

Title	移動通信における受信波包絡線レベルを用いたチェイス第2アルゴリズムによるブロック符号の復号法
Author(s)	松本, 正
Citation	電子情報通信学会論文誌 B, J71-B(1): 33-40
Issue Date	1988-01-20
Type	Journal Article
Text version	publisher
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10119/4706">http://hdl.handle.net/10119/4706</a>
Rights	Copyright (C)1988 IEICE. 松本 正, 電子情報通信学会論文誌 B, J71-B(1), 1988, 33-40. <a href="http://www.ieice.org/jpn/trans_online/">http://www.ieice.org/jpn/trans_online/</a>
Description	

移動通信における受信波包絡線レベルを用いたチェイス第2アルゴリズムによるブロック符号の復号法

正員 松本 正†

Chase's Second Algorithm using Received Carrier Level as CMI for Decoding Block Codes in Mobile Data Communication

Tadashi MATSUMOTO†, Member

あらまし 移動通信におけるデジタル信号伝送では、マルチパスフェージングによる符号誤りを改善する方法としてブロック符号による誤り制御が有効である。Chase は、channel measurement information (CMI) を用いるブロック符号の効率的な軟判定復法を提案している。本論文では、Chase の第2アルゴリズムについて CMI として受信波包絡線レベルを用いる方法の、レイリーフェージング下でのワード誤り率特性を検討した。まず、ビット間の受信波包絡線が独立に変動すると仮定し、受信した1フレームで消失としないビットの受信 CNR の確率密度関数を導出して符号の代数的構造に依存しない上下界のワード誤り率を求め、計算機シミュレーションにより理論値の妥当性を確認した。次に、ビット間の受信波包絡線の変動に相関がある場合について、Golay 符号を例に計算機シミュレーションによりワード誤り率特性を明らかにすると共に、受信 CNR の変動を独立にし、誤りをランダム化するのに必要なビットインタリーブのサイズを求めた。

1. まえがき

マルチパスフェージングのある移動通信におけるデジタル信号伝送では誤り訂正符号化による誤り制御が不可欠であり<sup>(1)</sup>、BCH 符号などのブロック符号がよく用いられている<sup>(2),(3)</sup>。誤り訂正ブロック符号の復号法としては、符号の持つ代数的性質に着目して受信語に最も近い符号語を求める最小距離復号法が従来から用いられてきた。この復号法では受信語の各ビットの信頼度は復号結果に何ら影響を与えない。従って、符号間距離から定まる誤り訂正能力を越えるビット数の誤りが発生した場合にはワード誤りとなる。ワード誤り率特性を改善する復号法として軟判定復号法があるが<sup>(4)~(6)</sup>、復号の最尤(ゆう)性を厳密に守ろうとすると、符号語数が多くなるに従い復号処理が膨大になる。Chase は最尤復号に近い特性を得ることのできる、channel measurement information (CMI) を用いた軟判定復号法を提案した。そして、復調出力と受信波包絡線レベルから CMI を求める場合の、レイリーフ

フェージング下での復号特性の上界と下界を理論的に与えた。また、この復号法を近似的に実行する実用的な3種類のアルゴリズムを提案して、計算機シミュレーションにより特性解析を行った<sup>(6)</sup>。この中で、第2のアルゴリズムは復号の基本原理解に比較的忠実で計算量が少なく、しかも特性の劣化が少ないアルゴリズムである。

ところで、移動通信ではレイリーフェージングによる受信波包絡線のレベル変動は数十 dB にもおよぶ。このため、受信したフレーム内で受信波包絡線レベルの変動が独立に近ければ、CMI として受信波包絡線レベルのみを用いてもワード誤り率特性が改善できる。更にこの場合には、FSK-リミタディスク検波のような非線形変復調に対しても、受信波包絡線レベルを測定すれば軟判定復号が可能となる。

本論文では、ビット誤り率が受信 CNR の指数関数で表される場合(非同期 FSK, 差動同期 PSK など<sup>(7)</sup>)を対象に、受信波包絡線レベルを CMI として用いて Chase の第2アルゴリズムを実行する方法についての、レイリーフェージング下におけるワード誤り率特性を明らかにする。まず、2.において、復号アルゴリズムを具体的に説明する。Chase の論文では基本となる

† NTT 無線システム研究所, 横須賀市  
NTT Radio Communication Systems Laboratories, Yokosuka-shi, 238 Japan

復号法に対するワード誤り率の上下界が与えられてはいたが、第2のアルゴリズムについては理論値が求まっていなかった。そこで、3.で、ランダム誤りの仮定の下でワード誤り率の上下界を理論的に求め、4.で計算機シミュレーションにより検討の妥当性を示す。更にシミュレーションではランダム誤りの仮定が成り立たない場合のワード誤り率特性を求め、受信波包絡線の変動をビット間で独立にし、同時に誤りをランダム化するビットインタリーブサイズとワード誤り率との関係も明らかにする。

### 2. 復号アルゴリズム

受信 CNR  $\gamma$  は、受信波包絡線を  $R$ 、受信機の平均雑音電力を  $N_0$  として、

$$\gamma = \frac{R^2}{2N_0} \quad (1)$$

により定義される<sup>(7),(8)</sup>。これは、受信波を包絡線検波することにより、着目するビットを受信したときの受信 CNR が検出できることを意味する。受信 CNR が  $\gamma$  であるときのビット誤り率  $P_E(\gamma)$  は、非同期 FSK、および差動同期 PSK を用いる場合、

$$P_E(\gamma) = \frac{1}{2} \exp(-a\gamma) \quad (2)$$

$a=1/2$  : 非同期 FSK  
 $a=1$  : 差動同期 PSK

で表される<sup>(7)</sup>。移動通信では、レイリーフェージングによって受信 CNR が大きく変動し、このためビット誤り率もそのときの受信波包絡線レベルに応じて変動する。このことは、受信したブロック符号の1フレームを復号する場合、受信波包絡線レベルを検出すればフレーム内でビット誤り率の悪いビットの影響を少なくする復号が可能であることを示している。

受信語  $Y$  の第  $i$  ビットに対する CMI として受信 CNR  $\gamma_i$  を用いるときの Chase 第2のアルゴリズムは以下ようになる。

- ① 受信語  $Y$  の各ビットの内、受信 CNR  $\gamma_i$  の小さいものから順に  $K$  ビットを選ぶ。
- ② この  $K$  ビットを消失とし、 $2^K$  種類の  $K$  ビットパターンをこの部分にあてはめて最小距離復号法による誤り訂正を行う。
- ③ ②で求めたそれぞれの復号結果に対して受信 CNR が  $\gamma_i$  であるときのビット誤り率  $P_E(\gamma_i)$  を用いて事後確率を計算し、最大のものを求める。ところで、 $P_E(\gamma_i)$  は式(2)に示されるように  $\gamma_i$  が大き

くなるにつれて急激に減少する性質を有する。このため、事後確率の最大値は最小距離復号後に誤りであると判定されたビットに対するビット誤り率の積にほぼ等しく、事後確率を最大とする符号語を求めることは、誤りビットと判定されたビットの受信 CNR の和を最小とする符号語を求めることにほとんど等価であることがわかる。従って、以上のアルゴリズムを整理して示すと、

$$\begin{aligned} & Y = (Y_1, \dots, Y_N) : \text{受信語} \\ & \gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_N) : \text{各ビットの識別時点} \\ & \quad \text{における受信 CNR} \\ & \Omega : K \text{ ビットを消失として代数的復号を行った結果} \\ & \quad \text{得られる符号語の集合} \\ & X_j = (X_{j1}, \dots, X_{jN}) : \Omega \text{ 内の } j \text{ 番目の符号語} \\ & \text{とするとき,} \\ & \text{「}\Omega \text{ 内で} \\ & \sum_{j=1}^N \gamma_i (Y_i \oplus X_{ji}) \longrightarrow \text{Min} \quad (3) \\ & \text{となる符号語 } X_j \text{ を見出せ」} \end{aligned}$$

となる。但し、 $\oplus$  は排他的論理和を表す。

### 3. ワード誤り率の計算

図1に示すように、消失ビット数を  $K$ 、誤り訂正ビット数を  $C$ 、符号間距離を  $2d+1$  とするとき、誤り訂正ビット数  $C$  が、(i)  $C \leq [(2d-K)/2]$  のときと (ii)  $C > [(2d-K)/2]$  のときの二つの場合に分けて考察することができる。但し  $[\cdot]$  はガウスの記号である。(i) の場合には複数の符号語の復号エリアに重なりがないから ( $\Omega$  にはただ一つの符号語が含まれる) 式(3)の軟判定復号によらなくても受信語の復号は可能で、 $K$  ビットを消失とすることにより受信 CNR の大きい  $N-K$  ビットを選択することができるため消失扱いを

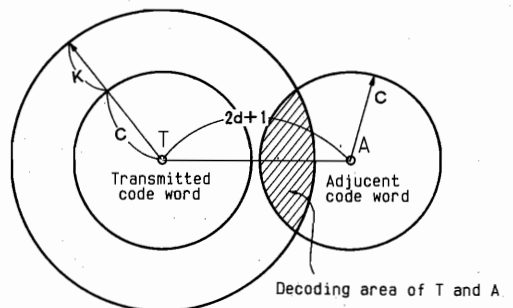


図1 復号エリアと誤り訂正ビット数、消失ビット数の関係  
 Fig. 1 Geometric sketch for decoding area.

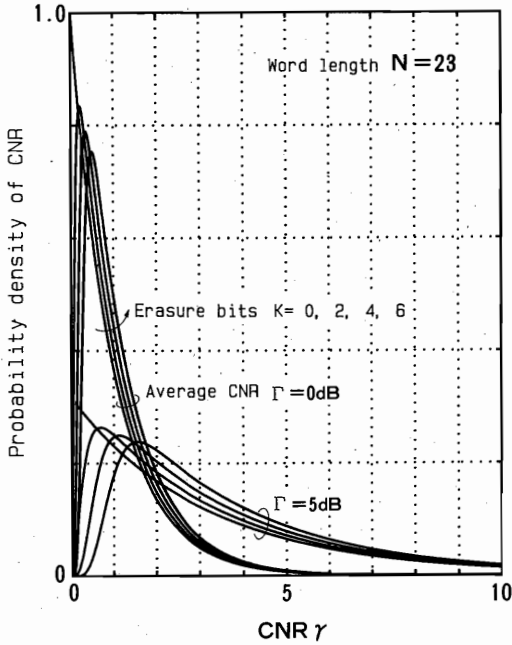


図2 CNRの確率密度関数  
Fig. 2 Probability density function of CNR.

しない場合よりもワード誤り率特性の改善が期待できる。(ii)の場合には受信語が複数の符号語の復号エリアに属するため、最も確からしい符号語を選ぶために軟判定復号が必要となる。以下では、フレーム内の各ビット間で受信波包絡線が独立なレイリー分布に従って変動しているものと仮定し(i)および(ii)についてワード誤り率を求める。受信CNRが各ビット間で相関を持つ場合の解析は困難なため、4.において計算機シミュレーションによりワード誤り率を求めることにする。

### 3.1 $C \leq [(2d-K)/2]$ の場合

受信CNRが悪い順にKビットを消失扱いとすることにより、残りのN-Kビットには受信CNRの良いビットが残る。消失扱いとしないN-Kビットでの受信CNRの確率密度  $p_c(\gamma)$  は

$$p_c(\gamma) = \frac{N}{N-K} p(\gamma) \cdot \sum_{M=1}^{N-K} \binom{N-K}{M-1} C_{K+M-1} P(\gamma)^{K+M-1} \cdot \{1-P(\gamma)\}^{N-K-M} \quad (4)$$

となる(付録1参照)。  $p(\gamma)$  および  $P(\gamma)$  は、すべてのビットを対象とした受信CNRの確率密度関数および

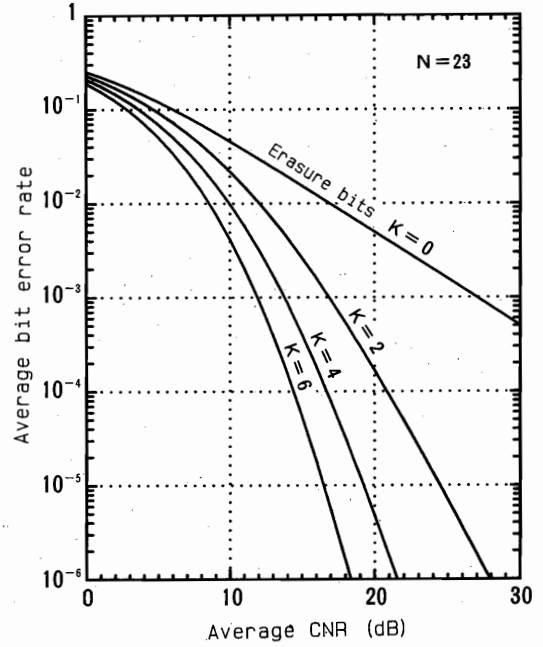


図3 非消失部分の平均ビット誤り率  
Fig. 3 Average BER of remainder bits.

累積分布関数であり、レイリーフェージング下では、

$$p(\gamma) = \frac{1}{\Gamma} \exp(-\gamma/\Gamma) \quad (5)$$

$$P(\gamma) = 1 - \exp(-\gamma/\Gamma) \quad (6)$$

となる。但し、 $\Gamma$  は平均CNRを表す。図2に一例として  $N=23$  の場合の  $p_c(\gamma)$  を示す。図2より明らかなように消失ビット数Kが大きくなるに従って残り  $N-K$  ビットが大きな受信CNRをもつ確率が大きくなってゆくことがわかる。換言すれば、ビット消失によりフレーム内で受信CNRの悪い任意のビットを除去できる。消失扱いとしないビットでの平均ビット誤り率は、

$$P_{b1} = \int_0^{\infty} P_E(\gamma) p_c(\gamma) d\gamma \quad (7)$$

により計算できる。

図3に、 $N=23$  の場合について求めた平均受信CNRと  $P_{b1}$  の関係を示す。Kが大きいかほど平均誤り率特性が改善されてゆく様子がわかる。一方、Kが大きいかほど  $C \leq [(2d-K)/2]$  をみたす誤り訂正ビット数Cは小さくなり誤り訂正能力が低下するから、ワード誤り率特性が良くなるとは限らない。ワード誤りは消失扱いとしないN-Kビット中の誤りビット数が

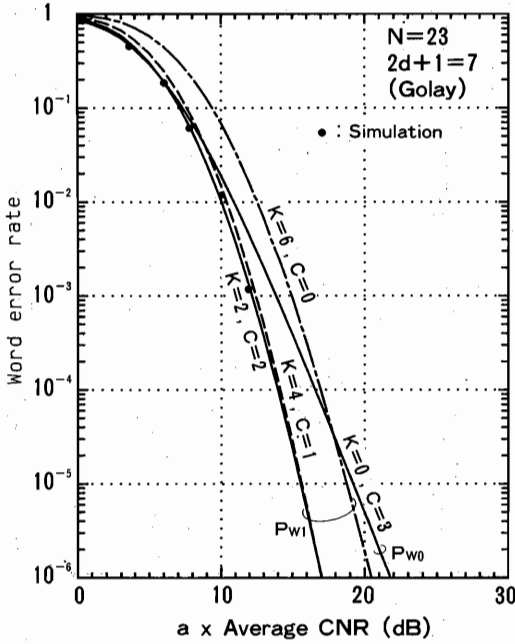


図4 ワード誤り率 ( $C \leq [(2d-K)/2]$ )  
Fig. 4 Word error rate ( $C \leq [(2d-K)/2]$ )

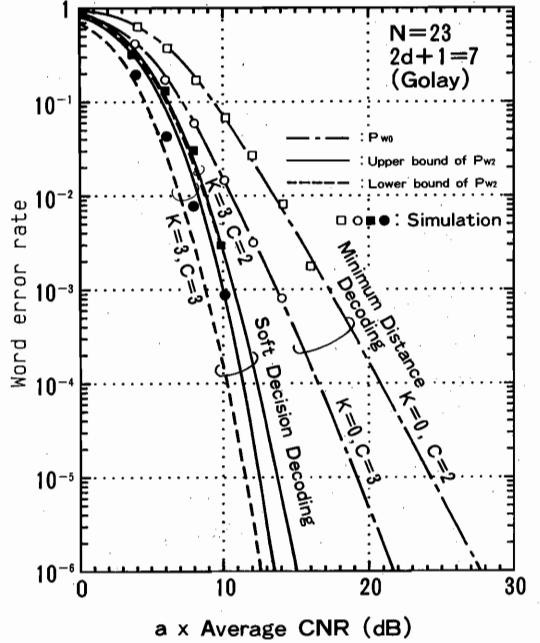


図5 ワード誤り率 ( $C > [(2d-K)/2]$ )  
Fig. 5 Word error rate ( $C > [(2d-K)/2]$ )

$C+1$ 個以上のときに生じる<sup>†</sup>。ランダム誤りを仮定しているためワード誤り率は次式となる。

$$P_{w1} = 1 - \sum_{i=0}^C N-K-C_i P_{b1}^i (1-P_{b1})^{N-K-i} \quad (8)$$

図4に、式(7)より求めた  $N=23, 2d+1=7$  の場合の平均受信 CNR と  $P_{w1}$  の関係を示す。消失ビット数  $K=2$ 、誤り訂正ビット数  $C=2$  のときに、最もワード誤り率が小さくなる。ワード誤り率  $=10^{-3}$  を得る受信 CNR は、消失扱いをせず3ビット誤り訂正を行う場合 ( $K=0, C=3$ ) より約 2dB だけ低減される。

### 3.2 $C > [(2d-K)/2]$ の場合

この場合のワード誤り率  $P_{w2}$  は次式で与えられる。

$$P_{w2} = P_{w2}' + P_{w2}'' \quad (9)$$

但し、 $P_{w2}'$  は消失扱いとしない  $N-K$  ビット中に  $C+1$  個以上の誤りが発生する確率、 $P_{w2}''$  は消失扱いとしない  $N-K$  ビット中の誤り数は  $C$  個以下だが、軟判定復号を行った結果、誤って復号される確率を表す。 $P_{w2}''$  は式(7)の  $P_{w1}$  の表現に等しく、これがワード誤り率の下界を与える。一方、 $P_{w2}'$  は厳密には符号の代数的構造に依存するが、符号の代数的構造に依存しない上界を与えることはできる(付録2参照)。従って、ワード誤り率  $P_{w2}$  は次式のように上界、下界として求め

<sup>†</sup> ワード誤りとは、正しく復号されない場合である。

ることができる。

$$\begin{aligned} & 1 - \sum_{i=0}^C N-K-C_i P_{b1}^i (1-P_{b1})^{N-K-i} \\ & \leq P_{w2} \leq 1 - \sum_{i=0}^C N-K-C_i P_{b1}^i (1-P_{b1})^{N-K-i} \\ & + \sum_{m=0}^K \sum_{n=2d+1-K-C}^C K C_m \cdot N-K C_n \cdot P_w^{(mn)} \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 $P_w^{(mn)}$  は消失扱いの  $K$  ビット中に  $m$  個、消失扱いとしない  $N-K$  ビット中に  $n$  個の誤りが発生したとき、誤って復号される確率である(詳細は付録2参照)。

図5に、 $N=23, 2d+1=7$  の場合の平均受信 CNR と  $P_{w2}$  の上界と下界の関係を計算した結果を示す。図中には、最小距離復号によるワード誤り率  $P_{w0}$  も比較のため示してある。図より以下のことがいえる。

(A)  $K=3, C=2$  の場合、上界と下界はほとんど一致し、式(10)で充分精度のよい評価ができる。 $K=3, C=3$  の場合、上界と下界で約 1.5 dB の差がある。

(B)  $K=3, C=2$  の特性は3ビット誤り訂正だけを行う場合 ( $K=0, C=3$ ) よりも、ワード誤り率  $10^{-3}$  を得る平均受信 CNR で約 4 dB 改善される。

(C)  $K=3, C=3$  の特性は  $K=3, C=2$  の特性よりも、ワード誤り率  $10^{-3}$  を得る平均受信 CNR で更に

約1 dB改善される。

(D) 6ビットまでの誤りをすべて訂正できるとするとワード誤り率 $10^{-3}$ を得る平均受信CNRは約8 dBとなる。 $K=3, C=3$ の場合の改善量はこれより2 dB少ないにすぎない。

#### 4. 計算機シミュレーション

3.では各ビットの受信CNRが独立な場合についてワード誤り率を求めた。各ビットの受信CNRが独立でないときは、消失部分および消失としない部分のビットの受信CNRの結合確率密度を求めることが困難になる。そこで、計算機シミュレーションによりGolay(23, 12)符号を対象にワード誤り率を求めることにした。ビット間での受信CNRの変動を独立にし、同時にビット誤りをランダム化する方法としてインタリーブが有効である。シミュレーションは、 $23 \times M$ ビットインタリーブを考慮して以下の手法により行った。

① すべての方向から多重波が一様密度で到来している中を移動体が等速度走行( $V$ [m/s])しているモデルにより、レイリーフェージングによる受信波の包絡線変動を発生させる。この場合、フェージングの最大ドップラー周波数 $f_d$ は搬送波の波長を $\lambda$ として $f_d = V/\lambda$ で与えられる。

②  $f_d T$  ( $T = MT_b, 1/T_b =$  ビットレート)の周期で受信波包絡線を順次サンプリングして、第1~23番目のビットの受信CNRを求める。

③ 第 $i$ ビットの受信CNR $\gamma_i$ から、式(2)によりビット誤り率を求める。

④ 区間(0, 1)の乱数を発生させ、 $i$ 番目の乱数値

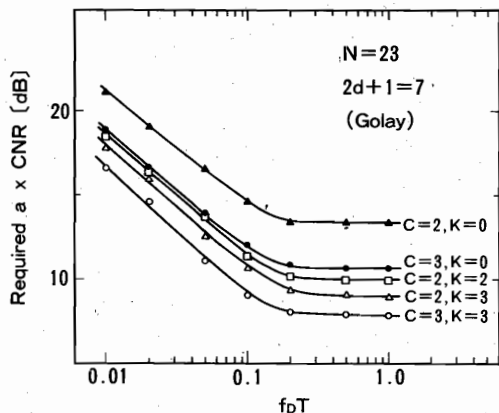


図6  $f_d T$ とワード誤り率 $10^{-2}$ を得る所要CNRの関係  
Fig.6 Normalized doppler frequency vs. required  $a \times$  CNR for obtaining WER= $10^{-2}$ .

$X_i$ が、 $X_i < P_E(\gamma_i)$ のとき、第 $i$ ビットを誤りとする。

⑤ ④で得られた誤りパターンに対して軟判定アルゴリズムを実行し、ワード誤り率を求める。

$\gamma_i$ が独立な場合( $f_d T$ が充分大きい場合)のワード誤り率特性のシミュレーション結果を図4、および図5に示した。計算値とシミュレーション結果はよく一致しており3.の解析結果の妥当性が示された。

$f_d T$ が小さくなるにつれてビット間での誤りの相関が高くなるから、ワード誤り率特性は劣化する。図6に、 $f_d T$ とワード誤り率 $10^{-2}$ を得るのに必要な平均受信CNRの関係を示す。比較のため、最小距離復号法による2、および3ビット誤り訂正の場合( $K=0$ )も示した。 $f_d T$ が小さくなるとワード誤り率は劣化するが、 $f_d T$ を0.2以上とするインタリーブを用いれば劣化は無視できることがわかる。最大ドップラー周波数 $f_d$ が40 Hzの場合(搬送波周波数900 MHz, 移動体走行速度約50 km/sに相当)、2.4 kbit/sの伝送を行うものとするインタリーブサイズとしては $23 \times 12$  ( $M=12$ )とすれば充分であることになる。

#### 5. むすび

ビット誤り率 $P_E$ が受信CNR $\gamma$ の指数関数で表される場合を対象に、受信波包絡線レベルをCMIとして用いたChase第2のアルゴリズムによるブロック符号の軟判定復号法について、ワード誤り率の上下界を理論的に求めた。この結果、Golay符号の場合、消失ビット数3、誤り訂正ビット数2とすると、3ビット誤り訂正の最小距離復号よりワード誤り率 $10^{-3}$ を得る受信CNRを約4 dB低減できることがわかった。次に、ビット間で受信波包絡線の変動に相関のある場合について、Golay符号を対象に計算機シミュレーションによりワード誤り率特性を明らかにすると共に、受信波包絡線の変動が独立な場合からの劣化が無視し得るのに必要なインタリーブサイズを明らかにした。従来、CMIに相関がある場合のChaseアルゴリズムの特性について論じた例は、第1アルゴリズムに対する文献(10)があるが、より実用的な第2、第3アルゴリズムに対する検討例は無かった。

本論文では、受信波の包絡線が検出できることを前提にしたが、厳密には受信波と雑音の合成信号の包絡線が検出され、受信波のみの包絡線は検出できない。しかし、ブロック符号のトレリスを用いた軟判定復号法で対数尤度比を受信CNRから求める方法についての報告<sup>(9)</sup>には、受信CNRを3ビットで量子化すれば

十分であることが示されており、このことから、受信波のみの包絡線が検出できないことの影響は少ないものと予想される。現在、実験による特性確認を行っており<sup>(11)</sup>、復調出力と受信波包絡線レベルから CMI を求める場合<sup>(5),(10)</sup>との特性比較を含めて、別の機会に報告したい。また、本論文では無視したが受信波のランダム位相による軽減不能な誤りを含めた特性の解明も、今後に残された課題である。

**謝辞** 本研究を行うに際し、有効な助言を下された当研究所平出主幹研究員、安達主幹研究員、ならびに移動通信事業部システム開発部倉本部長、渡辺担当部長、堀川主幹研究員に感謝する。また、討論に参加された関係各位にも感謝する。

## 文 献

- (1) P. J. Mabey: "Mobile radio data transmission—Coding for error control", IEEE Trans. Veh. Technol., VT-27, 3, pp. 99-109 (Aug. 1978).
- (2) 服部, 吉川, 金子, 駒形: "自動車電話制御信号全デジタル化信号構成", 研実報, 30, 10, pp. 155-164 (1981).
- (3) 桑原監修: "自動車電話", 電子通信学会, p. 319 (1985).
- (4) G. D. Forney Jr.: "Generalized minimum distance decoding", IEEE Trans. Inf. Theory, IT-12, 4, pp. 125-131 (April 1966).
- (5) D. Chase: "A class of algorithms for decoding block codes with channel measurement information", IEEE Trans. Inf. Theory, IT-18, 1, pp. 170-182 (Jan. 1972).
- (6) J. K. Wolf: "Efficient maximum likelihood decoding of linear block codes using a trellis", IEEE Trans. Inf. Theory, IT-24, 1, pp. 76-80 (Jan. 1978).
- (7) S. Stein and J. J. Jones, 関監訳: "現代の通信回線理論", 森北出版, pp. 238-258 (1970).
- (8) W. C. Jakes: "Micro wave mobile communications", J. W. & Sons, pp. 313-329 (1974).
- (9) 松本正: "線形ブロック符号のトレリス復号法の移動通信データ伝送への適用法とその特性", 信学論(B), J70-B, 11, pp. 1430-1432 (昭 62-11).
- (10) 宮垣, 森永, 滑川: "デジタル移動無線におけるブロック FEC に対する軟判定利得", 信学技報, CS85-31 (1985).
- (11) 松本正: "移動通信データ伝送における CHASE 第 2 アルゴリズムによるブロック符号の復号法", 信学技報, IT87-25 (1987).
- (12) 細野敏夫: "BASIC による高速ラプラス変換", 共立出版 (1984).

## 付 録

### 1. 消失扱いとしない $N-K$ ビットの受信 CNR の確率密度の計算

消失としない  $N-K$  ビットを受信 CNR の低い順に並べたとき、下から  $M$  番目のビットの受信 CNR  $\gamma_M$  が  $\gamma \sim \gamma + \Delta\gamma$  に入る確率は、

$$\begin{aligned} \text{Prob}\{\gamma < \gamma_M \leq \gamma + \Delta\gamma\} \\ = \{ \text{一つのビットの受信 CNR が } \gamma \sim \gamma + \Delta\gamma \text{ に入り、かつ残りの } N-1 \text{ ビット中の } K+M-1 \text{ ビットが } \gamma \text{ 以下で残りの } N-K-M \text{ ビットが } \gamma \text{ 以上となる確率} \} \\ = p(\gamma)\Delta\gamma \sum_{N-1}^{N-K-M} C_{K+M-1} \cdot P(\gamma)^{K+M-1} \cdot \{1-P(\gamma)\}^{N-K-M} \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 1)$$

で与えられる。着目する  $M$  番目のビットのとり方は  $N$  とおりあり、 $M$  は 1 から  $N-K$  までとり得る。従って消失扱いとしない  $N-K$  ビットの受信 CNR が、 $\gamma$  と  $\gamma + \Delta\gamma$  の間に入る確率を  $p_c(\gamma)\Delta\gamma$  とすれば、

$$\begin{aligned} p_c(\gamma)\Delta\gamma = \frac{N}{N-K} p(\gamma) \cdot \Delta\gamma \\ \sum_{M=1}^{N-K} C_{K+M-1} P(\gamma)^{K+M-1} \cdot \{1-P(\gamma)\}^{N-K-M} \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 2)$$

となる。

### 2. $P_w$ の上界の計算

消失扱いとする  $K$  ビット中に  $m$  個、消失扱いとしない  $N-K$  ビット中に  $n$  個の誤りが発生したとする。このとき、受信語に最も近い隣接符号からの符号間距離は  $e \geq 2d + 1 - m - n$  となるが、この  $e$  ビットの位置は実際の誤りビットの位置とは一致せず、誤りでない  $N-m-n$  ビット中から特定される。いま、実際の誤りビットにおける受信 CNR の和を

$$\gamma = \underbrace{\gamma_1 + \dots + \gamma_m}_{\text{消失とする部分の誤りビット}} + \underbrace{\gamma'_1 + \dots + \gamma'_n}_{\text{消失としない部分の誤りビット}} \quad (\text{A}\cdot 3)$$

とし、隣接符号からの誤りビットとして復号された  $e$  個のビットにおける受信 CNR の和を

$$\gamma_0 = \underbrace{\gamma_1'' + \dots + \gamma_s''}_{\text{消失とする部分の、隣接符号からの誤りとして復号されたビット}} + \underbrace{\gamma_1''' + \dots + \gamma_t'''}_{\text{消失としない部分の、隣接符号からの誤りとして復号されたビット}} \quad (\text{A}\cdot 4)$$

とする。受信側では、どちらの符号語が送信されたかと判定するのが確からしいかを式(3)により判定するので、

$$\gamma < \gamma_0 \quad (\text{A}\cdot 5)$$

のとき、送信された符号語に正しく復号されることになる。但し、 $s+t=e$  であり、 $s, t$  の値は誤り訂正符号

の最小距離復号により定まる。式(A・5)より明らかのように、 $\gamma_0$ の分布が高い方に寄るほど正しく復号される確率は高くなる。従って、消失扱いの $K$ ビット中に $m$ 個、消失扱いとしない $N-K$ ビット中に $n$ 個の誤りが発生してこれが誤って復号される確率 $P_w^{(mn)}$ の符号の構造によらない上界は、 $\gamma_0$ の分布が最も低い方に寄るように $e, s$ および $t$ の値を定めたときの、 $\gamma \geq \gamma_0$ となる確率に等しい。 $\gamma_0$ の分布が最も低い方に寄る条件は、 $e=2d+1-m-n, s=K-m$ の場合である。すなわち、隣接符号からの誤りビットとして復号されるビット数が最も少なく、しかもこれらのビットが、受信CNRが低い順に選んだ $K$ ビット中の誤りビットでない $K-m$ ビットをすべて含むように特定される場合である。 $P_w^{(mn)}$ の上界は重複する復号エリアに入るすべての $m, n$ の組について $P_w^{(mn)}$ の総和を求めることにより得られ、

( $P_w^{(mn)}$ の上界)

$$= \sum_{m=0}^K \sum_{n=2d+1-K-c}^C {}_K C_m \cdot {}_{N-K} C_n \cdot P_w^{(mn)} \quad (\text{A} \cdot 6)$$

となる。以下に $P_w^{(mn)}$ の上界の求め方を示す。

$P_w^{(mn)}$ の上界は、消失扱いとする $K$ ビット中に $m$ 個、消失扱いとしない $N-K$ ビット中に $n$ 個の誤りが発生する確率 $P_0^{(mn)}$ と、その条件下で $\gamma \geq \gamma_0$ となる確率の積で与えられる。まず、 $P_0^{(mn)}$ を求める。消失扱いとする $K$ ビットにおける受信CNRの確率密度関数 $p_e(\gamma)$ は、付録1と同様にして、

$$p_e(\gamma) = \frac{N}{K} p(\gamma) \cdot \sum_{M=1}^K {}_{N-1} C_{N-K+M-1} \{1-P(\gamma)\}^{N-K+M-1} \cdot P(\gamma)^{K-M} \quad (\text{A} \cdot 7)$$

となり、

$$P_{b1} = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \exp(-a\gamma) p_e(\gamma) d\gamma$$

および、

$$P_{b2} = \int_0^{\infty} \frac{1}{2} \exp(-a\gamma) p_e(\gamma) d\gamma \quad (\text{A} \cdot 8)$$

とすれば、 $P_0^{(mn)}$ は、

$$P_0^{(mn)} = {}_K C_m \cdot {}_{N-K} C_n \cdot P_{b2}^m (1-P_{b2})^{K-m} \cdot P_{b1}^n (1-P_{b1})^{N-K-n} \quad (\text{A} \cdot 9)$$

となる。

次に、消失扱いとする $K$ ビットの中で誤りとなったビットにおける受信CNR $\gamma_i (i=1, 2, \dots, m)$ 、および消失扱いとしない $N-K$ ビットの中で誤りとなったビットにおける受信CNR $\gamma_j' (j=1, 2, \dots, n)$ の和 $\gamma = \gamma_1 + \dots + \gamma_m + \gamma_1' + \dots + \gamma_n'$ の確率密度関数 $q_e(\gamma)$ を求める。 $\gamma_i$ および $\gamma_j'$ の確率密度関数 $p_{ee}(\gamma_i)$ および $p_{ce}(\gamma_j')$ はベイズの定理、

$$p(\gamma|E) = \frac{p(E|\gamma) \cdot p(\gamma)}{p(E)}$$

を用いて求めることができる。ここで、 $p(E|\gamma)$ は受信CNRが $\gamma$ のときの着目するビットの誤り率、 $p(\gamma)$ は $\gamma$ の確率密度関数、 $p(E)$ は平均ビット誤り率、 $p(\gamma|E)$ は着目するビットが誤りであることを条件付とする $\gamma$ の確率密度関数で $p_{ee}(\gamma_i)$ および $p_{ce}(\gamma_j')$ に相当する。すなわち、

$$p_{ee}(\gamma_i) = \frac{1}{2} \exp(-a\gamma_i) \cdot \frac{p_e(\gamma_i)}{P_{b2}} \quad (\text{A} \cdot 10)$$

$$p_{ce}(\gamma_j') = \frac{1}{2} \exp(-a\gamma_j') \cdot \frac{p_c(\gamma_j')}{P_{b1}} \quad (\text{A} \cdot 11)$$

となる。ビット間で受信CNRの変動が独立と仮定しているので、 $q_e(\gamma)$ は、 $\gamma_i$ および $\gamma_j'$ の特性関数をそれぞれ $F_{ee}(u)$ および $F_{ce}(u)$ として、

$$q_e(\gamma) = \int_0^{\infty} F_{ee}(u)^m F_{ce}(u)^n \cdot \exp(\gamma u) du \quad (\text{A} \cdot 12)$$

のように求まる。

次に、 $q_e(\gamma)$ の導出と同様にして、消失扱いとする $K$ ビットの中の誤りでない $s$ ビットにおける受信CNR $\gamma_k'' (k=1, 2, \dots, s)$ 、および消失扱いとしない $N-K$ ビットの中で誤りでない $t$ ビットにおける受信CNR $\gamma_l''' (l=1, 2, \dots, t)$ の和 $\gamma_0 = \gamma_1'' + \dots + \gamma_s'' + \gamma_1''' + \dots + \gamma_t'''$ の確率密度関数 $q_c(\gamma_0)$ を求める。 $\gamma_k''$ および $\gamma_l'''$ の確率密度関数をそれぞれ $p_{en}(\gamma_k'')$ および $p_{cn}(\gamma_l''')$ とすると、これらは着目するビットが誤りでないことを条件付としてベイズの定理を適用し、

$$p_{en}(\gamma_k'') = \left\{ 1 - \frac{1}{2} \exp(-a\gamma_k'') \right\} \frac{p_e(\gamma_k'')}{1-P_{b2}} \quad (\text{A} \cdot 13)$$

$$p_{cn}(\gamma_l''')$$



$$= \left\{ 1 - \frac{1}{2} \exp(-a\gamma_i''') \right\} \frac{p_c(\gamma_i''')}{1 - P_{b1}} \quad (\text{A} \cdot 14)$$

となる。 $\gamma_k''$  および  $\gamma_i'''$  の特性関数をそれぞれ  $F_{en}(u)$ ,  $F_{cn}(u)$  とすれば  $q_c(\gamma_0)$  は,

$$q_c(\gamma_0) = \int_0^\infty F_{en}(u)^s F_{cn}(u)^t \cdot \exp(\gamma_0 u) du \quad (\text{A} \cdot 15)$$

のように求まる。

以上の結果により、 $P_w^{(mn)}$  の上界は、 $P_0^{(mn)}$ ,  $q_e(\gamma)$  および  $q_c(\gamma_0)$  を用いて

$$P_w^{(mn)} \leq P_0^{(mn)} \cdot \int_0^\infty \int_{\gamma_0}^\infty q_e(\gamma) q_c(\gamma_0) d\gamma d\gamma_0 \quad (\text{A} \cdot 16)$$

となる。なお、式(A・12), (A・15)の計算で現れる逆ラプラス変換の数値計算は、文献(12)に示された方法により充分な精度の制御下で行うことができる。

(昭和62年5月21日受付, 9月4日再受付)



松本 正

昭53慶応大・理工・電気卒。昭55年同修士課程了。同年日本電信電話株式会社無線システム研究所入所(当時、電電公社横須賀電気通信研究所)。以来、自動車電話方式、移動通信方式の研究、実用化に従事。現在、同研究所無線伝送技術研究部研究主任。

任。