

Title	線形な様相論理と時間論理の研究
Author(s)	山下, ひとみ
Citation	
Issue Date	2007-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/3580
Rights	
Description	Supervisor:小野 寛晰, 情報科学研究科, 修士

線形な様相論理と時間論理の研究

山下 ひとみ (510107)

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

2007 年 2 月 8 日

キーワード: 線形様相論理、線形時間論理、完全性、サークル、公理化.

アリストテレスによって体系的な研究が始められた様相論理は、C.I.Lewis や C.H.Langford らによって、現代的な観点から整理され、今日の様相論理の礎を築いた。また、S.A.Kripke によって導入されたクリプキ意味論は、様相論理の飛躍的な発展に大いに貢献した。

様相論理は古典論理では扱われていなかった「必然性」や「可能性」に関わる命題を扱う論理学である。この「必然性」や「可能性」を表現するために、様相演算子の $\Box$ と $\Diamond$ を導入する。この $\Box$ と $\Diamond$ には、様々な解釈があるが、それらは好意的に受け入れられるものである。

ここで、 $\Box$ を「いつも」、 $\Diamond$ を「ある時点で」と解釈した場合に注目する。これは、論理式の真理値が時間に依存した体系である時間論理と呼ばれるものになる。時間論理は、「時間」という概念を扱う性質上、自然言語処理や人工知能、並列プログラムの仕様検証や記述など、情報科学の幅広い分野で応用されていることから、その研究は情報科学全般において非常に有用なものであるといえる。時間論理の時間構造は、時間を一本の線のように考える線形時間論理と、時間はある場面において分岐していると考えられる分岐時間論理の二種類に大別できることが知られている。特に、この線形時間論理に関しては、2006 年 2 月に本学で行われた修士論文審査会で、線形離散時間論理の完全性に関する研究成果が発表された。

米森の修士論文では、Goldblatt によるクラスタの概念を用いた離散時間論理 LinDisc の完全性の証明方法に対し 2 つの問題点が指摘され、証明の修正がされた。この問題点とは、1 つ目は整数フレーム $(Z, <)$ からダンベル D への p-モルフィズムが存在しないことであり、2 つ目はダンベル D で公理型 Z_F および Z_P が偽になることであった。ここで、LinDisc の公理をすべて満たすようなフレームとしてサークルと呼ばれるフレームを考えることができる。サークルでは整数フレーム $(Z, <)$ からの p-モルフィズムが存在し、公理型 Z_F および Z_P も恒真となる。しかし、サークルによって特徴づけられる体系と LinDisc では体系が異なることが知られている。よって、本研究ではまだ知られていないサークルの公理を明らかにすることを目的とする。

本論文の構成は、第2章で線形様相論理と線形時間論理の完全性について議論するために、様相論理と時間論理の基本的な概念や結果について述べ、第3章で Goldblatt による線形な様相論理と時間論理の完全性の照明方法を紹介し、第4章でその証明方法の問題点について述べている。また、第5章ではこの問題点の解決の際に浮かんできた疑問である、未だ知られていなかったサークルの公理を明らかにしている。さらに、第6章では今後の研究のために稠密な線形時間論理の紹介を行っている。以下では、サークルの公理化についての概要を示す。

離散的線形時間論理 LinDisc の公理をすべて恒真にするフレームとして、サークルが考えられる。しかし、サークルでは反射律が成り立つため、 LinDisc とは異なる体系になってしまう。このとき、サークルによって特徴づけられる体系 L_C は LinDisc のすべての公理 $L(= C_F, C_P, 4_F, 4_P, D_F, D_P, Z_F, Z_P, \text{線形性の公理})$ の他に、 R が反射的であることに対応する公理 T_F および T_P が加わった体系であることが予想される。

定理 1

サークルで特徴づけられる体系 L_C は体系 $L' (= L + T_F + T_P)$ と等しくなる。

これは、はじめに任意のサークル C' で T_F および T_P が恒真になることを示し、次に Goldblatt の完全性の証明方法に基づき、 L' で証明可能でない論理式 A に対しあるサークル C'' で A が偽となることを示すことで、この定理が正しいことが証明される。

また、これらの公理型を見直すことで以下のことがいえる。

1. Z_F は 5_F と T_F を公理として認めれば導かれる。
 Z_P は 5_P と T_P を公理として認めれば導かれる。
2. 4_F は 5_F と T_F を公理として認めれば導かれる。
 4_P は 5_P と T_P を公理として認めれば導かれる。
3. D_F は T_F を公理として認めれば導かれる。
 D_P は T_P を公理として認めれば導かれる。
4. 線形は 5_F と $T_F, 5_P$ と T_P を公理として認めれば導かれる。
5. C_P は C_F を公理として認め、 $[F]A \leftrightarrow [P]A$ が恒真であることを利用すれば導かれる。
6. T_P は C_F と T_F を公理として認めれば導かれる。
7. 5_P は 5_F を公理として認め、 $[F]A \leftrightarrow [P]A$ が恒真であることを利用すれば導かれる。

1.～7. より、 L_C の公理はより簡単に $C_F, 5_F, T_F$ で与えられることが予想される。

定理 2

サークルで特徴づけられる体系 L_C は体系 $L^*(= C_F, 5_F, T_F)$ と等しくなる。

この証明は、はじめに任意のサークル C' で $C_F, 5_F, T_F$ が恒真になることを示し、次に Goldblatt の完全性の証明方法に基づき、 L^* で証明可能でない論理式 A に対しあるサークル C'' で A が偽となることを示すことで、この定理が正しいことが証明される。

主な参考文献

1. Robret Goldblatt, Logic of Time and Computation, Center for the Study of Language and Information, 1992
2. 小野寛晰, 情報科学における論理, 日本評論社, 1994
3. 米森裕典, 離散時間論理 LinDisc の完全性の証明をめぐって, 北陸先端科学技術大学院大学修士論文, 2006