

Title	(並列・分散処理技術)1次元再帰シフトトラス相互結合網の拡張
Author(s)	井口,寧; 堀口,進
Citation	情報処理学会論文誌, 44(6): 1521-1524
Issue Date	2003-06
Type	Journal Article
Text version	publisher
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10119/3314">http://hdl.handle.net/10119/3314</a>
Rights	<p>社団法人 情報処理学会, 井口寧 / 堀口進, 情報処理学会論文誌, 44(6), 2003, 1521-1524. ここに掲載した著作物の利用に関する注意: 本著作物の著作権は(社)情報処理学会に帰属します。本著作物は著作権者である情報処理学会の許可のもとに掲載するものです。ご利用に当たっては「著作権法」ならびに「情報処理学会倫理綱領」に従うことをお願いいたします。 The copyright of this material is retained by the Information Processing Society of Japan (IPSJ). This material is published on this web site with the agreement of the author (s) and the IPSJ. Please be complied with Copyright Law of Japan and the Code of Ethics of the IPSJ if any users wish to reproduce, make derivative work, distribute or make available to the public any part or whole thereof. All Rights Reserved, Copyright (C) Information Processing Society of Japan.</p>
Description	

## テクニカルノート

## 1 次元再帰シフトトラス相互結合網の拡張

井 口 寧<sup>†</sup> 堀 口 進<sup>††</sup>

1 次元 SRT ( Shifted Recursive Torus ) 網は、リング結合網に長さが異なるバイパスリンクを再帰的に付加して構成される、階層構造を有する結合網である。本論文では、従来の 1 次元 SRT 網におけるバイパスリンクが定義されていないノードに、冗長なバイパスリンクを付加することにより、通信性能を高めた派生型の 1 次元 SRT を提案する。バイパスリンクの付加の方法によって、2 種類の派生型 SRT が定義される。従来の 1D-SRT における再帰ルーティングを拡張して、拡張ルーティングアルゴリズムを示し、直径を導出する。派生型 1D-SRT のネットワーク性能を評価したところ、拡張型の SRT 網は、ノード数が多い場合に直径が大幅に短縮できることが分かった。

## Improving One Dimensional Shifted Recursive Torus Interconnection

YASUSHI INOGUCHI<sup>†</sup> and SUSUMU HORIGUCHI<sup>††</sup>

Shifted Recursive Torus (SRT) is constructed by adding multi-grained hierarchical by-pass links on a ring network. This paper proposes two types of improved SRT networks that have additional by-pass links to improve network performance. Routing algorithms for the improved SRTs are given by expanding a routing algorithm for the conventional SRT. Network diameters are also discussed based on the proposed routing algorithms. Furthermore network performances of the proposed SRTs are examined and it is shown that these SRTs much reduce diameter at large number of nodes.

## 1. ま え が き

単純なトラス結合を階層的に組み合わせて構成される相互結合網は、数万以上のプロセッシング要素を結合する超並列計算機用の相互結合網として大きく期待され、さまざまな研究がなされている<sup>1),2)</sup>。SRT 網<sup>3),4)</sup>は、このような階層的相互結合網の 1 つであり、トラス結合網を基に、ノード間距離の異なるバイパスリンクを再帰的に付加して構成される結合網である。1 次元での定義をもとに 2 次元への拡張が容易であり、また階層構造を持つため拡張性が高く、リンク回数に対して高いネットワーク性能を有している。

1 次元 SRT 網は、網内のほとんどのノードが 4 つのリンクを持つのに対し、構成上 2 本または 3 本しかリンクを持たないノードが 2 ノードずつ存在する。そ

こで、これらのリンク数が少ないノードに付加的なリンクを設けることにより、1 次元 SRT の構造を均質にでき、網の直径を小さくすることができる。

本論文では、1 次元 SRT にリンクを付加することにより、均質でネットワーク性能を高めた拡張型 1D-SRT を提案する。2 章では 1 次元 SRT 網を簡単に紹介する。3 章で SRT を拡張し、2 種類の派生型 SRT 網を定める。再帰ルーティングを拡張した派生型 SRT のためのルーティング手法を提案し、直径について考察する。4 章でこれらの SRT 網の静的ネットワーク性能を議論する。5 章はまとめである。

## 2. 基本型 1D-SRT

## 2.1 基本型 1 次元 SRT の構成

本節では、基本型 1 次元 SRT 網の定義、直径、およびルーティングアルゴリズムを紹介する<sup>4)</sup>。基本型 1 次元 SRT ( 1D-SRT ) 網は環状網を基に構成される。通信性能向上のために遠隔ノードと直接接続するバイパスリンクを、各ノードの次数が一定となるように環状網に重ね合わせる。基本型 1D-SRT は次のように定義できる。

<sup>†</sup> 北陸先端科学技術大学院大学情報科学センター、科学技術振興事業団、さきがけ研究 21

Center for Information Science, JAIST, "Information and Systems", PRESTO, JST

<sup>††</sup> 北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科  
School of Information Science, JAIST

定義1 (基本型 1D-SRT)  $N = 2^n$  ノードからなる環状網で、ノード番号  $x_l$  が次の式を満たすノードをレベル  $l$  のノードと呼ぶ。

$$(x_l - 2^{l-1}) \bmod 2^l = 0 \quad (1 \leq l \leq l_{max}) \quad (1)$$

レベル  $l$  のノード  $x_l$  は、次の4つのノードと接続される。

$$(x_l \pm 1) \bmod N, (x_l \pm 2^l) \bmod N \quad (2)$$

以上の手続きをレベル 1 から  $l_{max} - 1$  まで繰り返す。 $l_{max}$  は、1D-SRT の最大のレベルであり、 $l_{max} = \log_2 N = n$  である。この手順によって構成される 1D-SRT を基本型 1D-SRT と呼ぶ。□

レベル  $l$  のノード群を  $V_l$  とし、 $l \geq 1$  のレベルを上位レベルと呼ぶ。基本型 1D-SRT のどのノードも、基本トラス(レベル 0)を構成する 2 本と、上位リンクを構成する 2 本の合計 4 本のリンクを持つことが分かる。ただし、ノード 0,  $N/2$  は、1 以上のレベルを持たず、レベルは 0 とする。

## 2.2 基本型 1D-SRT のルーティングと直径

本節では、基本型 1D-SRT の拡張に必要なアルゴリズムと、直径導出について、簡単に紹介する。詳細については、文献 4) を参照されたい。

再帰ルーティングは、発信ノードと受信ノード間のレベル  $l_r$ -リンクをバイパスリンクとして使用し、バイパスリンクの終端と発信ノード、もう一方の終端と受信ノード間でルーティングを再帰的に繰り返す。ルーティングの発信ノードを  $x_s$ 、受信ノードを  $x_d$  とすると、ルーティングは次の手順で行われる。

- (1) 最初に、使用するバイパスリンクのレベル  $l_r$  を式 (5) に基づいて計算する。
- (2) この上位レベル  $l_r$  のノードのうち  $x_s, x_d$  に最近隣のノード  $x_s^r, x_d^r$  を探す。最近隣ノードは次の関数によって与えられる。

$$nlnear\_f(x, l) = \left\lfloor \frac{x - 2^{l-1}}{2^l} \right\rfloor \cdot 2^l + 2^{l-1}$$

$$nlnear\_b(x, l) = \left\lceil \frac{x - 2^{l-1}}{2^l} \right\rceil \cdot 2^l + 2^{l-1}$$

- (3) 同様の手続きを、今度は発信ノード  $x_s$  と  $x_s^r$  間、 $x_d^r$  と受信ノード  $x_d$  間に適用し、経路を求める。

このように再帰的にルーティングアルゴリズムを適用することによって、経路が通過するノードのリストが得られる。

再帰ルーティングを用いた基本型 1D-SRT の直径は、
$$D(N) \equiv d_0(\log_2 N) \quad (3)$$

ただし

$$d_0(l) = 2^{c_f-2} (2(c_f - 1) + s_f) + 1 \quad (4)$$

$$c_f = \left\lfloor \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{8l+1} - 1 \right\} \right\rfloor \quad (5)$$

$$s_f = l - \frac{1}{2} c_f (c_f + 1) \quad (0 \leq s_f < c_f) \quad (6)$$

であり、このとき経路はレベル  $(l - c)$  のリンクを通過する。再帰ルーティングを用いた直径は網の理論直径に等しく、基本型 1D-SRT の直径のオーダーは、 $\mathcal{O} \left( 2^{\sqrt{2 \log_2 N}} \sqrt{\log_2 N} \right)$  である<sup>4)</sup>。

## 3. 1D-SRT の拡張

### 3.1 LongSpan 型 1D-SRT

SRT の結合数の少ないノードに新たなリンクを追加することにより、通信性能を改良した派生型 SRT を提案する。

基本型 1D-SRT のノード 0 および  $N/2$  はリンクを 2 本、ノード  $\frac{1}{4}N$  および  $\frac{3}{4}N$  はリンクを 3 本しか持たない。そこで、ノード 0 と  $\frac{1}{2}N$  間に上位リンクを割り当て、直径を短縮することを目的とした、LongSpan 型の 1 次元 SRT (LS-1D-SRT) を定義する。

定義2 (Long Span 型 1D-SRT)  $N = 2^n$  ノードからなる基本トラスから、ノード番号が

$$(x_l - 2^{l-1}) \bmod \min(2^l, 2^T) = 0 \quad (7) \\ (1 \leq l \leq l_{max} - 1)$$

を満たすノード群  $x_l$  を取り出し、環状に接続する。この手続きをレベル  $l$  が 1 から  $l_{max} - 1$  まで繰り返す。ここで  $T = n - 2$ 。LongSpan 型 1D-SRT の最大のレベル  $l_{max}$  は、 $l_{max} = \log_2 N - 1 = n - 1$  である。□

図 1 に 32 ノードからなる LS-1D-SRT を示す。LS-1D-SRT は、ノード 0,  $\frac{1}{2}N$  付近の長距離通信能力の向上が期待できる。

### 3.2 ShortSpan 型 SRT

基本型 1D-SRT では、ほとんどのノードが 4 つのリンクを持つのに対し、ノード 0 および  $N/2$  はリンクを 2 本、ノード  $\frac{1}{4}N$  および  $\frac{3}{4}N$  はリンクを 3 本しか持たない。そこで、ノード 0,  $\frac{1}{4}N$ ,  $\frac{1}{2}N$ ,  $\frac{3}{4}N$  に、レベル  $l_{max} - 2$  の上位リンクを割り当てた、ShortSpan 型の 1 次元 SRT (SS-1D-SRT) を定義する。

定義3 (Short Span 型 1D-SRT)  $N = 2^n$  ノードからなる基本トラスから、ノード番号が

$$(x_l - 2^{l-1}) \bmod \min(2^l, 2^T) = 0 \quad (8) \\ (1 \leq l \leq l_{max} - 2)$$

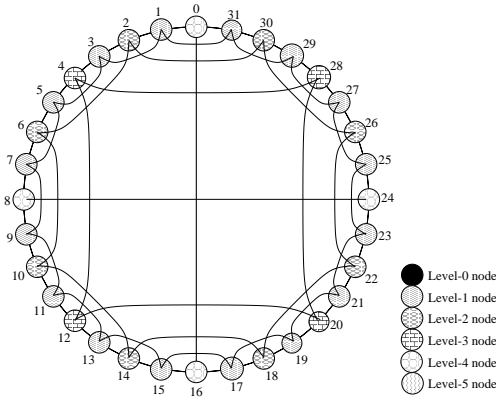


図1 32ノードからなる Long Span型 1D-SRT  
Fig.1 Long Span 1D-SRT consist of 32 nodes.

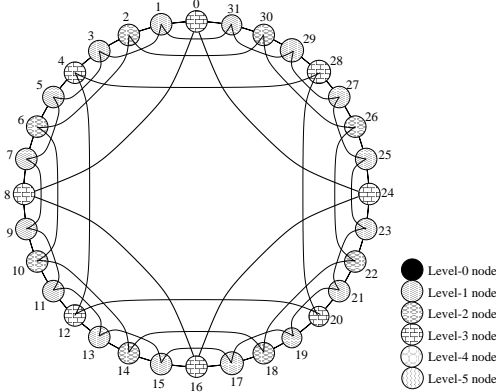


図2 32ノードからなる Short Span型 1D-SRT  
Fig.2 Short Span 1D-SRT consist of 32 nodes.

を満たすノード群  $x_l$  を取り出し、環状に接続する。この手続きをレベル  $l$  が 1 から  $l_{max} - 2$  まで繰り返す。ここで  $T = n - 3$ 。ShortSpan型 1D-SRT の最大のレベルは、 $l_{max} = \log_2 N - 2 = n - 2$  である。□

図2に32ノードからなるSS-1D-SRTを示す。SS-1D-SRTは、結合数の最大が4という条件での、網内の総リンク数が最大となるので、総合的な通信能力の向上が期待できる。

ここで、基本型、Long Span型、Short Span型の1D-SRTの、定義の違いを表1にまとめる。

### 3.3 拡張再帰ルーティング

LS-1D-SRT、SS-1D-SRTのルーティングは、基本型1D-SRTの最近隣ノードの探索ルーチン( $nlnear\_f, nlnear\_b$ )を変更して得られる。なぜなら、基本型1D-SRTとLS/SS-1D-SRTとの差異は、ノード  $0, \frac{1}{4}N, \frac{1}{2}N, \frac{3}{4}N$  に対するレベル割当てだけであり、 $nlnear\_f, nlnear\_b$  は、ノードレベルを引数としてノード番号を返す関数だからである。また、他の

表1 1D-SRTの種類  
Table 1 Type of 1D-SRT

Type of 1D-SRT	$T$	$l_{max}$
BSC-1D-SRT	$n$	$n$
LS-1D-SRT	$n - 2$	$n - 1$
SS-1D-SRT	$n - 3$	$n - 2$

サブルーチンは、ノードレベルとノード番号が直接関係しないので、変更せずに利用できる。

そこで、基本型1D-SRTの再帰ルーティングアルゴリズムの  $nlnear\_f, nlnear\_b$  を次のように変更して適用する。

$$nlnear\_f(x, l) = \left\lceil \frac{x - 2^{l-1}}{\min(2^l, 2^T)} \right\rceil \cdot 2^l + 2^{l-1} \quad (9)$$

$$nlnear\_b(x, l) = \left\lfloor \frac{x - 2^{l-1}}{\min(2^l, 2^T)} \right\rfloor \cdot 2^l + 2^{l-1} \quad (10)$$

ここで、基本型1D-SRTは  $T = n$ 、LS-1D-SRTは  $T = n - 2$ 、SS-1D-SRTでは  $T = n - 3$  となる。他のサブルーチンは、基本型1D-SRTと同一である。

## 3.4 直径

### 3.4.1 Long Span型 1D-SRTの直径

$N = 2^n$  ノードからなる基本型1D-SRTの直径は  $d_0(n)$  であった。最初に、LS-1D-SRTの直径について考える。LS-1D-SRTの再帰ルーティングアルゴリズムを用いると、LS-1D-SRTの場合は  $d_0(n - 1)$  となる。なぜなら、ある上位レベル  $k$  のノード  $x_k$  から見た下位レベルのノード群  $x_l$  の相対距離は、どのレベル  $k$  のノードから見ても同一であるため、LS-1D-SRTのノードの中で、最も離れたノード間は  $0, \frac{1}{4}N$  間となるからである。したがって、 $N = 2^n$  ノードからなるLS-1D-SRTの直径を  $D^{LS}(N)$  と置くと、

$$D^{LS}(N) \equiv d_0(n - 1) = d_0(\log_2 N - 1). \quad (11)$$

となる。

### 3.4.2 Short Span型 1D-SRTの直径

SS-1D-SRTの場合、 $N = 2^n$  ノードからなるSS-1D-SRTの直径を  $D^{SS}(n)$  と置くと、

$$d_0(n - 2) < D^{SS}(n) \leq d_0(n - 1) + 1 \quad (12)$$

となる。左辺について、LS-1D-SRTと同様の議論により、最も離れたノード間が  $0, \frac{1}{8}N$  間となるので、 $d_0(n - 2)$  より大きい。右辺について、LS-1D-SRTと同様に、 $0, \frac{1}{2}N$  間、 $\frac{1}{4}N, \frac{3}{4}N$  間はバイパスリンクを用いて短い距離で結合できるが、この間がLS-1D-SRTは1ホップなのに対し、SS-1D-SRTは2ホップ要するので、 $(D^{LS}(N) + 1)$  以下の直径となる。

## 4. 1D-SRTのネットワーク性能

表2に、基本型1D-SRT(BSC-1D-SRT)、Long-

表2 1次元 SRT の平均距離  
Table 2 Average distance of 1D-SRT.

Network	Number of Nodes		
	$2^8$	$2^{10}$	$2^{12}$
BSC-1D-SRT	7.03	11.46	17.72
LS-1D-SRT	6.91	11.34	17.62
SS-1D-SRT	6.79	11.23	17.50

表3 1次元 SRT および他の1次元結合網の直径(次数)の比較  
Table 3 Diameter (Degree) of 1D-SRTs and other 1D-networks.

# of node	$2^4$	$2^8$	$2^{12}$	$2^{16}$
BSC-1D-SRT	5 (3.65)	17 (3.98)	41 (4.00)	81 (4.00)
LS-1D-SRT	3 (3.88)	13 (3.99)	33 (4.00)	65 (4.00)
SS-1D-SRT	4 (4.00)	12 (4.00)	30 (4.00)	65 (4.00)
Ring Net	8 (2)	128 (2)	4096 (2)	64k (2)
Chordal Ring	3 (3)	15 (3)	63 (3)	255 (3)
Barrel Shifter	2 (7)	4 (15)	6 (23)	8 (31)
RDT (2,4,1)/ $\alpha$	-	-	8 (8)	12 (8)

Span型およびShortSpan型SRTの平均距離を示す。ノード数が少ない場合( $N = 2^8$ )にはShortSpan型にすることにより平均距離が3.4%ほど短縮できるが、ノード数が多くなると( $N = 2^{12}$ )3方式の差は縮まりほとんど差がなくなる(1.4%)。これは、基本型1D-SRTとLS-/SS-1D-SRTの差異が、LS-SRTの場合ノード0,  $\frac{1}{2}N$ の2つ、またSS-1D-SRTの場合はノード0,  $\frac{1}{4}N$ ,  $\frac{1}{2}N$ ,  $\frac{3}{4}N$ の4つだけであるので、網全体のノード数が多くなると、バイパスリンクによる距離の短縮の貢献が少なくなるためである。平均距離は、つねに  $BSC-1D-SRT > LS-1D-SRT > SS-1D-SRT$  である。

表3に1D-SRTどうしの直径と次数の比較、および他の1次元結合網との比較を示す。次数は、全結合数をノード数で割った平均値である。LongSpan型、ShortSpan型の直径は、バイパスのリンクを設けることにより、基本型に対しておよそ3/4に小さくすることができ、この直径の短縮はノード数が大きい場合に顕著である。これに比べて、LongSpan型とShortSpan型の差はそれほど大きくない。

他の1次元結合網や階層型結合網と比べると、Chordal Ringは、次数が小さくノード数が少ないとき( $N = 2^4$ )は、どのタイプの1D-SRTよりも直径が小さい反面、ノード数が多くなってくると、急速に直径が増大する。Barrel Shifterはノード数が多い場合でも直径が非常に小さいが、次数が  $O(\log_2 N)$  で

あり、ノード数が大きくなるとノードの次数が非常に大きくなり、実装性が低下する。RDT(2,4,1)/ $\alpha$ は、小さい直径を持つが、2次元網であり、次数が2倍である。1D-SRTは次数がChordal Ringとあまり変わらないにもかかわらず、ノード数が増加しても直径が急激に増加しない。1D-SRTは、階層構造により次数や網の構成を変化させることなくノード数を増加できるので、スケーラビリティに優れているといえる。

## 5. まとめ

本論文は、構造が単純な1次元の基本型SRT網を拡張し、2種類の派生型SRT網を定めた。基本型SRTでリンク本数が少ないノードに付加的なバイパスリンクを設け、バイパスリンクの本数によって、LongSpan SRT, ShortSpan SRTの2つの派生型SRTを定義した。それぞれのSRTについて、基本型SRTの再帰ルーティングを拡張したルーティング手法を示し、直径について議論した。網の平均距離を評価したところ、ノード数が少ない場合、派生型SRTは数%平均距離を短縮できることが分かった。また、派生型SRTの直径は、基本型SRTの直径のおよそ3/4倍に短縮できた。

今後の課題として、派生型SRTの多次元への拡張、および多次元SRTでの適応型ルーティング手法の検討を行う予定である。

謝辞 本研究の一部は科学研究費補助金を用いて行われた。関係各位に感謝する。

## 参考文献

- 1) 楊 愚魯, 天野英晴, 柴村英智, 末吉敏則: 超並列計算機向き結合網: RDT, 信学論, Vol. J78-D-I, No.2, pp.118-128 (1995).
- 2) Lin, C.-C. and Prasanna, V.K.: A Routing Algorithm for PEC Networks, *Proc. Fourth Symposium on the Frontiers of Massively Parallel Computation*, pp.170-177 (1992).
- 3) 井口 寧, 堀口 進: 超並列計算機向きプロセッサ結合網 SRT, 信学技報, Vol.95, No.327, CPSY95-69, pp.25-30 (1995).
- 4) 川井雅之, 井口 寧, 堀口 進: 超並列計算機向き相互結合網 SRT のデッドロックフリールーティング, 情報処理学会論文誌, Vol.40, No.5, pp.1977-1984 (1999).

(平成 15 年 1 月 6 日受付)

(平成 15 年 4 月 3 日採録)