

Title	Kripke completeness of some distributive substructural logics
Author(s)	鈴木, 智之
Citation	
Issue Date	2007-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/3619
Rights	
Description	Supervisor:小野 寛晰, 情報科学研究科, 修士

Kripke completeness of some distributive substructural logics

鈴木 智之 (510053)

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

2007 年 2 月

キーワード: Distributive substructural logics, Relational semantics, Stone's duality, Canonical model, Canonical extension.

部分構造論理とは、Gentzen によって導入された証明体系である LK や LJ から、構造に関する推論規則をいくつか、もしくはすべて、取り除くことによって得られる。部分構造論理を研究する主な動機は、構造に関する推論規則が論理的性質との関係を調べることにある。また、これらの論理は、多値論理、ファジー論理、適切論理など既によく研究されている論理を統一的に考えられる論理でもある。一般に、この部分構造論理の意味論は、代数を用いることが多く、それにより様々な論理的性質が証明されている。

論理に対して代数的な意味論を考える理由の一つは、論理的に重要な性質である『健全性』と『完全性』を同時に証明できる Lindenbaum-Tarski の手法を用いられることだと言える。一方では、Kripke によって導入された関係の意味論という考え方が最近注目を集めている。その理由の一つは、関係の意味論が人間の直感で理解しやすいものであり、そのため automata や transition system のように情報科学の多くの分野で応用が考えられているからである。

このような観点で見ると、代数的意味論と関係の意味論との間には一見何のつながりも無いように感じるかもしれないが、Stone の表現定理はこれらの意味論の間にはよい関係があるということを示唆している。実際に、様相論理においてある論理が canonical であれば、Stone の双対性により、その論理が Kripke の関係の意味論において完全であるという結果も知られている。

最近になって、部分構造論理に対するいくつかの関係の意味論が導入されているが、それらの多くは Stone の双対性に位相的性質を加えた Priestley の双対性に基づいている。また部分構造論理の一部であると考えられる適切論理についても、それとは全く別に、Routley-Meyer の関係の意味論があり、Urquhart が適切論理の代数的意味論と Routley-Meyer の関係の意味論に対して双対性を示している。さらに、Seki により適切様相論理における関係の意味論が導入され、Sahlqvist の定理まで示した。

しかしながら、本研究対象である分配律を有する部分構造論理についての関係の意味論の結果はあまり知られていないと思われる。そこで本研究ではあまり知られていない分配

律を持つ部分構造論理に関する一般的な意味論を導入することを目的としている。本研究の他の研究結果との相違点は、以下であると考える。

- Priestley の双対性に基づくものではなく、Stone の双対性に基づくものであるため、一つのもとになる集合とその上の 3 項間関係だけで定義されている。
- ただ一つの 3 項間関係だけで、すべての論理結合子 ($\vee, \wedge, \circ, \backslash, /$) に対する解釈を与えることができている。
- 様相論理や直観主義論理における Kripke の関係的意味論のように、“One set & One relation” のシンプルな定義であるため、様相論理のように様々な論理的性質や証明手法を部分構造論理に対して適応できる可能性が高い。

以下が本研究によって得られた結果である。

- 本研究によって定義した関係的意味論とすべての構造に関する推論規則との関係を明らかにし、それにより、分配律を持った部分構造論理の基本となるすべての論理 ($\mathbf{DFL}, \mathbf{DFL}_c, \mathbf{DFL}_e, \mathbf{DFL}_w, \mathbf{DFL}_{ce}, \mathbf{DFL}_{ew}, \mathbf{DFL}_{cew}$) に対して、関係的意味論に基づいた完全性を証明した。
- Stone の双対性を分配律を持った部分構造論理における双対性まで拡大できた。
- Descriptive という概念を用い、分配律を持った部分構造論理のすべての論理に対して、より一般的な関係的意味論についての完全性を示した。