

Title	移動通信データ伝送におけるトレリス復号アルゴリズムの簡略化法
Author(s)	松本, 正
Citation	電子情報通信学会論文誌 B, J70-B(11): 1433-1435
Issue Date	1987-11-20
Type	Journal Article
Text version	publisher
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10119/4708">http://hdl.handle.net/10119/4708</a>
Rights	Copyright (C)1987 IEICE. 松本 正, 電子情報通信学会論文誌 B, J70-B(11), 1987, 1433-1435. <a href="http://www.ieice.org/jpn/trans_online/">http://www.ieice.org/jpn/trans_online/</a>
Description	

移動通信データ伝送におけるトレリス復号アルゴリズムの簡略化法

正員 松本 正<sup>†</sup>

Simplified Trellis Decoding of Linear Block Codes in Mobile Data Transmission

Tadashi MATSUMOTO<sup>†</sup>, Member

<sup>†</sup> NTT 電気通信研究所, 横須賀市

NTT Electrical Communications Laboratories, Yokosuka-shi, 238 Japan

あらまし 線形ブロック符号に対する逐次的な軟判定復号法であるトレリス復号法を, 移動通信データ伝送へ適用する場合のアルゴリズムの簡略化法, および簡略化の効果とそれによるワード誤り率への影響について述べている。

1. まえがき

移動通信におけるデータ伝送では, マルチパスフェージングによる符号誤りに対処するため, BCH 符号などのブロック符号による誤り制御が行われることが多い<sup>(1)</sup>。ブロック符号の復号法として, 最小距離復号法よりワード誤り率特性の改善が可能な軟判定復号法が知られているが<sup>(2)~(4)</sup>, 復号の最尤(ゆう)性を厳密に守ろうとすると処理量が膨大になる欠点がある。筆者は以前に, 線形ブロック符号に対する逐次的な軟判定復号法であるトレリス復号法の, 移動通信データ伝送への適用法とその特性について検討した<sup>(5)</sup>。その結果, フェージングによる受信レベルの変動に対して十分なサイズのビットインタリーブを行えば, トレリス復号法は最小距離復号法よりもワード誤り率  $10^{-3}$  を得る受信 CNR で約 5 dB の改善が得られることを示した。本論文ではトレリス復号法のアルゴリズムの簡略化法, および簡略化のワード誤り率に与える影響について述べる。

2. 受信レベルを用いたトレリス復号法

線形  $(N, K)$  符号を考え, そのパリティ検査行列を

$$H = (\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_N) \\ = (\underline{H} \quad I_{N-K}) \quad (1\cdot a)$$

とおく。但し,

$$\underline{H} = (\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_K) \quad (1\cdot b)$$

であり,  $\mathbf{h}_i$  は  $H$  の第  $i$  列ベクトル,  $I_{N-K}$  は  $N-K$  次の単位行列である。符号語  $X_j = (X_{j1} \dots X_{jN})$  (但し,  $X_{ji}$  はガロア体 GF  $(q)$  の要素) に対し,

$$S_m = \sum_{i=1}^m X_{ji} \mathbf{h}_i, \quad m=1 \sim N \\ S_0 = \mathbf{0} = (00 \dots 0)^t \quad (2)$$

で与えられる  $S_m$  を  $m$  に対する軌跡として描き, これを全符号語について求めたものをトレリスという。また,  $S_m$  を状態点という。

符号語  $X_j$  の状態点  $S_m$  における対数尤度比は,

$$L_m = \sum_{i=1}^m \log f_i, \quad m=1 \sim N$$

$$f_i = \begin{cases} p_i / (1 - p_i) \dots Y_i \neq X_{ji} \\ (1 - p_i) / p_i \dots Y_i = X_{ji} \end{cases}$$

(3)

により計算できる。ここに,  $p_i$  は第  $i$  ビットのビット誤り率,  $Y_i$  は第  $i$  ビットの硬判定結果である。ビット誤り率は受信 CSR  $\gamma_i$  の関数で表されるので (非同期 FSK, 差動同期 PSK は指数関数で, 同期 FSK は誤差関数で表されることが知られている<sup>(6)</sup>), 識別時点における受信レベルを測定すれば  $f_i$  は近似的に求まる。ビットごとの硬判定結果が得られるごとにすべての符号語について対応する状態点の対数尤度比を計算し, トレリスの合流点で対数尤度比の小さい方の符号語を棄却してゆけば, 最終的に唯一の符号語に受信語を復号できる。

3. 簡略化アルゴリズム

トレリス復号法では, トレリスの構造が簡単であるほど復号に要する処理量が少なくなる。トレリスの構造の複雑さを表すパラメータとして, トレリスの合流点数がある<sup>(7)</sup>。合流点数が少ないほど, 対数尤度比の比較回数は少ない。ここでは, トレリスの合流点数を減らすための二つの方法について述べ, その効果と簡略化のワード誤り率に与える影響について述べる。

3.1 パリティ検査行列の列ベクトルの並べ換えによる方法

パリティ検査行列  $H$  の部分行列  $\underline{H}$  は, 列ベクトル  $\mathbf{h}_1 \sim \mathbf{h}_K$  の並べ順が任意であり, この自由度をトレリスの構成の簡単化に利用できる。まず,  $\mathbf{h}_1 \sim \mathbf{h}_K$  の並び順とトレリスの合流点数の関係について述べ, 合流点数が最も少なくなる列ベクトルの並べ方を明らかにする。

いま,  $S_m = \mathbf{0}$  なる状態点に着目する。全ビットが 0 の符号語のトレリスは全状態点が  $\mathbf{0}$  なので, すべてが 0 ではない  $X_{ji} (1 \leq i \leq m)$  に対し,

$$S_m = \sum_{i=1}^m X_{ji} \mathbf{h}_i = \mathbf{0}, \quad m=1 \sim K \quad (4)$$

となる  $m$  でトレリスの合流が起こる。このとき同じ  $m$  に対する  $S_m = \mathbf{0}$  以外の状態点でも合流が起こることは線形符号の性質より明らかである。従って, トレ

リスは  $h_1, \dots, h_m$  が 1 次従属となる  $m$  で合流する. 更に,

$$S_m \in \text{Span}(V; V = c_1 h_1 + c_2 h_2 + \dots + c_m h_m)$$

但し,  $c_1, c_2, \dots, c_m \in \text{GF}(q)$   
 $\text{Span}(V)$  は,  $V$  の張る部分空間

(5)

であるから, パリティ検査行列の 1 次独立な列ベクトルが現れるごとに新たな状態点が追加される. 従って新たに 1 次独立となる列ベクトルを, パリティ検査行列のできるだけ後部に配置するときトレリスの合流点数が最も少なくなる. 2 元ハミング符号の場合, パリティ検査行列には  $N-K$  次の列ベクトルの全パターンが現れるから, 以下に示すように配置すればよい.

- $h_1, h_2, h_4, \dots, h_2^{N-K-1}$  ..... 1 次独立
  - $h_3$  .....  $h_1, h_2$  の 1 次結合
  - $h_5 \sim h_7$  .....  $h_1, h_2, h_4$  の 1 次結合で  $h_3$  以外
  - .....
  - $h_2^{N-K-1+1} \sim h_2^{N-K-1} \dots h_1, h_2, h_4, \dots, h_2^{N-K-1}$  の 1 次結合
- で以前に現れたもの以外. 但し, 式 (1-a) の形となるように配置する.

図 1 (a) に, この方法により求めたハミング(7,4)符号のトレリスの例を示す. 図 1 (b) は,  $h_1, h_2, h_3$  が 1 次独立になるように並べた場合のトレリスの例である. 図 1 (b) の場合, 合流点数が 15 であるのに対して, 図 1 (a) では合流点数が 11 に減少している.

次に, 復号結果がパリティ検査行列の  $h_1 \sim h_K$  の並び順に依存しないことを示す.  $h_1 \sim h_K$  を並べ直すことは符号語の情報部分を並べ換えることに相当するが, トレリスの情報部分による状態点  $S_K$  は  $h_1 \sim h_K$  の並び順によらず同一となる. 符号語の情報部分を並べ換えても, 符号語間の各ビットの相対的な位置関係は変わらないから, 対応する符号語間でだけ対数尤度比の比較が生じる. このとき, 符号語間での対数尤度比の相違は, 両者で一致しないビットにおいてだけ生じるから, 比較の結果が変わることはない. 従って, 情報部分による対数尤度比  $L_K$  は式 (2) の総和をとる順序が情報部分の並べ換えに対応して変わるだけでは値は変わらない. 一方, チェックビット部分のトレリスは同一である. よって, トレリス復号の結果はパリティ検査行列の  $h_1 \sim h_K$  の並び順によらず同一となる.

### 3.2 受信 CNR しいい値を用いる方法

トレリスの構造を簡単にする方法として, 受信語の情報ビット部分において所定の CNR 以上で受信したビットでは, 硬判定の結果に一致しない符号語を棄却

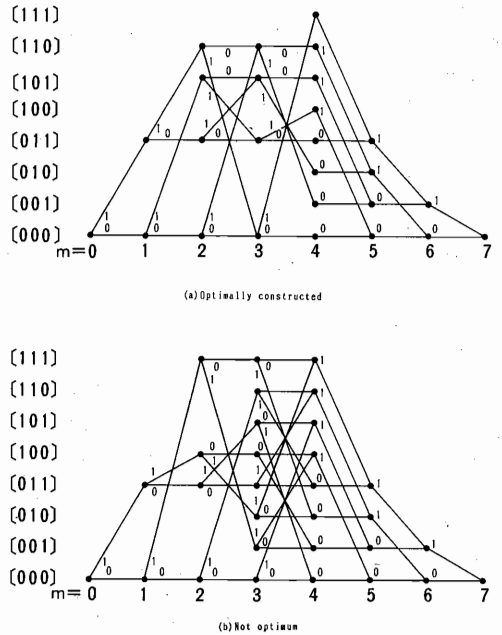


図 1 ハミング(7, 4)符号のトレリス  
 Fig. 1 Trellis of Hamming(7, 4)code. (a) Optimally constructed. (b) Not optimum.

する方法が考えられる. これにより, 状態点の数が減少しアルゴリズムの簡略化が可能となるが, 受信 CNR しいい値を小さくしすぎるとワード誤り率の劣化が生じる. 受信 CNR の変動がビット間で無相関の場合, 平均合流点数  $n_c$  は受信 CNR しいい値を  $\Gamma_{th}$  として

$$n_c = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^K i \cdot s_{ij} \cdot P(\Gamma_{th})^i (1 - P(\Gamma_{th}))^{K-j} \quad (6)$$

となる. 但し,

$$P(\Gamma_{th}) = \int_0^{\Gamma_{th}} p(\gamma) d\gamma \quad (7)$$

であり,  $p(\gamma)$  は受信 CNR  $\gamma$  の確率密度関数,  $M$  は簡略化を行わない場合の合流点数,  $s_{ij}$  は情報部分  $K$  ビット中  $j$  ビットの受信 CNR が  $\Gamma_{th}$  以下となる選び方のうち合流点数が  $i$  となる場合の数である.

ハミング(7, 4)符号を対象に, 計算機シミュレーションにより簡略化の効果とそれによるワード誤り率への影響を調べた. シミュレーションではサイズが  $7 \times M_i$  のビットインタリーブを行い,  $f_b T$  ( $f_b =$  最大ドップラー周波数,  $T = M_i T_b, 1/T_b =$  ビットレート) をパラメータとした. 図 2 に, 受信 CNR が指数分布に従う場合の平均受信 CNR = 10 dB における, 受信 CNR しいい値とワード誤り率, および平均合流点数の関係を

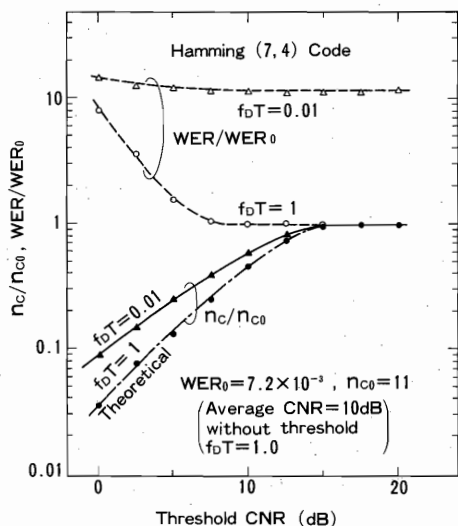


図2 簡略化アルゴリズムの効果  
Fig. 2 Effect of simplification.

示す ( $f_d T = 1$  で簡略化を行わない場合のワード誤り率  $WER_0 = 7.2 \times 10^{-3}$ , 合流点数  $n_{c0} = 11$  に対する相対値で示してある)。図2には、受信 CNR の変動がビット間で無相関な場合の平均合流点数の理論値も示した。両者はよく一致する。 $f_d T = 1$  の場合、受信 CNR しきい値を 7.5 dB としてもワード誤り率はほとんど劣化せず、そのときの平均合流点数は簡略化しない場合の約 1/4 にまで少なくなる。 $f_d T = 0.01$  の場合、ビット間で受信 CNR の変動が無相関でなくなることによりワード誤り率が劣化するため<sup>(5)</sup>、簡略化によるワード誤り率の劣化は大きく現れない。

#### 4. むすび

トレリス復号法を移動通信データ伝送へ適用する場合のアルゴリズムの簡略化法について検討し、パリティ検査行列の列ベクトルを並べ換える方法、および、受信 CNR しきい値を用いる方法を提案した。また、こ

れらの簡略化のワード誤り率に与える影響を調べた。その結果、パリティ検査行列の列ベクトルを並べ換える簡略化法はワード誤り率に影響を与えないことがわかった。また、受信 CNR しきい値を用いる簡略化法では、ハミング(7,4)符号の場合、 $f_d T = 1$  で平均 CNR = 10 dB のとき、受信 CNR しきい値を 7.5 dB としてもワード誤り率はほとんど劣化しないことが明らかとなった。これらの簡略化により、トレリスの合流点数は大幅に少なくなる。今後は、装置化を行い特性確認を行うと共に、受信波のランダム位相による誤りの影響を含めた評価を行う。

謝辞 有効な助言を下された無線伝送技術研究部安達主幹研究員、ならびに移動体通信事業部システム開発部倉本部長、渡辺担当部長、堀川主幹研究員に感謝する。また、討論に参加された関係各位にも感謝する。

#### 文 献

- (1) 桑原監修：“自動車電話”，電子通信学会，p. 319(昭 60)。
- (2) G. D. Forney, Jr. : “Generalized minimum distance decoding”, IEEE Trans. Inf. Theory, **IT-12**, 4, pp. 125-131(April 1966).
- (3) D. Chase : “A Class of algorithms for decoding block codes with channel measurement information”, IEEE Trans. Inf. Theory, **IT-18**, 1, pp. 170-182(Jan. 1972).
- (4) J. K. Wolf : “Efficient maximum likelihood decoding of linear block codes using a trellis”, IEEE Trans. Inf. Theory, **IT-24**, 1, pp. 76-80(Jan. 1978).
- (5) 松本正：“受信レベルに基づくブロック符号のトレリス復号法”，昭 62 信学総全大，2219.
- (6) S. Stein and J. J. Jones, 関監訳：“現代の通信回線理論”，森北出版，pp. 222-258(1970).
- (7) K. R. Matis and J. W. Modestino : “Reduced-search soft-decision trellis decoding of linear block codes”, IEEE Trans. Inf Theory, **IT-28**, 2, pp. 349-355(March 1982).

(昭和 62 年 4 月 15 日受付，6 月 24 日再受付)