

Title	ディザ行列構成に関するディスクレパンシー理論による正方行列内における整数配置問題の研究
Author(s)	橋間, 信也
Citation	
Issue Date	2005-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/1932
Rights	
Description	Supervisor:浅野 哲夫, 情報科学研究科, 修士

ディザ行列構成に関するディスクレパンシー理論による 正方行列内における整数配置問題の研究

橋間 信也 (210069)

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

2005年2月10日

キーワード: ディスクレパンシー, 交互対角線配列, 反復対角線配列, デジタル・ハーフトーニング, ディザ行列.

正方行列内における整数配置問題とは, $n \times n$ の正方行列内に 0 から $n^2 - 1$ までの整数を全てできるだけ一様に配置する問題である. この一様性の基準として, ディスクレパンシー (食い違い度, *discrepancy*) 基準を用いる. ディスクレパンシーの定義には様々なものがあるが, 本研究におけるディスクレパンシーは次の様に定義する. P を, 要素に 0 から $n^2 - 1$ までの整数が全て現れる $n \times n$ の正方行列とする. P 内の隣接する要素からなる任意の 2×2 の小行列 R に対し, R の要素の和を $P(R)$ と記す. このとき, P のディスクレパンシーを $\mathcal{D}_{2,n}(P)$ と記し, $\max_R P(R)$ と $\min_R P(R)$ の差, すなわち,

$$\mathcal{D}_{2,n}(P) \stackrel{\text{def.}}{=} \max_R P(R) - \min_R P(R).$$

と定義する. ディスクレパンシーの値が低いほど一様性は高い. すなわち, $\max_R P(R)$ と $\min_R P(R)$ の差をできるだけ小さくすることが目的となる.

正方行列内における整数配置問題において, $n \times n$ の正方行列に対して n が偶数のときは最適な要素配列, すなわち, ディスクレパンシーを 0 にする要素配列法が提案されている. しかし, n が奇数のときはこのような性質の行列は存在しないことが示されている. そこで本研究では, n が奇数のときディスクレパンシーをできるだけ低くする要素配列を考察する. しかし, 低ディスクレパンシー行列を計算機による実装で求めるのは非常に困難である. 例えば, 5×5 行列の成分配置は $25!$ 通りある. これを計算機で全て調べるのは非現実的である. 実際, 100 万通りの成分配置を調べただけでは手計算による値を改善することはできなかった.

本論文では, 2 つの手法を提案する. 1 つは対角線配列法を提案し, ディスクレパンシー $2n + 4$ を示した. もう 1 つは n 進数表現法を提案し, ディスクレパンシー $2n + 2$ を示し, さらに $2n$ への改善を示した.

本研究は、デジタル・ハーフトニング (Digital Halftoning) への応用が挙げられる。デジタル・ハーフトニング技術とは、連続階調を持つ濃淡画像を白黒の2値画像で近似し、白と黒の2階調のみで様々な濃さの灰色を表現する技術である。入力画像の各画素の明るさを閾値と比較し2値に変換する。この実現方法のひとつにオーダードディザ (Ordered Dither) 法がある。

オーダードディザ法とは、2値化を行う際、画像全体で固定の閾値を用いるのではなく、場所により異なる閾値を用いる手法である。ディザ (Dither) 行列と呼ばれる小行列を周期的に並べ画像全体を覆い、各要素値を対応する画素の閾値として2値化を行う手法である。ディザ行列は再帰的に構成される行列であり要素の値が等間隔で周期的に並ぶ行列である。ディザ行列 D_k の構成法は以下のように再帰的に定義される。

$$D_0 = (1), \quad D_k = \begin{pmatrix} 4D_{k-1} - 3U_{k-1} & 4D_{k-1} - U_{k-1} \\ 4D_{k-1} & 4D_{k-1} - 2U_{k-1} \end{pmatrix} \quad (k = 1, 2, \dots)$$

U_k は全要素が1の $2^k \times 2^k$ の正方行列。

しかし、ディザ行列の問題点として、要素の値が等間隔で規則的に並ぶ手法は必ずしも最適ではない点が挙げられる。これは、2値画像に変換させることにより得られる点 (画素) の模様密度の差による問題であり、局所的な小領域ごとの平均的明るさにかなりの変動がみられることが原因である。この密度の差の問題をディスクレパンシーという。

本研究による低ディスクレパンシー行列を用いたディザ行列構成は、オーダードディザ法の改良・改善・向上が期待できる。