

Title	計算可能性と複雑さに関する研究：ラムダ計算の新しいモデルと有用な情報の定義について
Author(s)	MARLOU MATHILDE, GIJZEN
Citation	
Issue Date	2023-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	ETD
URL	http://hdl.handle.net/10119/18428
Rights	
Description	Supervisor:石原 哉, 先端科学技術研究科, 博士

氏名	GIJZEN, Marlou Mathilde
学位の種類	博士 (情報科学)
学位記番号	博情第 502 号
学位授与年月日	令和 5 年 3 月 24 日
論文題目	Studies on computability and complexity: A new structure for the lambda calculus and defining useful information
論文審査委員	石原 哉 北陸先端科学技術大学院大学 教授 東条 敏 同 教授 廣川 直 同 准教授 河村彰星 京都大学数理解析研究所 准教授 van den Berg, Benno Institute of Logic, Language and Computation, University of Amsterdam 講師

論文の内容の要旨

Core topics in computability and complexity were revisited, in order to generate new insights. In computability theory, we considered structures of the lambda calculus. We wanted to obtain a better understanding of the properties of structures of the lambda calculus, by studying structures more general than the already established ones.

For this purpose, we introduced a new notion for combinatory algebras, called reflexivity. Reflexivity can be characterized as the algebraic counterpart of the Meyer-Scott axiom for combinatory and lambda models. With reflexivity, we defined strongly reflexive combinatory algebras. Strongly reflexive combinatory algebras can interpret the lambda calculus, but are more general than lambda algebras.

Strongly reflexive combinatory algebras relate to the known structures in the following way: they are exactly the retracts of combinatory models, and a strongly reflexive combinatory algebra that satisfies stability is a lambda algebra.

In algorithmic complexity, we gave an overview of results related to logical depth. Logical depth is a notion that uses Kolmogorov complexity to capture the amount of useful information in strings. The definition of logical depth uses a significance level. We proved that similarly to sophistication, a related definition, logical depth is unstable with respect to the significance level: the value of logical depth changes a lot with only small changes to the significance level. For sophistication it was suggested to interpret the notion as a function in the significance level, because of this instability.

We showed that interpreting logical depth as a function in the significance level entails that it is not always possible to straightforwardly compare the logical depth of two different strings. This makes the usability of the current definition of logical depth uncertain. We hereby argued that it is necessary to reconsider the basis for the definition, and clarify the assumptions and requirements behind it.

Keywords: Lambda calculus, combinatory algebra, reflexivity, Kolmogorov complexity, logical depth

論文審査の結果の要旨

本論文は、理論計算機科学における中心的研究課題である、計算可能性理論および計算の複雑さ理論に新たな視点を導入した独創的な論文である。(1) 計算可能関数を特徴づける1つの計算モデルであるラムダ計算 (lambda calculus) に対する新たな数学的構造 (モデル) の提案、(2) ベネットが提唱した、文字列が持つ時間計算量的に有用な知見の量を測る尺度である論理深度 (logical depth) および関連する概念を解析し、それぞれにおいて研究の新たな方向性を提示している。

(1) に関連する研究は、1970年代~1980年代に活発に行われ、ラムダ代数 (lambda algebra)、ラムダモデル (lambda model) および組合せ子モデル (combinatory model) などの数学的構造が提案されている。それらはすべて組合せ子代数 (combinatory algebra) であり、ラムダ代数はカリの5つの等式を満たし、ラムダモデルはさらにメイヤー・スコットの公理 (Meyer-Scott axiom) を満たす。メイヤー・スコットの公理のみを満たす組合せ子代数は組合せ子モデルと呼ばれる。また、組合せ子モデルは安定性 (stability) を満たせばラムダモデルであること、ラムダ代数はラムダモデルのリトラクト (retract) であることなどが知られている。

本論文では、ラムダ項を関数ではなく多項式として捉えるサリンジャー (2002) の発想に基づき、組合せ子プレモデル (combinatory pre-model) の提案、ならびに代数的メイヤー・スコットの公理を用い反射性 (reflexivity) という新たな一般的な概念を導入した。また、組合せ子プレモデルの多項式代数が反射的であるとき強反射的と呼び、反射性が7つの閉文、強反射性が7つの等式で特徴づけられることを示した。さらに、安定性を満たす強反射的組合せ子プレモデルがラムダ代数であること、強反射的組合せ子プレモデルは組合せ子モデルのリトラクトであることなどを示した。

(2) では、従来しばしば粗雑に扱われてきた論理深度および関連概念の定式化を比較・整理し、基本的性質を詳細に調べた。特に、複数の文字列間の論理深度の大小が、縮約水準の取り方によって逆転する場合があることを示した。これは従来明確に指摘されなかった現象であり、いくつかの既存の構成法を独自に組み合わせることにより証明している。

以上、本論文は、理論計算機科学の中心的研究課題である計算可能性理論および計算の複雑さ理論それぞれについて新たな視点を導入したものであり、学術的に貢献するところが大きい。よって博士 (情報科学) の学位論文として十分価値あるものと認めた。