JAIST Repository
https://dspace.jaist.ac.jp/

Title	雪の結晶構造に基づく降雪シーンのCG生成に関する研究
Author(s)	姫野,泰宏; 剣持,雪子; 小谷,一孔
Citation	情報処理学会研究報告 : オーディオビジュアル複合情報処理, 99(107): 31-36
Issue Date	1999-12
Type	Journal Article
Text version	publisher
URL	http://hdl.handle.net/10119/3291
Rights	社団法人 情報処理学会, 姫野泰宏／剣持雪子／小谷一孔, 情報処理学会研究報告 : オーディオビジュアル複合情報処理, 1999(107), 1999, 31-36. ここに掲載した著作物の利用に関する注意: 本著作物の著作権は（社）情報処理学会に帰属します。本著作物は著作権者である情報処理学会の許可のもとに掲載するものです。ご利用に当たっては「著作権法」ならびに「情報処理学会倫理綱領」に従うことをお願いいたします。 The copyright of this material is retained by the Information Processing Society of Japan (IPSJ). This material is published on this web site with the agreement of the author (s) and the IPSJ. Please be complied with Copyright Law of Japan and the Code of Ethics of the IPSJ if any users wish to reproduce, make derivative work, distribute or make available to the public any part or whole thereof. All Rights Reserved, Copyright (C) Information Processing Society of Japan.
Description	

JAIST
JAPAN
ADVANCED INSTITUTE OF
SCIENCE AND TECHNOLOGY

Japan Advanced Institute of Science and Technology

オーディオビジュアル複合情報処理　27－6
（1999. 12. 16）

雪の結晶構造に基づく降雪シーンのＣＧ生成に関する研究

姫野 泰宏　剣持 雪子　小谷 一孔
北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科
923-1292 石川県能美郡辰口町旭台１丁目１番地
tel：0761-51-1231
E-mail：himeno, kenmochi, ikko @jaist.ac.jp

あらまし

降雪シーンのＣＧ生成の研究例として、Simsの降雪モデル[1]、村岡らの総合モデル[2] [3][4]等が報告されている。これらの研究ではＣＧ生成における処理時間の問題から雪の形状や動きを簡易なモデルにあてはめており質感表現力よりも計算コストを重視している。本研究では計算コストよりもよりリアルな降雪表現を目指す。まず初めに雪の結晶構造と中谷ダイヤグラム[5]に着目し雪結晶を作成する。次に孫野ら[7]の結合報告をもとに雪片を作成する。そこで得られた形状データを用いてボリュームレンダリングを行なう。さらに動きのモデルの方向性について検討を行なう。

キーワード　雪結晶　雪片　ボリュームレンダリング　コンピュータグラフィックス　降雪シーン

Creation of snowing scene based on the structure of snow crystals

Yasuhiro Himeno　Yukiko Kenmochi　Kazunori Kotani
Graduate School of Information Science,
Japan Advanced Institute of Science and Technology
1-1 Asahidai Tatsunokuti Nomi Ishikawa, 923-1292, Japan
tel：+81 761-51-1231
E-mail：himeno, kenmochi, ikko @jaist.ac.jp

Abstract　There has been some researches for making a snowing scene by using the techniques of computer graphics[1-4]. They have used the simple models of the shapes and the motion of snow to reduce the calculation time, since their research interest was in reducing the calculation time rather than improving realistic images. Conversely, we focus on making more realistic scene of snowing rather than the cost of calculation. First we present the shape model of snow crystals based on Nakaya-diagram[5]. Next we combine snow crystals to make a snow flake by applying the results of Magono-report[7]. From the shape information of snow flakes, we obtain some parameters for volume rendering which generates an artificial image of snow. Finally we discuss the motion of snow flakes for making snowing scene.

key words　snow crystal　snow flake　volume rendering　computer graphics　snowing scene

1 はじめに

降雪のＣＧによる研究としてSims[1]はパーティクルシステムを用い、降雪の動きを渦やらせんを組み合わせることで降雪を表現している。村岡ら[2] [3][4]はあらかじめ結晶形状を数種類ポリゴンで作成しておきそれらを組み合わせることで雪片形状を形成し、２次元的な渦場の近似とオイラー法による数値解析によりその動きを表現している。本研究では雪の結晶構造に基づいた雪片形状のより高精度なモデル化を行ない、３次元的な流れの動きを表現することを目的とする。まずはじめに雪の結晶構造に基づき雪結晶を作成し、そこから雪結晶同士の付着の仕方をモデル化することで雪片形状モデルを作成する。その次に雪片形状モデルで得られたパラメータを元にボリュームレンダリングを行ない、静止画を得る。次に雪結晶の形状から雪片の重さや向きを考慮し重力や風力を加えて動きを計算し降雪ＣＧシーンを作成する。 section 雪片形状のモデル化降雪における形状の要素として雪の結晶がよく知られている。中でも樹枝状結晶（図 1(a)）は有名である。他にも針状（図 1(b)）、角板状（図 1(c)）角柱状（図 1(d)）など 様々な形のものが挙げられる。この形

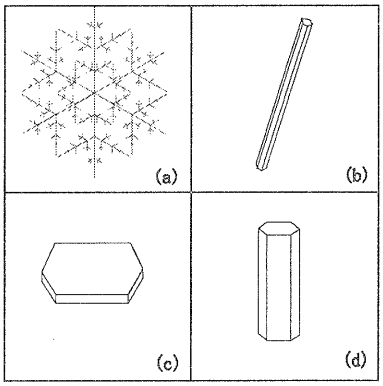

図 1: 雪結晶の種類 (a) 樹枝状結晶 (b) 針状結晶 (c) 角板状結晶 (d) 角柱状結晶

状は中谷により気温と水に対する過飽和度（湿度）で決定され、そのグラフを中谷ダイヤグラム（図 2）という[5] [12]。結晶の形状は中谷ダイヤグラムで報告されているもの以外にも多く存在するがその生成条件の詳細が不明なため本研究では中谷ダイヤグラムに示される結晶形状についてのモデリングを行なう。

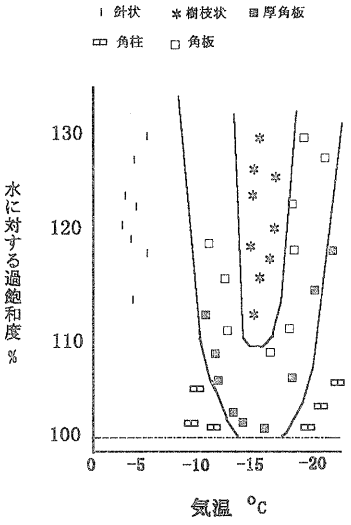

図 2: 中谷ダイヤグラム

1.1 雪結晶の形状モデリング

1.1.1 雪結晶の構造

雪の結晶は図 3に示すように立体的な形状をしており図 3の xy 平面に成長すると樹枝状、角板状になり z 軸に沿って成長すると針状、角柱状になる。いずれも xy 平面で構成される層の積み重ねである。それぞれの層を樹枝状結晶を例に見ると図 4に示すように細かな枝で構成されている。１つの枝から小さな枝が分岐し、またその枝から小さな枝が分岐する再帰構造をとることで雪結晶は複雑な形状となっている。

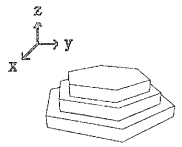

図 3: 結晶と層の関係

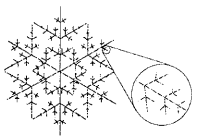

図 4: 層と枝の関係

1.1.2 雪結晶の定式化

t を時間、雪片を $S(t)$、結晶を $C(t)$、層を $L(t)$、枝を $F(t)$、向きを d, 長さを $l(t)$ とすると雪片 $S(t)$ は以下のように生成される。書式はストキャスティックLシステム [6] に沿って記述した。S(t) は雪片形状を表すボリュームデータである。まず最初に雪片を生成する空間を 0 で初期化しておく。

$$
\begin{aligned}
S(t) &\rightarrow C(t)C(t)[C(t)] && (1)\\
C(t) &\rightarrow L(t)[L(t)] && (2)\\
L(t) &\rightarrow F(t) && (3)\\
F(t) &\rightarrow^{p_1(t)} [+F(t)|f(t)+F(t)| \\
&\qquad f(t)++]F(t) && (4)\\
F(t) &\rightarrow^{p_2(t)} F(t)F(t) && (5)\\
F(t) &= line(vx_0, vy_0, vz_0 \\
&\qquad vx_0 + (l(t-1)+\Delta l(t))\sin d_s, \\
&\qquad vy_0 + (l(t-1)+\Delta l(t))\cos d_s, \\
&\qquad vz_0) && (6)\\
v(x_j, y_j, z_j) &= \begin{cases} 1, & (online) \\ 0, & (otherwise) \end{cases} && (7)\\
\Delta l(t) &= N(Temp(t), Humid(t)) && (8)\\
l(0) &= 0 && (9)\\
d_s &= \frac{s\pi}{3} \quad (s = 0,1,2,3,4,5) && (10)
\end{aligned}
$$

矢印→は適用を、[ ] は 0 ないしは 1 回の適用を表す。矢印の部分の適用回数については時間と共に変化するものとする。また関数 $line(vx, vy, vz, vx', vy', vz')$ は 2 点 $(vx, vy, vz), (vx', vy', vz')$ を結ぶボクセルの値 $v(x_j, y_j, z_j)$ を 1 にする関数である。jは 2 点間の直線にあるボクセルのサフィックスとする。なお (vx_0, vy_0, vz_0) は枝の生成位置を表す。d_sは枝の向きを返す関数、向きは 60 度おきに設定しているので 6 通りの値を返すものとなる。$l(t-1)$ は前フレームでの枝の長さを表す。時刻 t における温度と湿度をパラメータとし、中谷ダイヤグラムをもとに枝の成長速度を関数 Nで [10][11]、枝の分岐確率を p_1, p_2として求める。

1.1.3 雪結晶形状の生成条件

中谷 [5][9][12]、および実際の形状を観察し雪結晶の生成過程について以下のように条件を定めた。

- 中谷ダイヤグラムから結晶の成長速度を求める。
- 枝の分岐の確率は中谷ダイヤグラムから結晶の形状を特定し角板に近いほど確率が高く、樹枝に近いほど確率が低くなる。
- 枝の成長は左右対称である。
- 枝の分岐が進むほど成長速度は遅くなる。
- 層の分岐は平面方向の周りの密度が高く、かつ結晶形状が角板に近い際に分岐確率が高くなる。
- ２段目以上の層の枝の分岐確率は下の層が分岐している際に確率が高くなる。

1.2 雪片形状のモデリング

降雪時には結晶が１つずつ降ってくる場合もあるが、多くは２つ以上組み合わさっている。これを雪片という [8]。雪結晶同士の付着の組合せは孫野ら [7] によると雪結晶が小数の場合は図 6のように分類可能である。図 5は結晶同士を結ぶ線が太いほどそれらが結び付く頻度が高いということを表している。

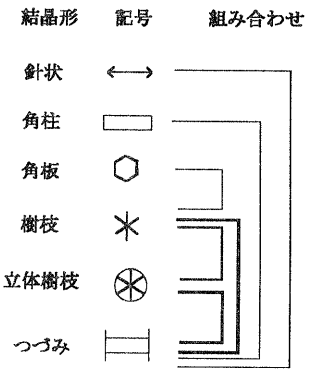

図 5: 雪片を構成する雪の結晶の組み合わせ

また結晶の付着方向についても図 6のように絡まったもの、平面同士、平面と直線、点と平面、点と直線、直線同士、点同士の７パターンであることが報告されている [7]。

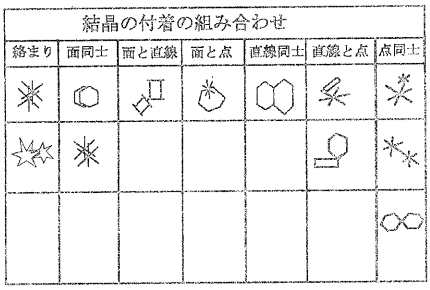

図 6: 結晶の付着パターン

1.2.1 雪結晶形状の生成条件

上述の付着状況において樹枝上の雪結晶同士はその枝の先端部分で絡まりやすいなど形状によって付着具合に特性がある。小数の雪結晶からなる雪片についてはその付着具合が報告されているが多数の雪結晶が付着する場合の詳細は不明である。そこで本研究では雪結晶が小数の場合の繰り返しであると仮定し雪片を生成する。

2 雪片のレンダリング

ここでは前節で得られた雪片データをボクセルの密度としてボリュームレンダリングを行ない背景と合成し降雪の静止画を作成する。ボリュームレンダリングの式は以下のように定めた [13]。各パラメータの幾何学的配置を図 7に示す。

$$I_e = \sum_{w=t_{near}}^{t_{far}} exp\{-\tau \sum_{v=t_{near}}^{w} \rho(v)\} \times \{I(t)(k_d \cos\phi + k_s \cos^n \zeta) + k_a I_a\} \times \rho(t) \quad (11)$$

I_e 視線に到達する光の強さ

t_{near} 視線が雪片に突入する点

t_{far} 視線が雪片から脱出する点

τ 密度を光の減衰係数に変換する定数

$\rho(w)$ 位置 wにおける雪片の密度

$I(w)$ 位置 wに届く光源からの光の強さ

k_d 雪片の拡散反射係数

ϕ 法線ベクトルと光源ベクトルとのなす角

k_s 雪片の鏡面反射係数

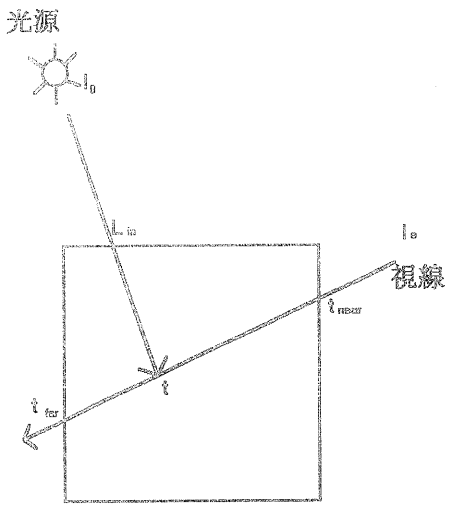

図 7: ボリュームレンダリングの概念図

n Phong のモデルの係数

ζ 光源光の正反射ベクトルと視線ベクトルのなす角

k_a 環境光の補正係数

I_a 環境光の強さ

ボクセルの密度を求める際に視線上に雪片がある場合、その雪片を含むボクセルにおける雪片の割合を密度とする。雪片生成時のボクセル（以下 要素）を最大解像度としその一辺の長さを b_{min}、ボリュームレンダリング時にサンプリングするボクセルの一辺の長さを b_v とする。位置 wのボクセルに含まれる最大の雪片要素数は $(\frac{b_v}{b_{min}})^3$で表される。位置 wのボクセルでの雪片の要素数を $b_s(w)$ とし、雪片の要素数を返す関数 $R(S(w))$、また雪片を構成する要素はモデリング時の雪片の要素 $v_i(x,y,z)$ とする。$S(w)$ の Sはモデリング時の雪片である。$R(v_{ij}(w))$ はサンプリング時に位置 wに雪片の要素 $v_i(x_j,y_j,z_j)$ の値を返す関数である。以上のようにパラメータを決定することにより密度は以下の式で求められる。

$$\rho(w) = \frac{b_s(w)}{(\frac{b_v}{b_{min}})^3} \quad (12)$$

$$b_s(w) = \sum_{i=1}^{N} R(S_i(w)) \quad (13)$$

$$S_i(w) = \sum_{j=1}^{M_i} R(v_i(x_j, y_j, z_j)) \quad (14)$$

$$R(v_i(x_j, y_j, z_j)) = \begin{cases} 1, & (snow\ \ exists) \\ 0, & (otherwise) \end{cases} \quad (15)$$

$b_s(w)$	位置 wのボクセルにおける雪片の要素数
b_v	サンプリングするボクセルの一辺の長さ
b_{min}	雪片生成時の要素の一辺の長さ
$b_s(w)$	位置 wのボクセルでの雪片の総要素数
N	雪片数
R	雪片の有無を返す関数
$S_i(w)$	位置 w のボクセルにある雪片の要素数
M_i	雪片を構成する要素数

なお光源方向から位置 wに届く光の強さ $I(w)$ は次の式で表される。

$$I(w) = I_0 exp\{-\tau\{\sum_{q=w}^{L_{in}} \rho(q)\}\} \quad (16)$$

I_0	光源の光の強さ
L_{in}	光源の光線が雪片へ突入する点

3 降雪静止画の生成結果

雪片を1000個生成し前節の式に基づいてボリュームレンダリングを行なった。また背景には非降雪時の積雪画像を用いた。実験結果を図8に、市販ソフトで作成した画像を図9に示す。

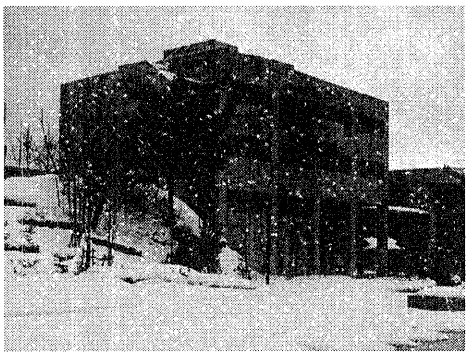

図 8: 生成した降雪静止画像

図 9: 市販ソフトで生成した降雪静止画像

市販ソフトでは結晶形状が分かり不自然さがあるが本手法ではこの様な不自然さがない。

4 動きモデルについての考察

本節では雪片形状データから雪片の重心やモーメントをパラメータとし重力や風力を考慮することでリアルな動きを計算するモデルを作成する。

一般に運動方程式は力を F、質量を m、加速度を a とすると $F = ma$ で表される。真空の場合時間を t とし重力を mg、速度を u とすると

$$F = m\frac{du}{dt} \quad (17)$$

$$-mg = m\frac{du}{dt} \quad (18)$$

$$-g = \frac{du}{dt} \quad (19)$$

で表される。しかしこれでは質量が関係しない上地表面での速度が大きくなる。他に雪片に働く力として空気抵抗力がある。空気抵抗力が速度に比例すると仮定すると

$$F = m\frac{du}{dt} \quad (20)$$

$$-mg - cu = m\frac{du}{dt} \quad (21)$$

$$-g - \frac{c}{m}u = \frac{du}{dt} \quad (22)$$

で表される。しかしこれでは実際の降雪シーンにおいて無風である場合しか適用できないという問題点がある。

実際の降雪シーンでの動きにおいて最も大きな要素として風力が考えられる。風力のパラメータとし

てはある位置、時間での風力を Wとすると $W = Navier(x,y,z,t)$ として表される。関数 Navier はナビエストークスの方程式におけるある位置と時間における流速を返す関数である。

風の流れの中に微小な直方体があると考えるとその各面には x,y,zの各方向に応力が働いていると考えられ、x 軸方向の流体の加速度 Du/Dt に質量をかけたものが x 軸方向の力の和に等しいので

$$\rho\frac{Du}{Dt} = \rho F_x + \frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma_{zx}}{\partial z} \qquad (23)$$

が成り立つ。さらに y,z方向にも同様の式が成り立つので運動の方程式は

$$\rho\frac{Dv_i}{Dt} = \rho F_i + \frac{\partial\sigma_{ji}}{\partial x_j} \qquad (24)$$

となる。これは連続対に対するオイラーの運動方程式である。

多くの流体において速度勾配と応力の間には比例関係が成り立ち、応力とひずみ速度の関係は次式で与えられる [14]。

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \lambda_{ij}\frac{\partial v_k}{\partial x_k}\lambda_{ij} + \mu(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}) \qquad (25)$$

ここでλは第二粘性係数である。これをオイラーの運動方程式に代入することで以下の式が得られる。

$$\begin{aligned}\rho\frac{Dv_i}{Dt} &= \rho F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\lambda\frac{\partial v_k}{\partial x_k}) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x_k}(\mu\frac{\partial v_k}{\partial x_i}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\mu\frac{\partial v_i}{\partial x_k}) \qquad (26)\end{aligned}$$

これはナビエストークスの方程式である。ナビエ・ストークスの方程式の適当な初期、境界条件のもとでの解法は多数存在しその中から適切な解法を定め解くことが今後の課題である。

5 まとめと今後の課題

今回は降雪シーンのＣＧ生成における形状のモデル化として中谷ダイヤグラムに基づいた雪結晶モデルを作成した。次に雪結晶モデルと孫野らの雪結晶同士の組み合わせの情報を元に雪片モデルを構築した。さらに雪片モデルで生成したデータをボリュームレンダリングにおけるボクセルの密度を求める指標とし降雪の静止画を生成した。また動きモデルにおいてナビエ・ストークスの方程式を用いる段階までの考察を行なった。

今後の課題として今回作成した静止画像の主観評価実験を行なった後、ナビエ・ストークスの数値解を算出する。またその値を風力として各フレームにおける雪片の位置の計算に使用する。これにより最終的に降雪シーンのＣＧを生成する。

参考文献

[1] Karl Sims : Particle Animation and Rendering Using Data Parallel Computation, Computer Graphics,vol.24,No.4,Aug,1990

[2] 村岡 一信, 千葉 則茂, 太田原 功:冬季の近接景観のシミュレーションのための積雪モデル, テレビジョン学会誌,vol.49,No.10,pp1252-1258,1995

[3] 高橋 匡, 村岡 一信, 千葉 則茂：山岳景観の季節感のシミュレーション手法, 情報処理学会, グラフィックスとＣＡＤ研究会報告, 93-CG-61-4,pp.25-32,1993

[4] 村岡 一信, 千葉 則茂：雪のビジュアルシミュレーション,NICOGRAPH , pp54-65, 1998

[5] Ukichiro Nakaya:Snow crystals, natural and artificial, Oxford University press,1954

[6] Przemyslaw Prusinkiewicz, Aristid Lindenmayer : The algorithmic beauty of plants, springer verlag, New York Inc, 1990

[7] C.Magono,H.Oguchi : Classification of Snow Flakes and their Structures, Science Reports of the Yokohama National University,Sec I,No.4,1955

[8] 日本雪氷学会編：雪氷辞典, 古今書院,1990

[9] 中谷 宇吉郎：雪, 岩波文庫, 1988

[10] 前野 紀一, 黒田 登志雄：雪氷の構造と物性, 古今書院,1986

[11] 菊地 勝弘, 大畑 哲夫, 東浦 将夫：降雪現象と積雪現象, 古今書院,1995

[12] 東 晃：雪と氷の科学者・中谷 宇吉郎, 北海道大学図書刊行会,1997

[13] 技術系ＣＧ標準テキストブック編集委員会：コンピュータグラフィックス, プレシーズ,1996

[14] 矢川元基, 奥田洋司, 中林靖: 有限要素法流れの解析, 朝倉書店,1998