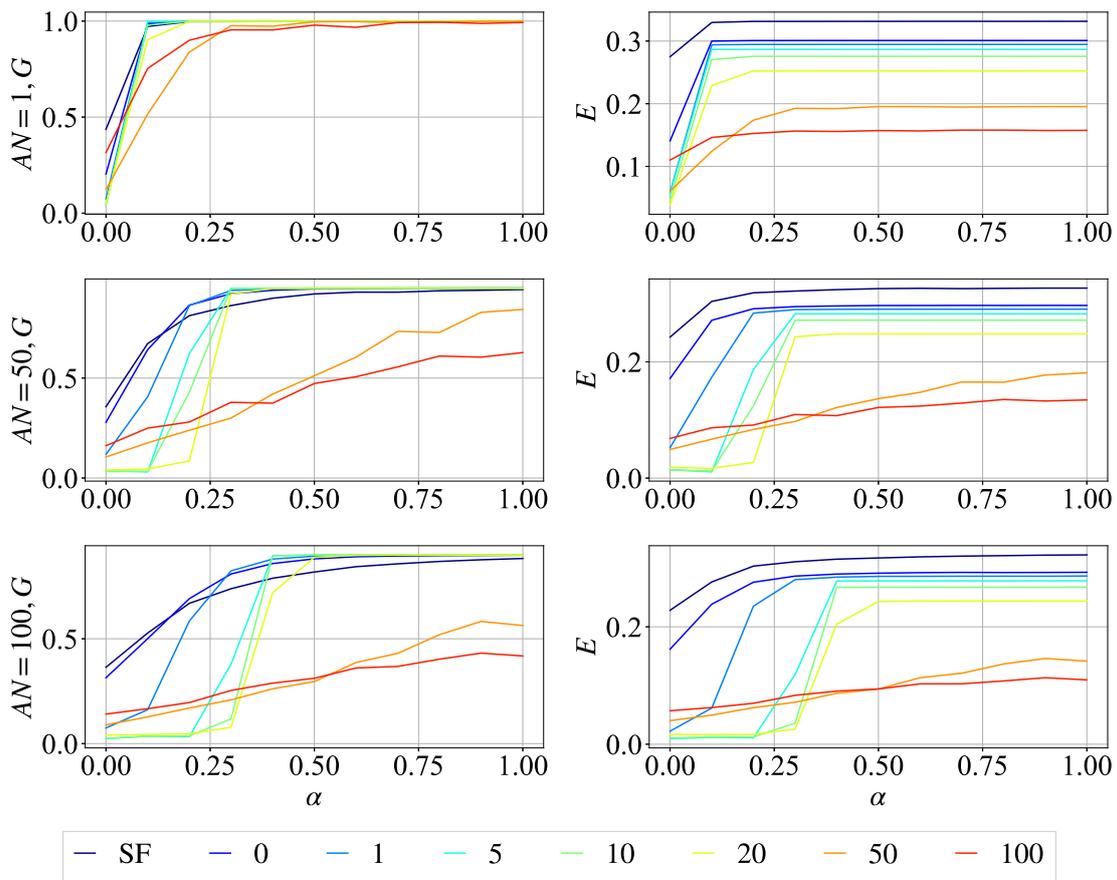


図 A.4: ランダム化を施さない  $m = 4$  のネットワークにおけるランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

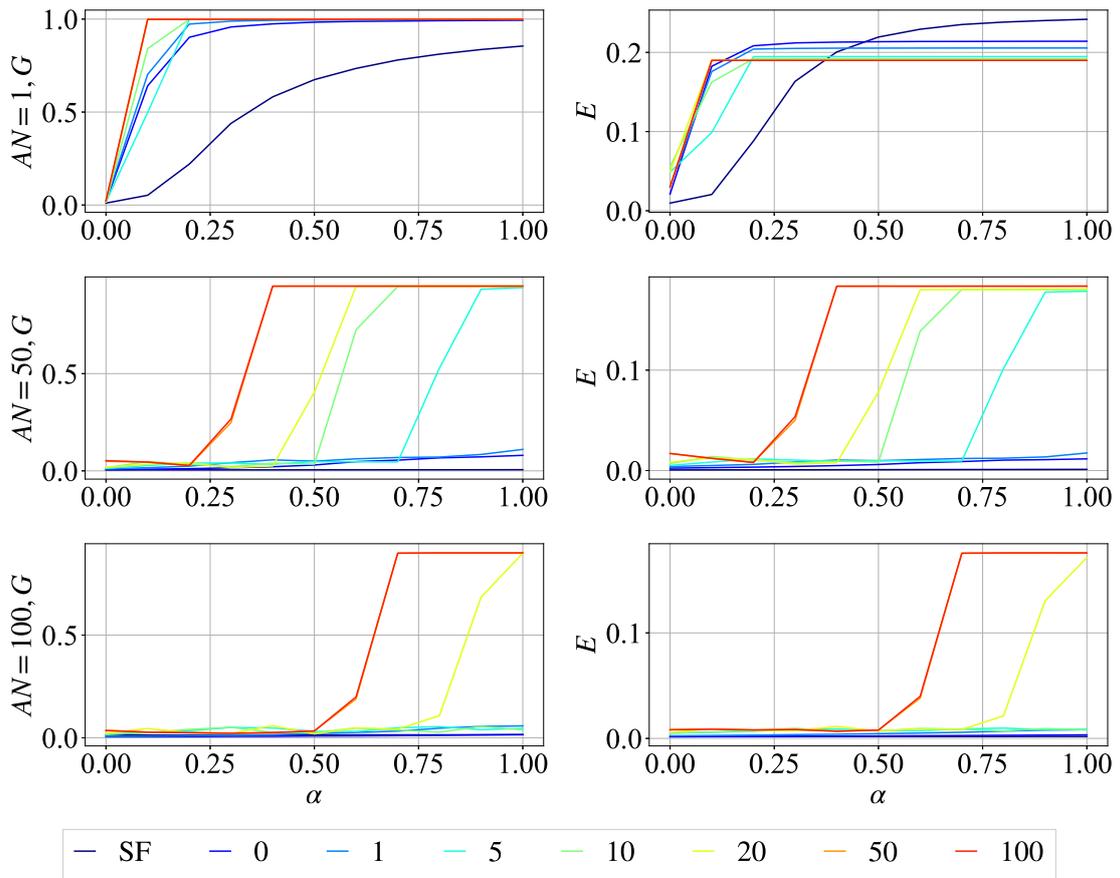


図 A.5: ランダム化を施した  $m = 2$  のネットワークにおける最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

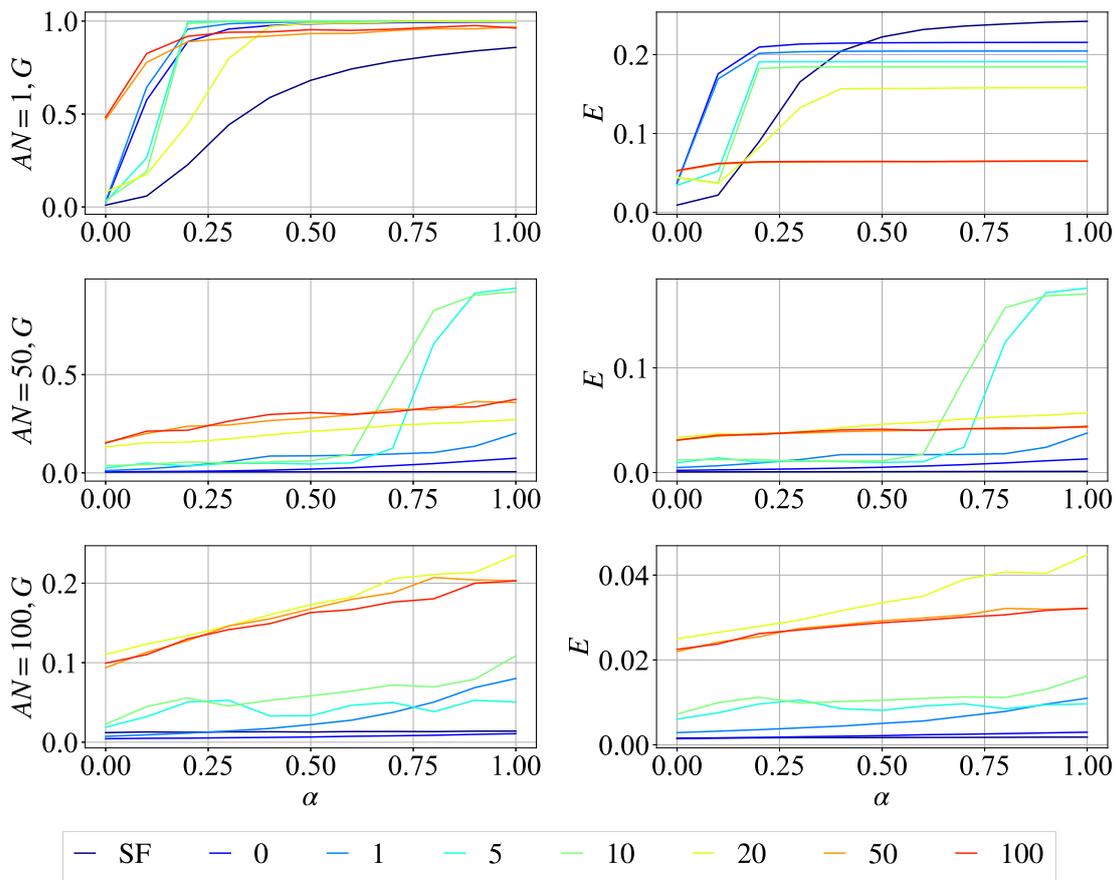


図 A.6: ランダム化を施さない  $m = 2$  のネットワークにおける最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

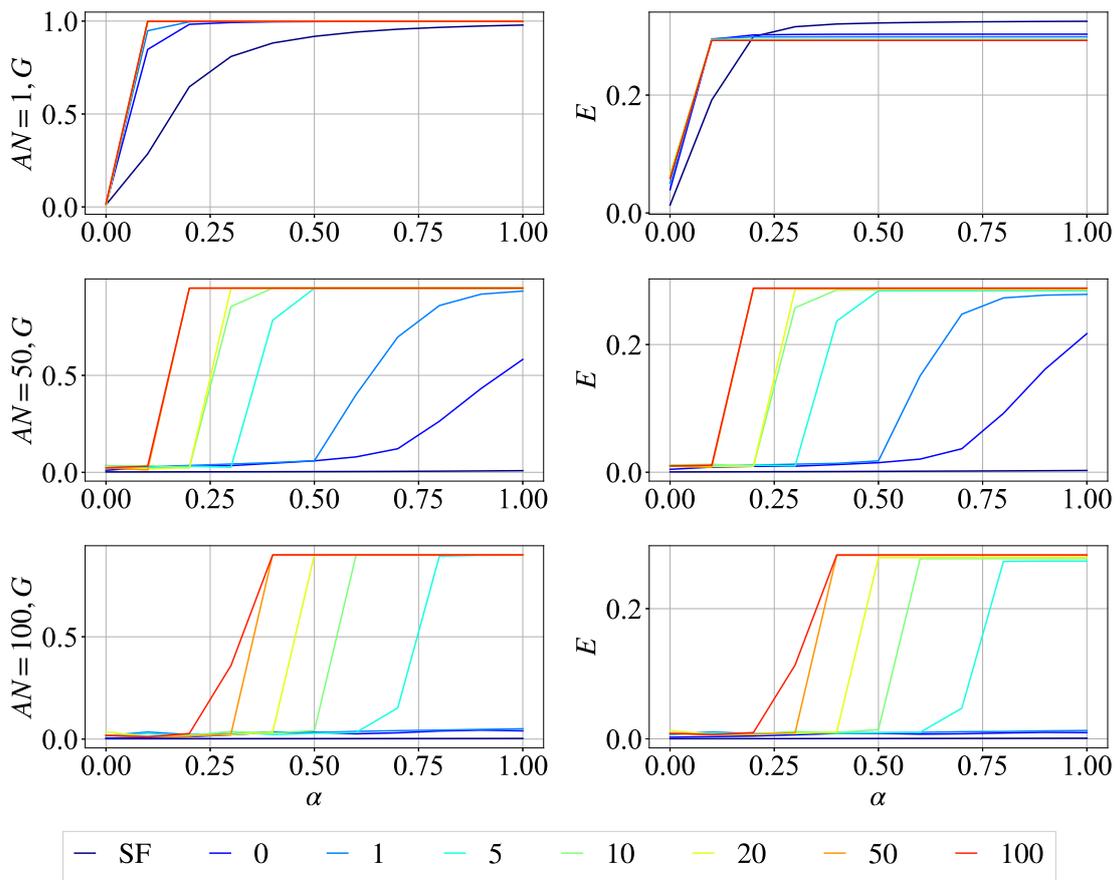


図 A.7: ランダム化を施した  $m = 4$  のネットワークにおける最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

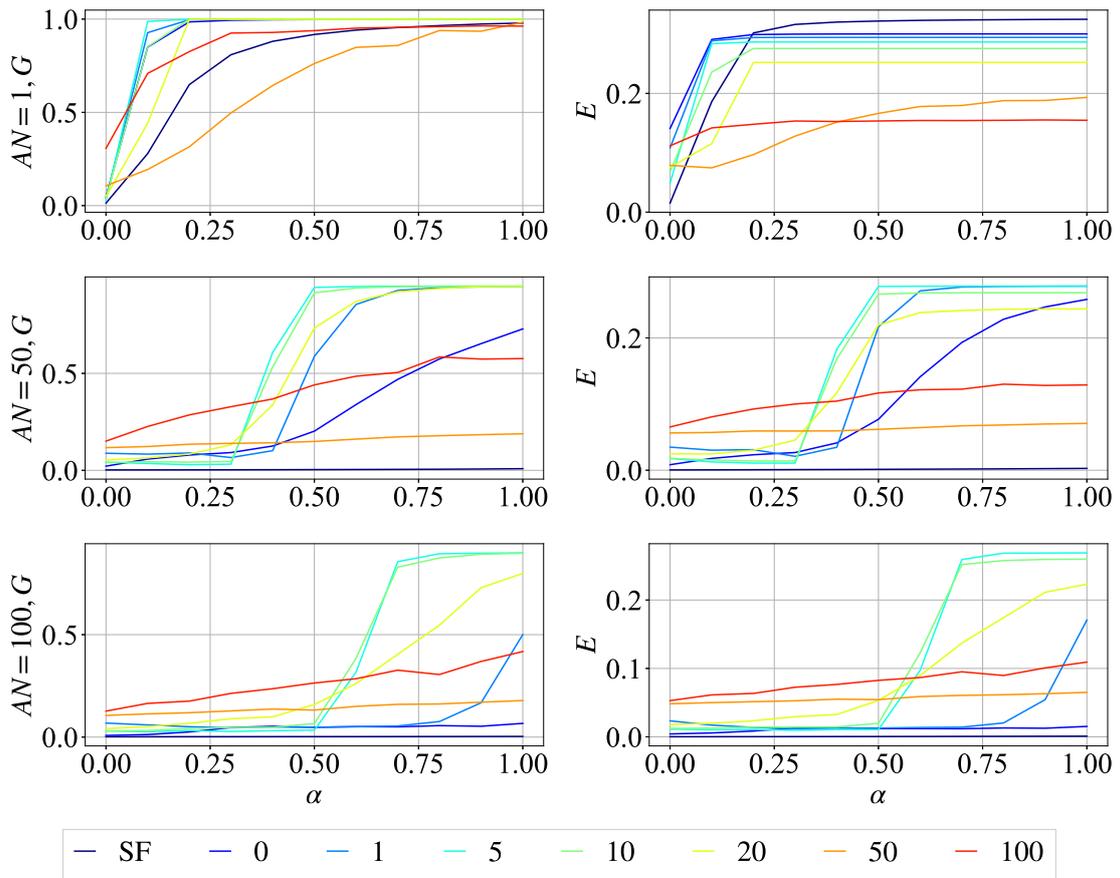


図 A.8: ランダム化を施さない  $m = 4$  のネットワークにおける最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

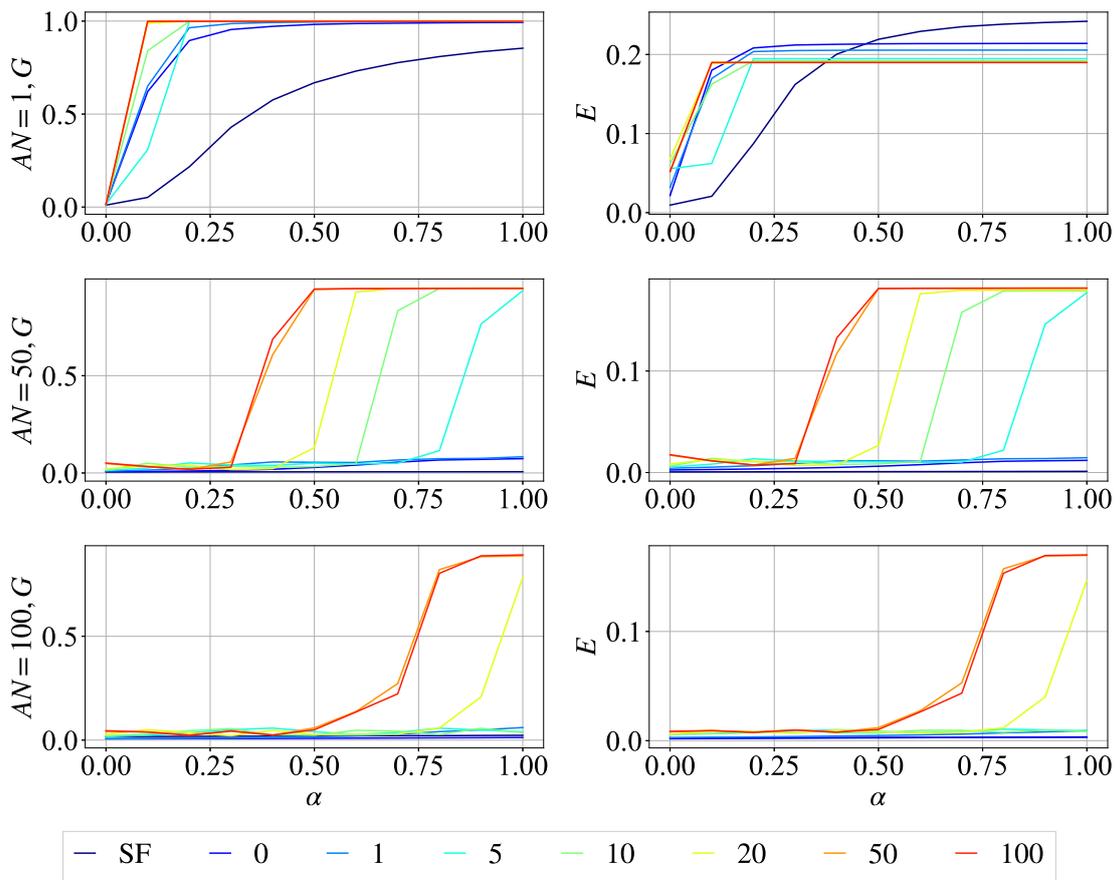


図 A.9: ランダム化を施した  $m = 2$  のネットワークにおける最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

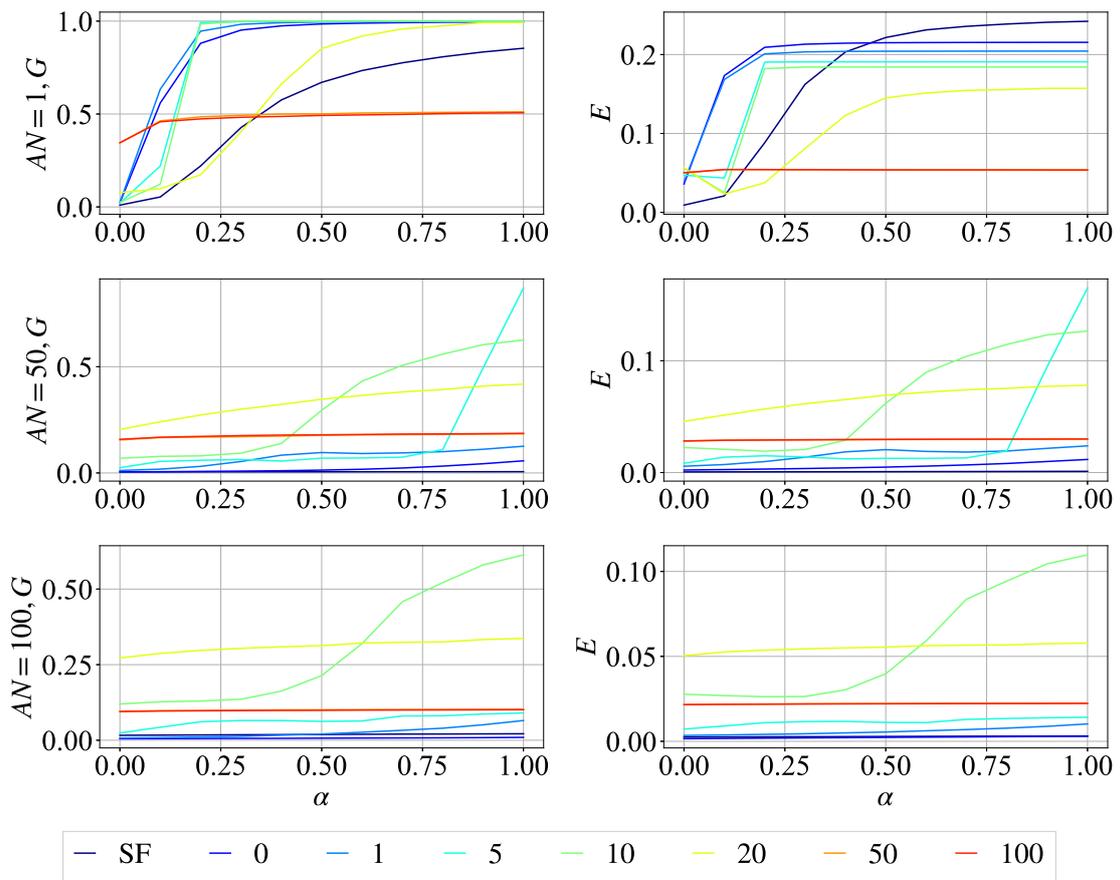


図 A.10: ランダム化を施さない  $m = 2$  のネットワークにおける最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

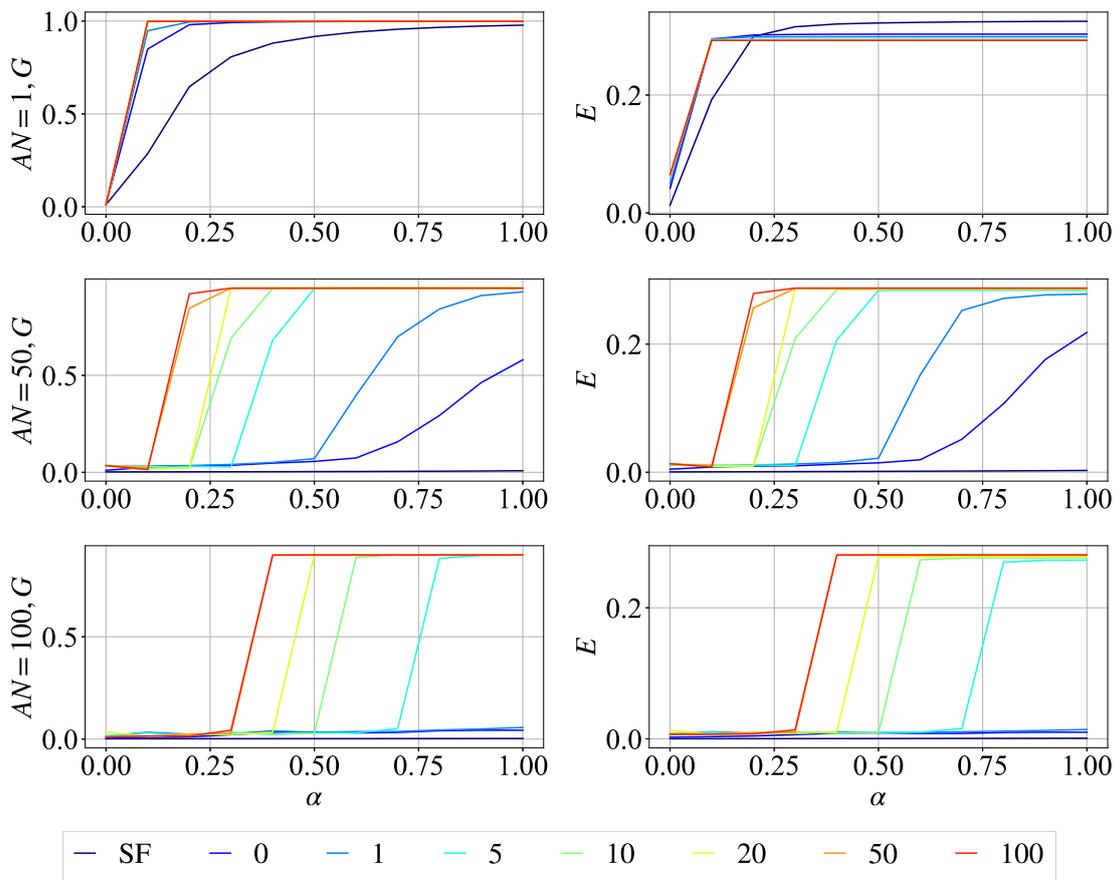


図 A.11: ランダム化を施した  $m = 4$  のネットワークにおける最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

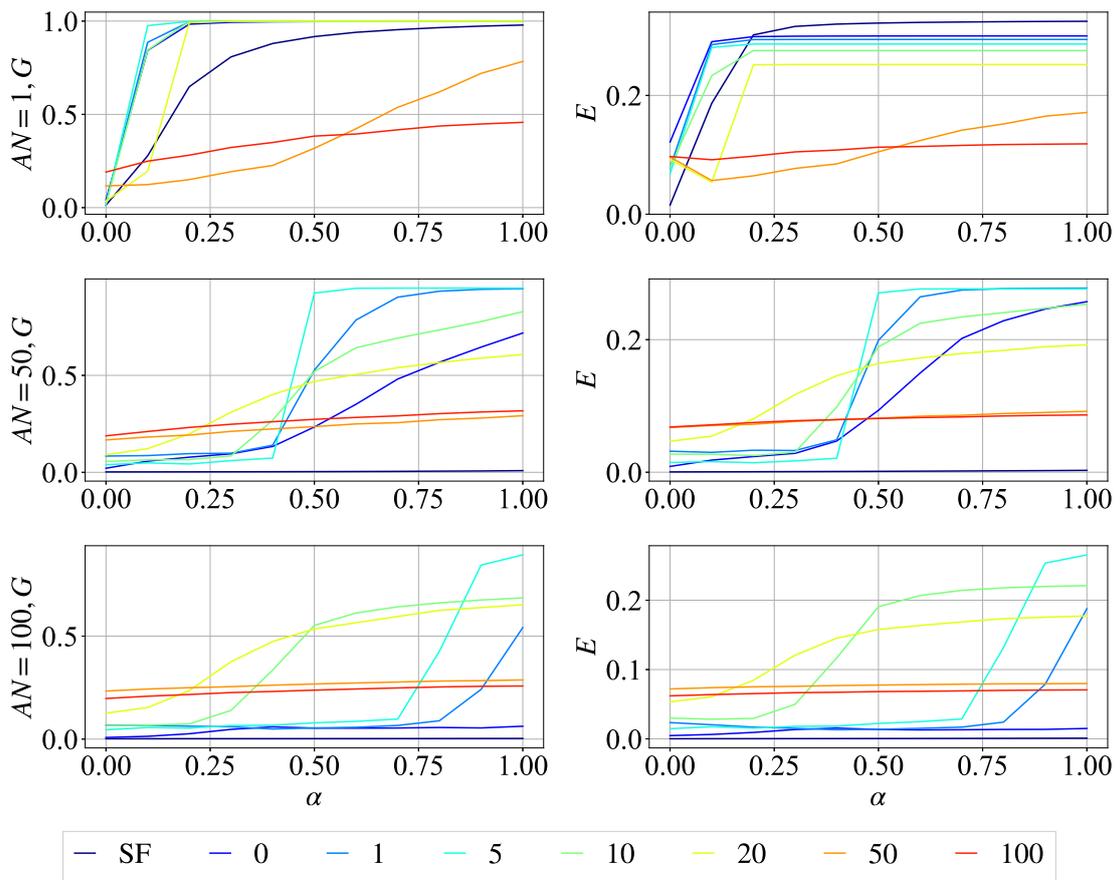


図 A.12: ランダム化を施さない  $m = 4$  のネットワークにおける最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

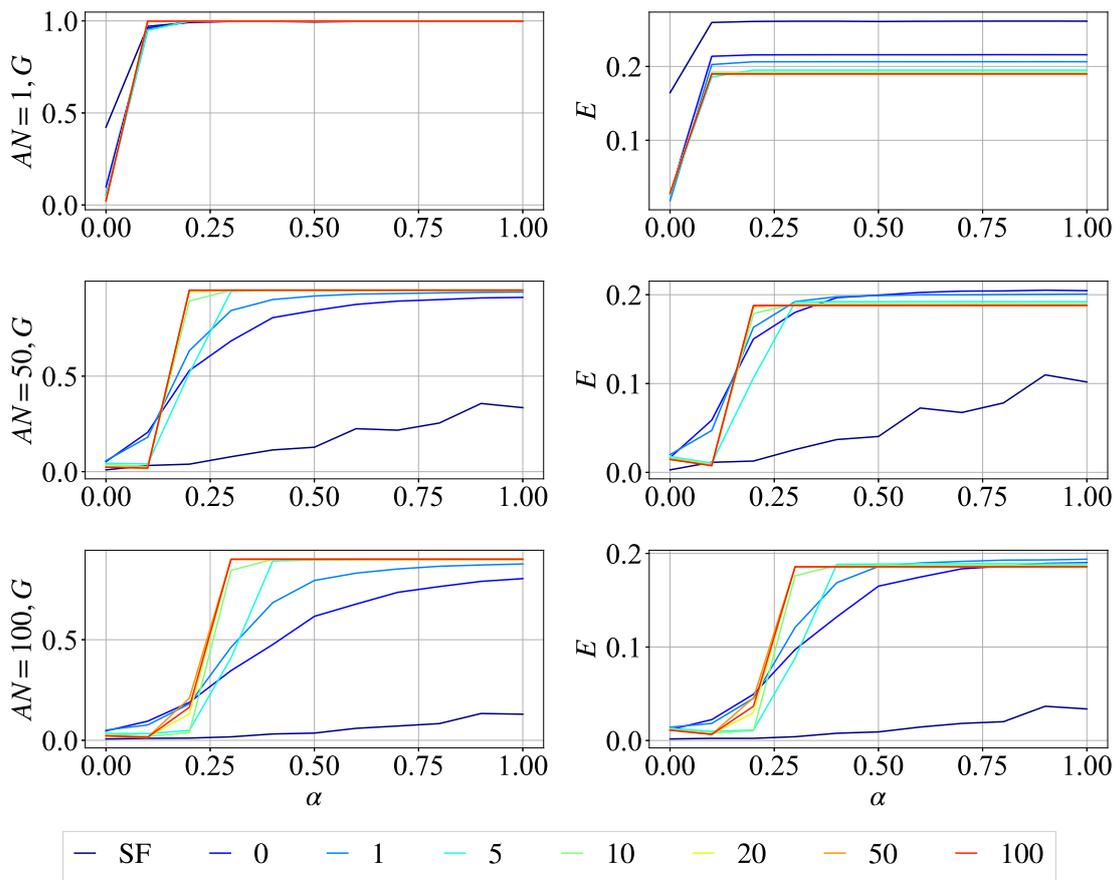


図 A.13: ランダム化を施した  $m = 2$  のネットワークにおける LA ランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

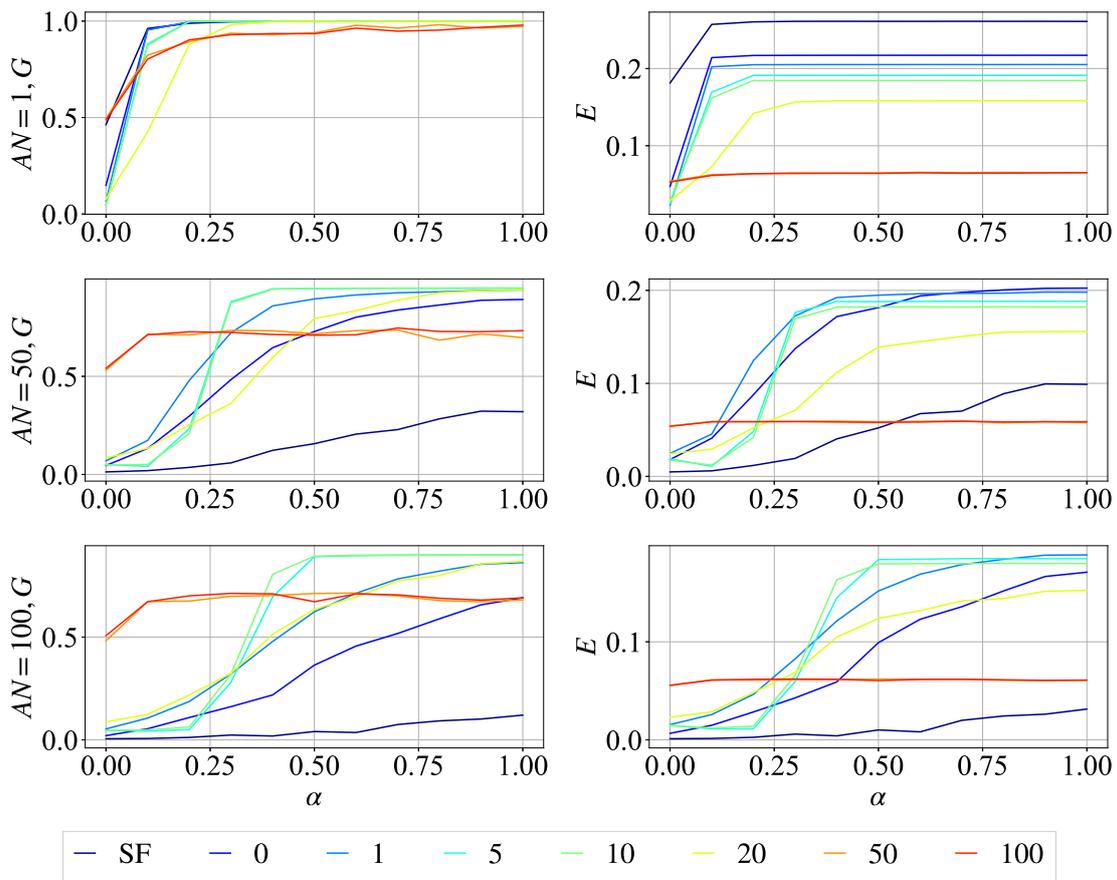


図 A.14: ランダム化を施さない  $m = 2$  のネットワークにおける LA ランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

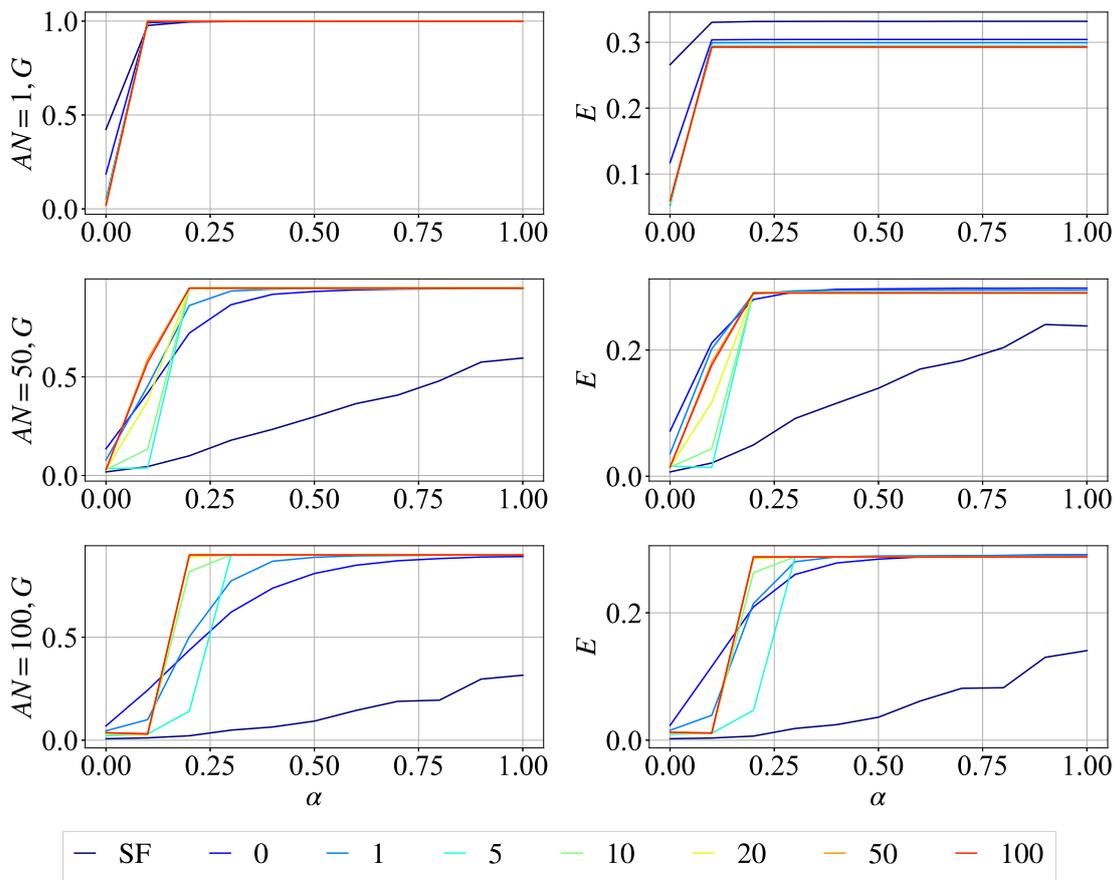


図 A.15: ランダム化を施した  $m = 4$  のネットワークにおける LA ランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

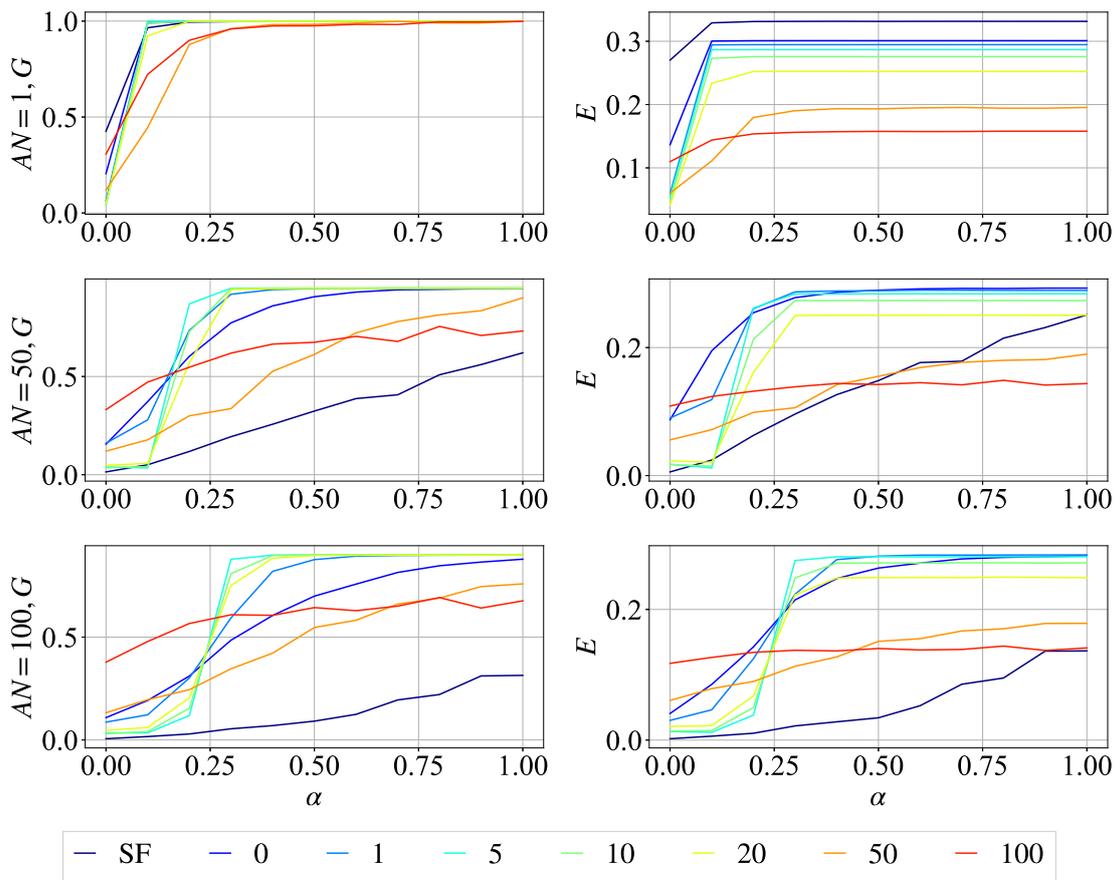


図 A.16: ランダム化を施さない  $m = 4$  のネットワークにおける LA ランダムノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

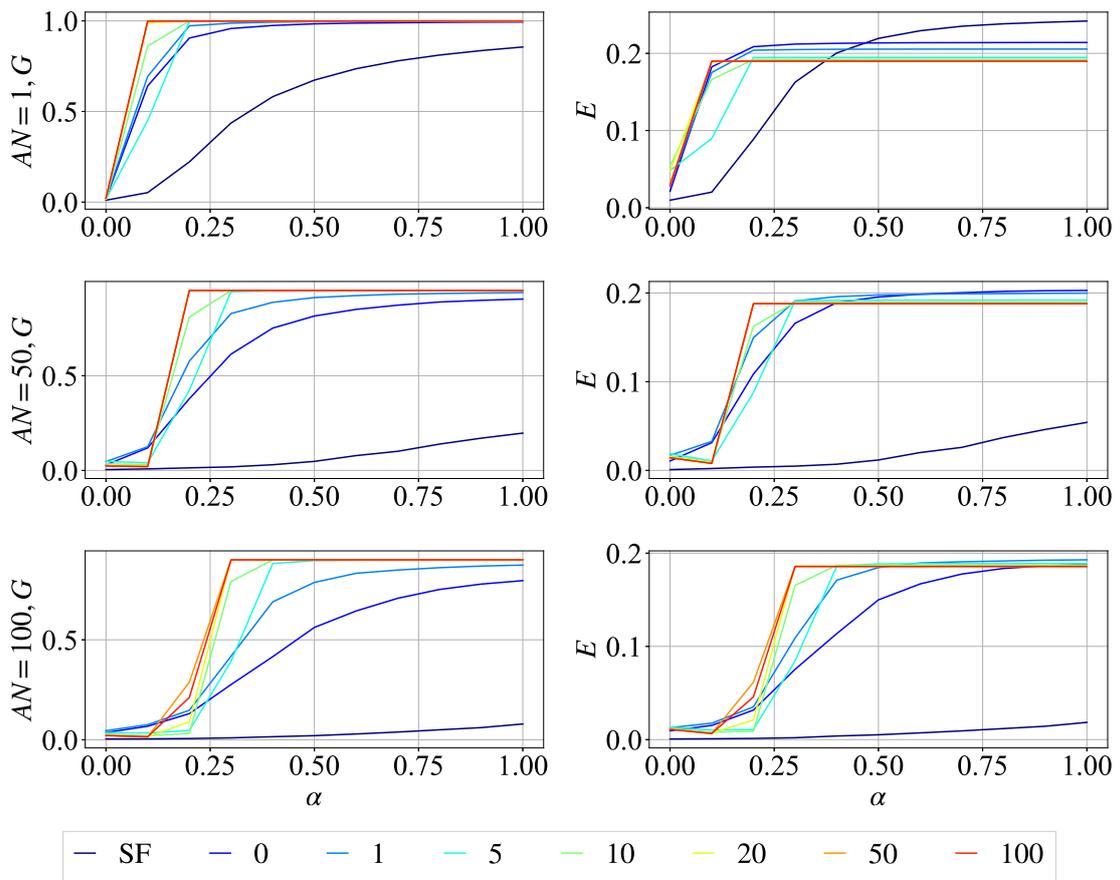


図 A.17: ランダム化を施した  $m = 2$  のネットワークにおける LA 最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

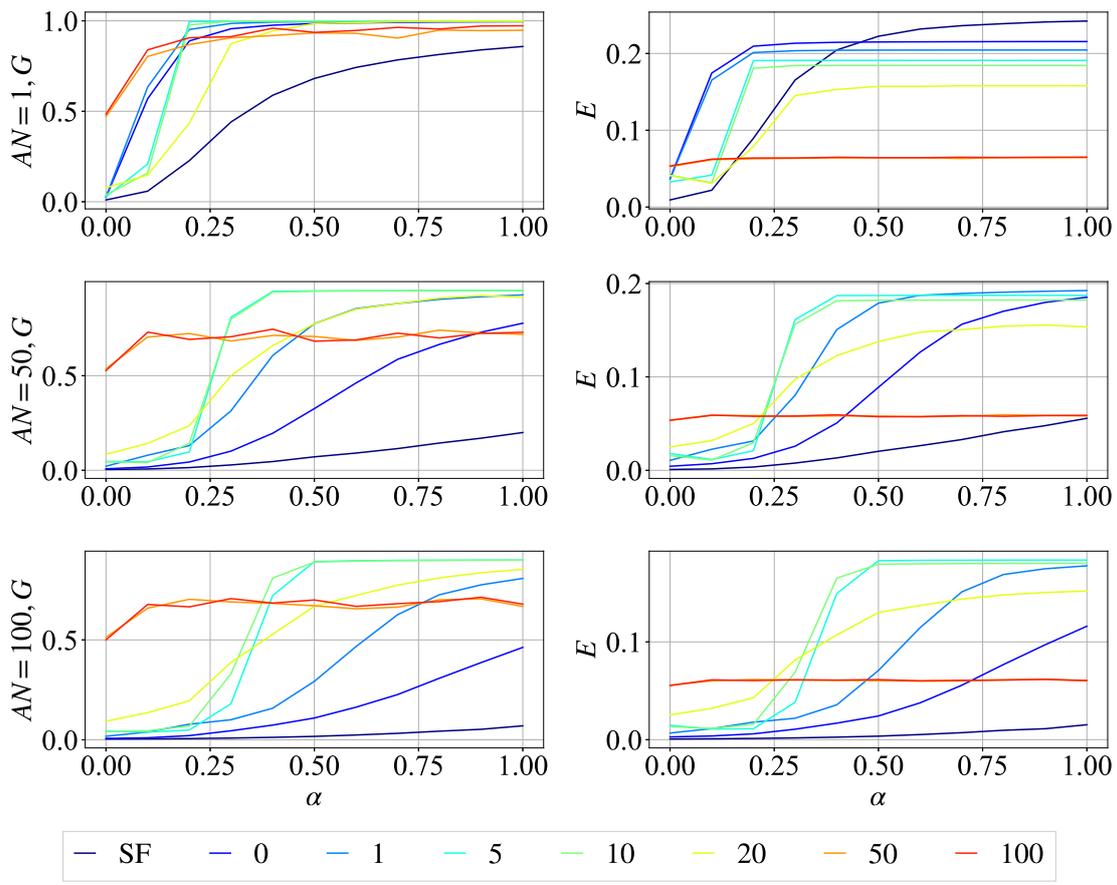


図 A.18: ランダム化を施さない  $m = 2$  のネットワークにおける LA 最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

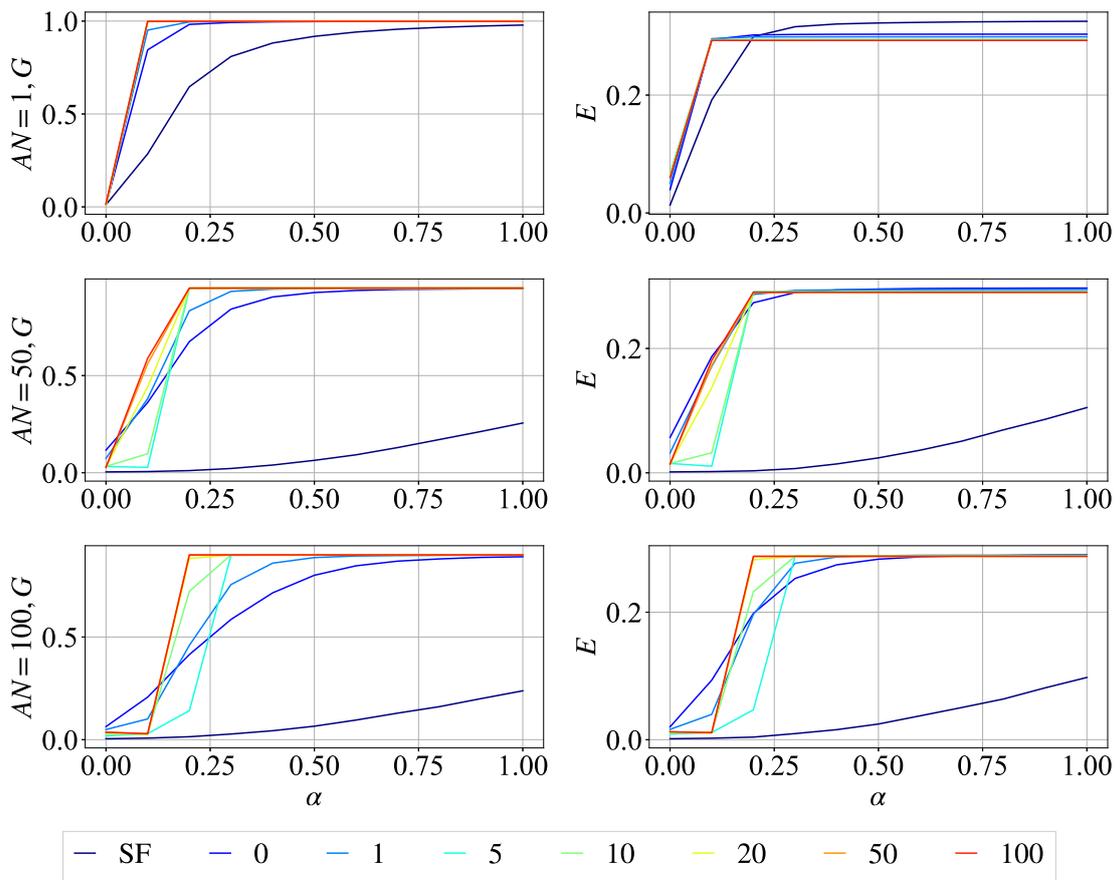


図 A.19: ランダム化を施した  $m = 4$  のネットワークにおける LA 最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

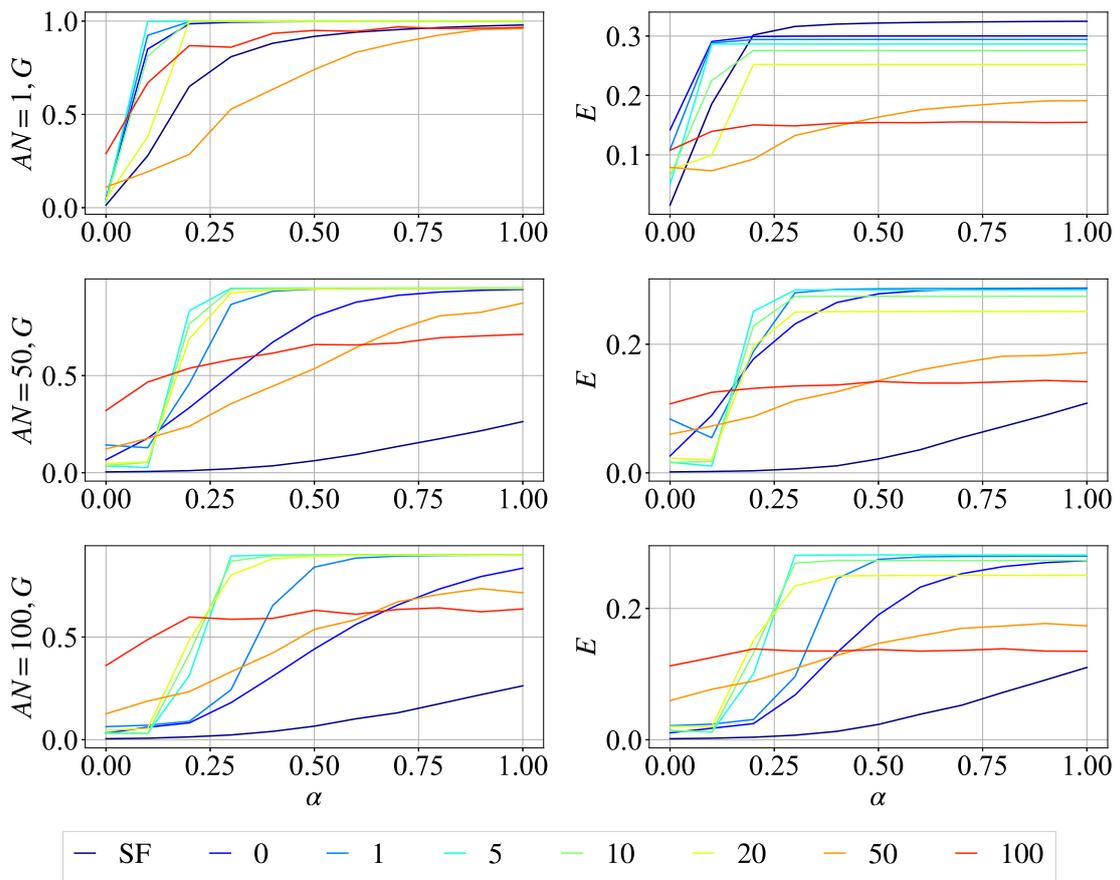


図 A.20: ランダム化を施さない  $m = 4$  のネットワークにおける LA 最大次数ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

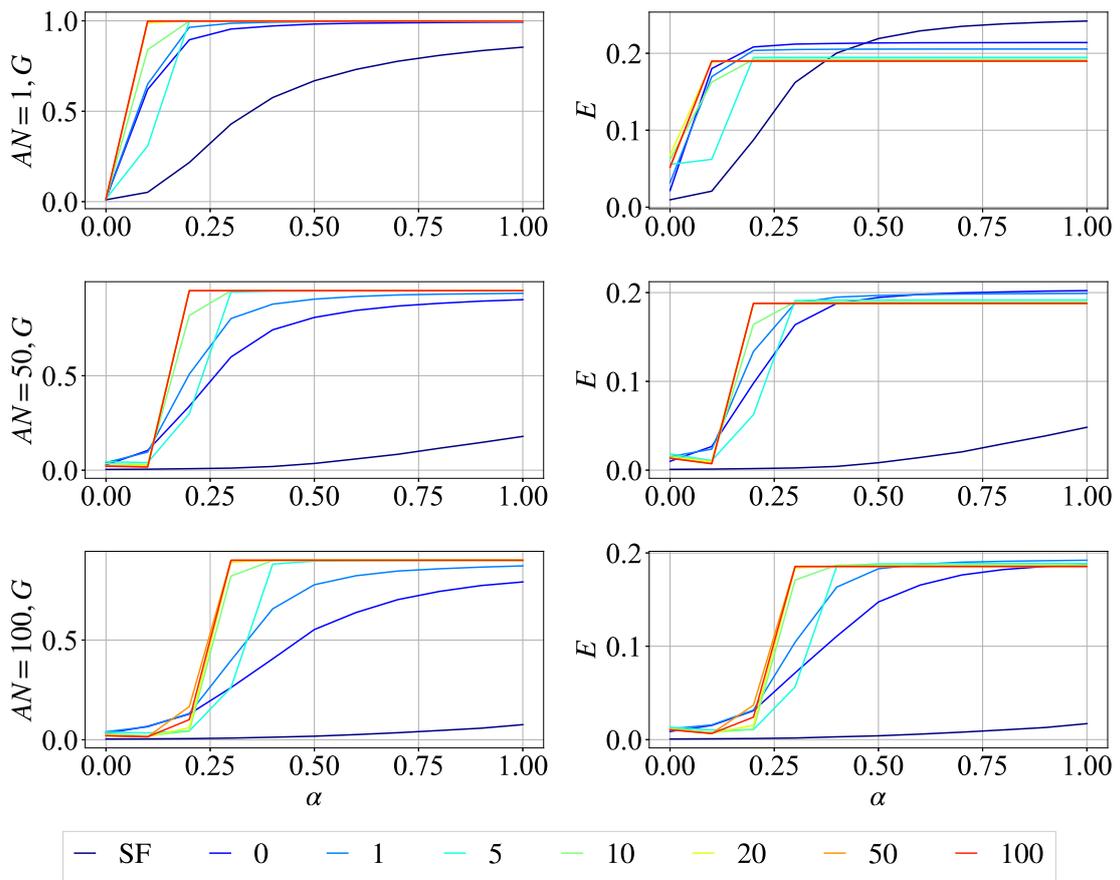


図 A.21: ランダム化を施した  $m = 2$  のネットワークにおける LA 最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

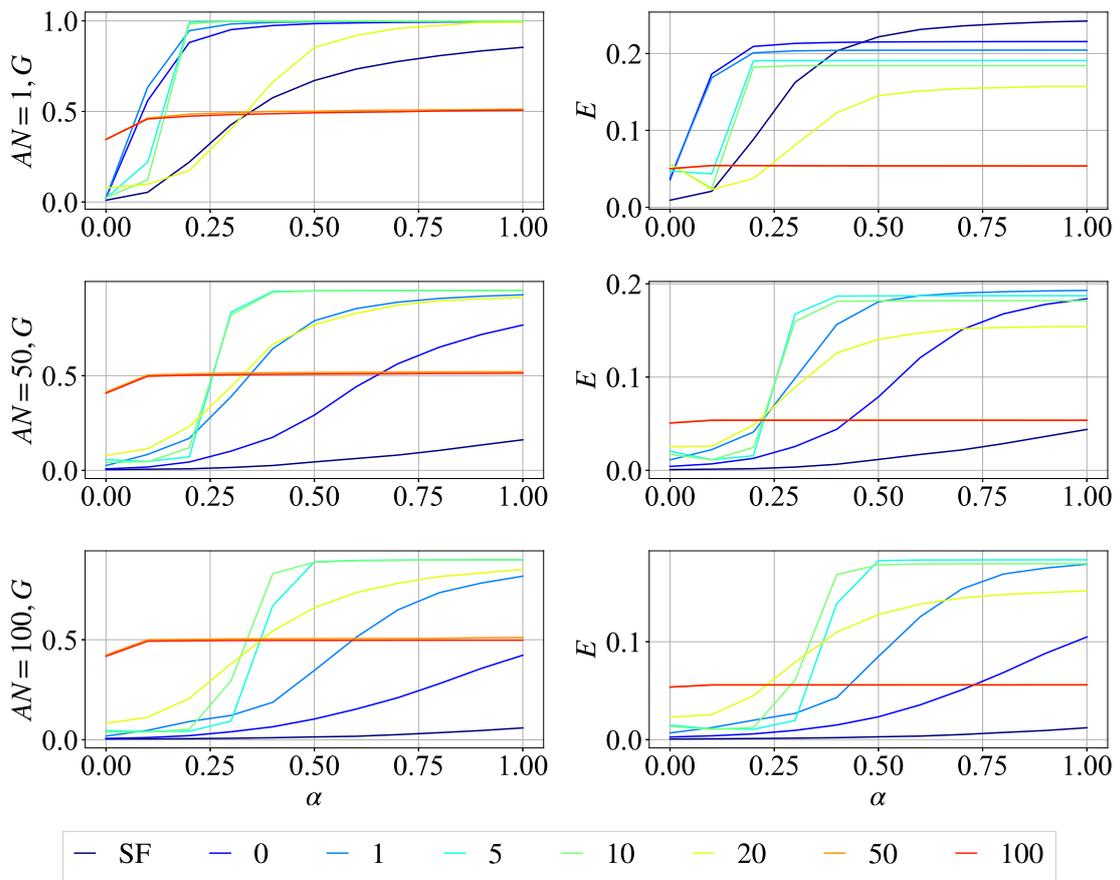


図 A.22: ランダム化を施さない  $m = 2$  のネットワークにおける LA 最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

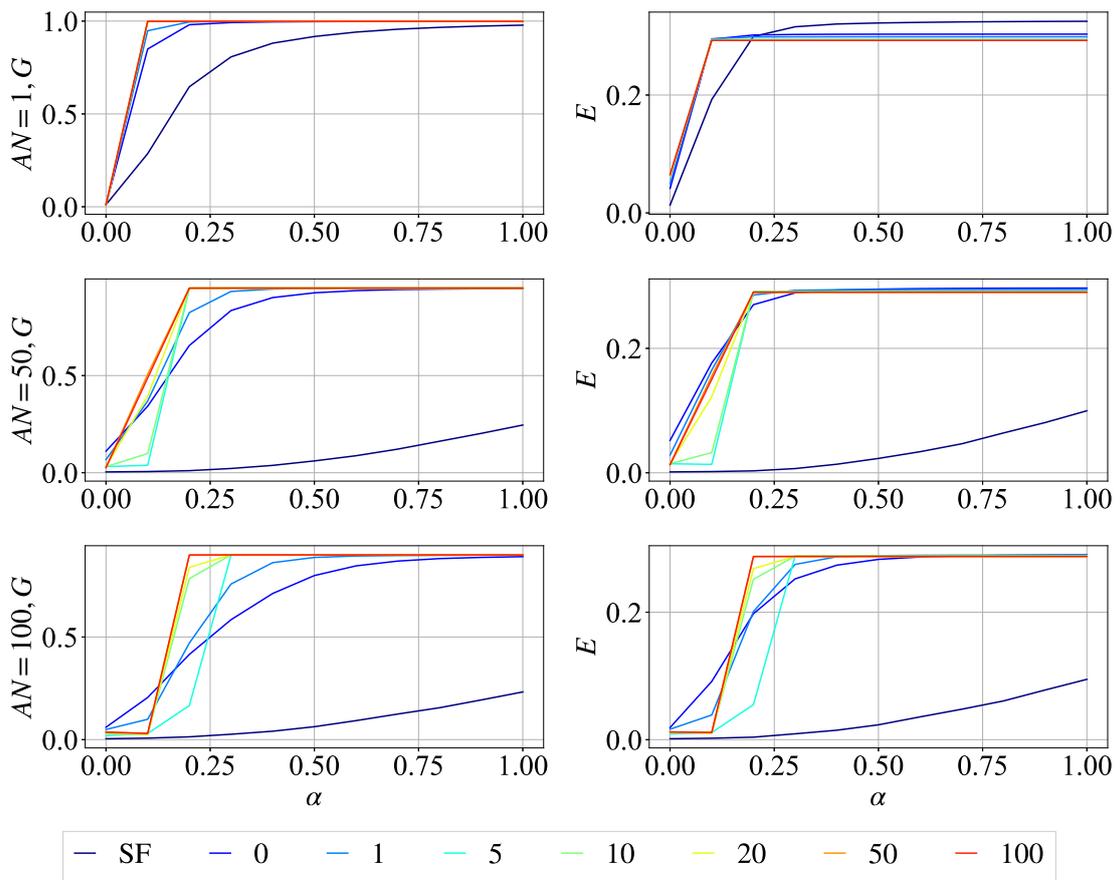


図 A.23: ランダム化を施した  $m = 4$  のネットワークにおける LA 最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

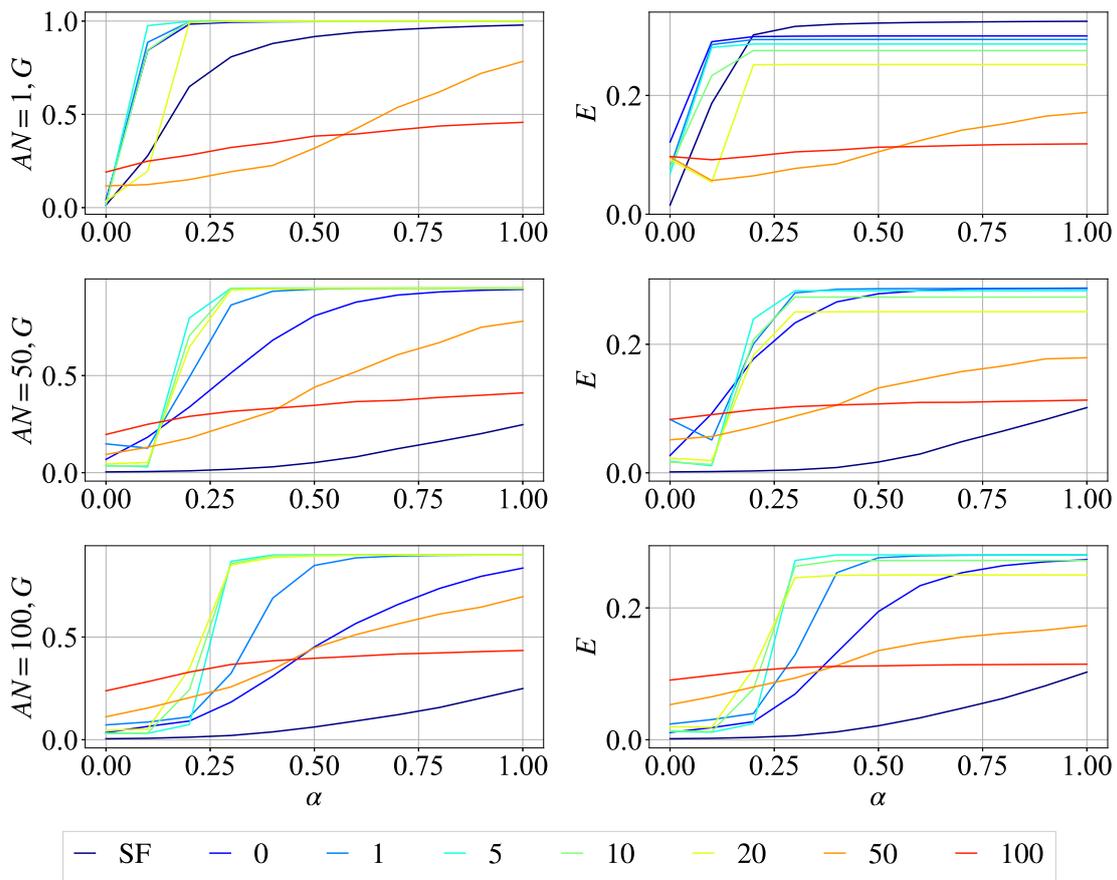


図 A.24: ランダム化を施さない  $m = 4$  のネットワークにおける LA 最大負荷ノード除去後のカスケード故障に対する最大連結成分比  $G$  と効率  $E$

# 謝辞

本研究において、林幸雄教授には御指導と御鞭撻を賜りました。ここに深謝の意を表します。研究室の皆様には、本研究の遂行にあたり多大なご助言、ご協力頂きました。深く感謝申し上げます。令和5年 楠 涼太

## 参考文献

- [1] Réka Albert, Hawoong Jeong, and Albert-László Barabási. “Error and attack tolerance of complex networks”. In: *nature* 406.6794 (2000), pp. 378–382.
- [2] Albert-László Barabási and Réka Albert. “Emergence of scaling in random networks”. In: *science* 286.5439 (1999), pp. 509–512.
- [3] Ulrik Brandes. “On variants of shortest-path betweenness centrality and their generic computation”. In: *Social networks* 30.2 (2008), pp. 136–145.
- [4] Alfredo Braunstein et al. “Network dismantling”. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 113.44 (2016), pp. 12368–12373.
- [5] Duncan S Callaway et al. “Network robustness and fragility: Percolation on random graphs”. In: *Physical review letters* 85.25 (2000), p. 5468.
- [6] B.A. Carreras et al. In: *Proceedings of Hawaii International Conference on System Sciences, Maui, Hawaii*. 2000.
- [7] Zunshui Cheng and Jinde Cao. “Cascade of failures in interdependent networks coupled by different type networks”. In: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 430 (2015), pp. 193–200.
- [8] Masaki Chujyo and Yukio Hayashi. “A loop enhancement strategy for network robustness”. In: *Applied Network Science* 6.1 (2021), pp. 1–13.
- [9] Dongli Duan et al. “Universal behavior of cascading failures in interdependent networks”. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 116.45 (2019), pp. 22452–22457.
- [10] Paul Erdős, Alfréd Rényi, et al. “On the evolution of random graphs”. In: *Publ. Math. Inst. Hung. Acad. Sci* 5.1 (1960), pp. 17–60.
- [11] Linton C Freeman. “A set of measures of centrality based on betweenness”. In: *Sociometry* (1977), pp. 35–41.
- [12] Yukio Hayashi and Naoya Uchiyama. “Onion-like networks are both robust and resilient”. In: *Scientific reports* 8.1 (2018), pp. 1–13.

- [13] Richard M Karp. “Reducibility among combinatorial problems”. In: *Complexity of Computer Computations: Proceedings of a symposium on the Complexity of Computer Computations, held March 20–22, 1972, at the IBM Thomas J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York, and sponsored by the Office of Naval Research, Mathematics Program, IBM World Trade Corporation, and the IBM Research Mathematical Sciences Department*. Springer. 1972, pp. 85–103.
- [14] P.L. Krapivsky and S. Redner. “A statistical physics perspective on Web growth”. In: *Computer Networks* 39.3 (2002), pp. 261–276. ISSN: 1389-1286.
- [15] Paul L Krapivsky and Sidney Redner. “Organization of growing random networks”. In: *Physical Review E* 63.6 (2001), p. 066123.
- [16] Paul L Krapivsky, Sidney Redner, and Francois Leyvraz. “Connectivity of growing random networks”. In: *Physical review letters* 85.21 (2000), p. 4629.
- [17] Fuxuan Liao and Yukio Hayashi. “Emergence of robust and efficient networks in a family of attachment models”. In: *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 599 (2022), p. 127427.
- [18] Yukio Hayashi Masaki Chujo. “Optimal network robustness in continuously changing degree distributions”. In: *The 11th Int. Complex Networks and their Applications. Proc. of Complex Networks & Their Applications XI*. (2022).
- [19] Adilson E Motter. “Cascade control and defense in complex networks”. In: *Physical Review Letters* 93.9 (2004), p. 098701.
- [20] Adilson E Motter and Ying-Cheng Lai. “Cascade-based attacks on complex networks”. In: *Physical Review E* 66.6 (2002), p. 065102.
- [21] Mark EJ Newman. “Assortative mixing in networks”. In: *Physical review letters* 89.20 (2002), p. 208701.
- [22] Mark EJ Newman. “The structure and function of complex networks”. In: *SIAM review* 45.2 (2003), pp. 167–256.
- [23] Christian M Schneider et al. “Mitigation of malicious attacks on networks”. In: *Proceedings of the National Academy of Sciences* 108.10 (2011), pp. 3838–3841.
- [24] Shuai Shao et al. “Percolation of localized attack on complex networks”. In: *New Journal of Physics* 17.2 (2015), p. 023049.
- [25] Toshihiro Tanizawa, Shlomo Havlin, and H Eugene Stanley. “Robustness of onionlike correlated networks against targeted attacks”. In: *Physical Review E* 85.4 (2012), p. 046109.

- [26] Zhi-Xi Wu and Petter Holme. “Onion structure and network robustness”. In: *Physical Review E* 84.2 (2011), p. 026106.
- [27] Ramon Xulvi-Brunet and Igor M Sokolov. “Reshuffling scale-free networks: From random to assortative”. In: *Physical Review E* 70.6 (2004), p. 066102.
- [28] Hui Zhao and Z-Y Gao. “Cascade defense via navigation in scale free networks”. In: *The European Physical Journal B* 57.1 (2007), pp. 95–101.
- [29] 宮崎敏幸 林幸雄. “結合相関を持つ Scale-Free ネットワーク上のカスケード故障に対する防御戦略”. In: **情報処理学会論文誌**. 2006, 47 (3), pp.802–812.