

Title	区間グラフにおける区間表現からMPQ-treeを効率よく構成するアルゴリズムに関する研究
Author(s)	斎藤, 寿樹
Citation	
Issue Date	2007-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10119/3617">http://hdl.handle.net/10119/3617</a>
Rights	
Description	Supervisor:上原 隆平, 情報科学研究科, 修士

# 区間グラフにおける区間表現から $MPQ$ -tree を効率よく構成するアルゴリズムに関する研究

斎藤 寿樹 (510040)

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

2007年2月8日

キーワード: 区間グラフ, 区間表現,  $MPQ$ -tree, グラフアルゴリズム.

区間グラフは1950年代の後半に数学者の Hajös と, 分子生物学者の Benzer が独立に研究を始めたグラフクラスである. あるグラフ  $G = (V, E)$  が区間グラフであるとは,  $V$  の各頂点を数直線上の区間に対応づけることができ,  $V$  の各頂点が隣接することの必要十分条件が, 対応する区間が重なりを持つときを言う. この区間の集合を区間グラフの区間表現という. 区間グラフは一つの区間を時間, 温度などと考えることにより, 様々な応用がある. 特に, バイオインフォマティクスにおいて, DNA の断片を一つの区間と考えることができる. このとき膨大な情報はグラフ表現ではなく区間表現で与えられる. このように区間グラフの実際の応用では, 区間グラフは区間表現を入力として与えられることが想定される.

区間グラフのクラスはグラフ理論的な観点から見ると, 弦グラフのクラスの部分クラスである. 一般のグラフ上では NP 困難で手に負えないとされる多くの問題が, こうした弦グラフや区間グラフ上では効率よく解けることが知られている. 例えば, こうしたグラフの認識問題, 同型性判定問題といった基本的な問題はこれまで活発に研究されてきた.

$PQ$ -tree は1976年に Booth と Lueker によって区間グラフを認識するために導入されたデータ構造である.  $MPQ$ -tree(modified  $PQ$ -tree) は1989年に Korte と Möhring によって区間グラフの認識のために考案されたデータ構造であり,  $PQ$ -tree を拡張して得ることができる.  $MPQ$ -tree を用いると, 与えられた2つの区間グラフの同型性の判定を入力線の線形時間で行うことができ, また対応する区間グラフのすべての区間表現を作ることができる. そして,  $O(|V|)$  領域で表現できるコンパクトな構造である. このように  $MPQ$ -tree は区間グラフの応用に有用なデータ構造である.

したがって, 区間表現を入力として与え,  $MPQ$ -tree を構成する効率の良いアルゴリズムは, 実用上, 重要である.

既存のアルゴリズムを用いて, 区間表現を入力として  $MPQ$ -tree を構成する方法は2通り存在する.

1つ目は次の手順である．まず，入力として与えられた区間表現を対応するグラフ表現にする．そして，グラフ表現を対応する  $PQ$ -tree に変換する．最後に， $PQ$ -tree から  $MPQ$ -tree を構成する．この方法はグラフ表現から  $PQ$ -tree を構成するとき，多くの場合分けを必要とするため，実装が容易ではない．また，グラフ表現が  $O(|V| + |E|)$  領域を用いているので，本質的に  $O(|V| + |E|)$  時間かかってしまう．

2つ目は次の手順である．まず，入力として与えられた区間表現を対応するグラフ表現にする．そして，グラフ表現から対応する  $MPQ$ -tree を直接構成する．この方法はグラフ表現から  $PQ$ -tree を構成するときよりも，場合分けの数を減らすことができる．しかし，まだ場合分けの数が 10 以上あり，実装は複雑なものになってしまう．また， $PQ$ -tree を経由するときと同様に  $O(|V| + |E|)$  時間・領域かかってしまう．

このように，既存の手法では入力の区間表現をまずグラフ表現に変換しなければならなかった．そして，場合分けが多いため，実装が容易ではなく，さらに  $O(|V| + |E|)$  時間・領域かかってしまう．

本論文では，区間表現を入力として与え， $MPQ$ -tree を直接構成する．このアルゴリズムはグラフ表現を用いず， $O(|V|)$  時間・領域で動作する．また，スタック操作を中心とした単純なアルゴリズムで，実装も容易である．

本論文において，最初の入力の区間表現は端点が順番に与えられるものとする．このとき，例えば「区間 1 の左端点」，「区間 2 の左端点」という連続した入力と「区間 2 の左端点」，「区間 1 の左端点」という連続した入力は，本質的に同じものであると考えられる．こうした冗長性を持つ入力をそのまま扱うのは煩雑である．そこで，処理を簡単にするため，入力の区間表現を冗長性を含まないコンパクトな区間表現に変換する．さらにアルゴリズムを単純にするため，コンパクトな区間表現の番号に一定の規則を与える．そして，コンパクトな区間表現の端点を左から走査し，対応する  $MPQ$ -tree を構成する．各走査では，端点を読み込むごとにスタック操作とそれに付随した処理を  $O(1)$  時間・領域で実行する．その結果，グラフ表現を経由せず， $O(|V|)$  時間・領域で  $MPQ$ -tree を構成することができる．