

Title	スケールフリーグラフ上における局所情報を用いたランダムウォーク
Author(s)	平山, 亮
Citation	
Issue Date	2006-09
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10119/2037">http://hdl.handle.net/10119/2037</a>
Rights	
Description	Supervisor:上原 隆平, 情報科学研究科, 修士

# スケールフリーグラフ上における 局所情報を用いたランダムウォーク

平山 亮 (410204)

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

2006年8月11日

**キーワード:** 次数, ランダムウォーク, カバertime, スケールフリーグラフ.

与えられたグラフ構造の上をランダムに移動するプロセスをランダムウォークと呼ぶ。ランダムウォークは、それ自身が、興味深い研究の対象であるとともに、乱択アルゴリズムの設計と解析など、広範な応用を持つ要素技術として、幅広く研究されている。

近年、池田らによって、新しいランダムウォークのモデルが提案された。通常のシンプルランダムウォークでは、それぞれの隣接点に同じ確率で遷移するのに対し、新しいモデルでは、隣接点の近傍情報を利用する。比較的単純な拡張であるにも関わらず、従来のランダムウォークよりもずっと効率良くネットワーク全体をカバーすることが知られている。

より正確には、彼らの新しいランダムウォークモデルでは、近傍の情報を利用したポテンシャル関数によって決まる遷移確率  $p^{(\beta)}$  にしたがって、次に移動する先を決める。池田らの結果は一般のグラフにおける最悪の場合を考えるため、グラフ構造には特別な仮定は置いていない。 $\beta$  は隣接点を評価する割合を設定する定数であり、一般のグラフの場合は  $\beta = 0.5$  の時に良い性能が得られることが知られている。

一方、WWW やインターネットをモデル化できるものとして、スケールフリーグラフが注目を集めている。これは従来の Erdős-Rényi による一様な構造を持つランダムグラフモデルとは違い、非一様な構造を持っており、さまざまな現実の社会ネットワークをモデル化していると考えられている。スケールフリーグラフでは power law と呼ばれる法則が成立しており、この power law を実現できるいくつかのスケールフリーグラフモデルがすでに知られている。

本研究では、こうしたスケールフリーグラフの非一様性を積極的に利用することで、池田らの新しいランダムウォークをより効率化することを目標とした。

スケールフリーグラフモデルにはいくつかの異なるモデルが知られているが、最も広く受け入れられている preferential attachment グラフモデルを採用する。このモデルでは、頂点の次数を制御するための整数パラメータ  $m$  を調節することで、疎なグラフから密なグラフまで生成することができる。また生成されるグラフは無向グラフとなる。

まず、池田らのランダムウォークモデルにおけるポテンシャル関数のパラメータ  $\beta$ , スケールフリーグラフにおけるパラメータ  $m$ , 及びグラフのサイズ  $n$  との関係を実験的に評価した。実験の結果、新しいランダムウォークは、最適な  $\beta$  のとき、従来のランダムウォークよりもカバータイムを効率化し、 $m$  が大きくなるに従って改善の割合がさらに良くなっていることがわかった。また、 $\beta$  の最適値は、グラフのサイズ  $n$  にはほとんど依存せず、 $m$  の関数とみなせることがわかった。

次に、ポテンシャル関数の改良を試みた。スケールフリーグラフでは、頂点の次数の分布は power law に従う。そのため、次数の分布は指数関数的に極端に偏っている。この事実から、次数の分布を線形に補正することでより良い振舞をするポテンシャル関数が設計できる、と予想される。この予想から、池田らのランダムウォークにおけるポテンシャル関数を次数の関数ではなく次数の対数の関数として実験を行なった。その結果、小さな  $m$  に対しては通常の次数のポテンシャル関数よりもさらに効率が良くなることを示すことができた。

Preferential attachment グラフモデルでは、生成されるグラフは無向グラフとなる。これは、例えば Web グラフなどのネットワークのモデルとしては不適切である。Power law に従った有向グラフを生成するモデルとして preferential attachment グラフモデルの一般化である Bollobás らのモデルが知られている。しかしこうした power law に従ったランダムな有向グラフでは、強連結性が一般には保証できない。むしろ入次数を持たない多数の頂点を含んでしまうので、到達性すら確保できない。これに対するランダムウォークモデルとして、“back button” を持ったランダムウォークモデルが Fagin らによって提案されている。また、代表的なサーチエンジン Google では、Web ページ  $P$  から「そのページ  $P$  にリンクを張っているページ」を逆にたどることができる。以上のことから、power law を満たす有向なスケールフリーグラフでは「有向辺を逆に辿ることができるランダムウォーク」を考えることが応用上重要である、と考えられる。

本論文では Bollobás らの power law に従う有向グラフモデル上で、池田らのランダムウォークモデルにおけるポテンシャル関数に、逆方向に対して確率  $\gamma (0 < \gamma \leq 1)$  で辿ることを許したランダムウォーク提案し、効率の良いパラメータを実験的に確かめた。その結果  $\gamma$  の値が 0 に近づくにしたがって、局所情報を用いないランダムウォーク ( $\beta = 0$ ) と比べて最適な  $\beta$  のカバータイムの改善の幅が大きくなることがわかった。一方、 $\gamma$  の値が 1 (無向グラフ) に近づくにしたがって、局所情報を用いないランダムウォークと最適な  $\beta$  のカバータイムの差が相対的に小さくなることがわかった。