論 文

Technical Papers

情報源の明らかな選好関係を信念とした融合

Fusion of Pedigreed Preferential Relations as Beliefs

鈴木 義崇　北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科
Yoshitaka Suzuki　Japan Advanced Institution of Science and Technology
syoshita@jaist.ac.jp

東条 敏　（同　　上）
Satoshi Tojo
tojo@jaist.ac.jp

keywords: belief fusion, belief revision, nonmonotonic reasoning.

Summary

Belief fusion, instead of AGM belief revision, was first proposed to solve the problem of inconsistency, that arised from repetitive application of the operation when agents' knowledge were amalgamated. In the preceding work of Maynard-Reid II and Shoham, the fusion operator is applied to belief states, which is total preorders over possible worlds which is based on the semantics of belief revision. Moreover, they introduced the pedigreed belief state, which represented multiple sources of belief states, ordered by a credibility ranking. However in the theory, all the sources must be totally ordered and thus applicable area is quite restrictive. In this paper, we realize the fusion operator of multiple agents for partially ordered sources. When we consider such a partial ranking over sources, there is no need to restrict that each agent has total preorders over possible worlds. The preferential model, based on the semantics on nonmonotonic reasoning, allows each agent to have strict partial orders over possible worlds. Especially, such an order is called a preferential relation, that prescribes a world is more plausible than the other. Therefore, we introduce an operation which combines multiple preferential relations of agents. In addition, we show that our operation can properly include the ordinary belief fusion.

1. は じ め に

これまで多くの信念変更 (*belief change*) の研究がなされ，その成果は AGM 信念修正 [Alchourrón et al. 85, Gärdenfors 88] (*belief revision*) を中心として様々な形で現れているが, その理論研究においては一人のエージェントの信念の変更が主に問題とされてきた．したがって, 異なる信念を持つ複数のエージェントがコミュニケーションを通じて互いの信念を修正しあうような状況において，いかなるオペレーションでこれを実現するか，そしてどのような情報が常識として共有されるのが妥当であるかを考察する場合にはこれまでと異なった操作を実現する必要がある．

[Maynard-Reid II and Shoham 01] ではマルチエージェントにおける常識の共有の問題を解決するために, [Grove 88, Katsuno and Mendelzon 91] で使用されている**信念状態** (belief state) という, 信念修正の意味論的研究の基礎をなすものをエージェントの知識表現として用いることにした．そして各エージェントが互いの信念状態を修正しあう操作である信念の融合 (*belief fusion*) を実現した．[Kripke 59] 以来, 非古典論理の研究においては可能世界 (*possible world*) の概念が重視されているが, 信念状態はそれらの間に優先度をつけることで, ある世界がどの世界より尤もらしいかを示す序列として表現される．そしてこの研究では，信念状態を持つ各エージェントを，他のエージェントに対して情報を提供する情報源と見なすことにした．また, 各情報源の間には信頼度として狭義の全順序*1がつけられているものとし，信頼度のランク付けの高いエージェントの信念ほどエージェント全体が共有すべき信念に反映されやすいものとした．また，各エージェントの中にある信念の表現は, 信念状態として，可能世界間の全擬順序*2が使われた．このことは次章で詳しく述べる．

しかしながら，情報源の全順序は実際的な例を考えると強すぎる制約である．[Maynard-Reid II 01] では信念状態をモジュラー性と推移性を持つ関係に拡張して情報源の信頼度が全擬順序になるようなモデルを提案しているが, 半順序になるようなモデルは提案されていない．そこで本稿では，まずこの情報源を半順序に拡張することを目標とする．

そのような拡張を行うために, 我々は信念の表現として [Shoham 87, Kraus et al. 90, Makinson 94] などの

*1　完全性, 推移性，反対称性，および非反射性を持つ二項関係.
*2　完全性, 推移性および反射性をもつ二項関係.

研究で知られる選好モデル (*preferential model*) を使用する．これはそれぞれのエージェントが可能世界上の狭義の半順序 (*strict partial orders*)*3を持つことを許す非単調推論のモデルである．特にそのような順序は**選好関係** (*preferential relation*) と呼ばれ, ある可能世界が別の可能世界よりも尤もらしいことが表現されている．

選好関係を導入することで, [Maynard-Reid II and Shoham 01, Maynard-Reid II 01] の研究では不可能であった, 情報源の信頼度の半順序性の取り扱いが可能となるオペレータを設計するのが, 本論文の目的である．つまりわれわれは複数のエージェントの選好関係を結合するある操作を, 信念状態の融合と同様の方法で導入し, それを**選好関係の融合** (*fusion of preferential relations*) と名付ける．

この論文の構成は以下の通りである．まず第 2 章で信念の融合のオペレーションを簡単に紹介し，その問題を論ずる．第 3 章において選好関係のためのリファイン・オペレータを導入する．同様の操作は先行研究においては容易に定義できたが，本研究のリファイン・オペレータはやや複雑なプロセスを含むため，独立した一つの章を設けて説明することとする．第 4 章においては起源付きの選好関係を導入し，起源付きの選好関係の融合を構築する．第 5 章において，この形式化が通常の信念の融合を包含するものであることを示す．最後に第 6 章において，われわれの貢献を要約し，この形式化の問題点を議論する．

2. 起源付き信念の融合とその問題

本章では [Maynard-Reid II and Shoham 01] で述べられる諸概念とその問題についてまとめる．まず, 信念状態 (belief state) とは可能世界上の全擬順序のことであり, AGM 信念修正の意味論的研究に基づいている．一つの信念状態は, 一人のエージェントの中でつけられた可能世界の妥当性の序列であり，ある条件によって信念が変更されるときに何を信じるかを表したものである．

次にあるエージェントの信念状態が他のエージェントの信念状態によって**リファイン** (refinement) されるとは，より信頼度の高いエージェント内の可能世界の順序を基準としてエージェントが共有すべき可能世界の順序を導き出すことである．いま '$\lessdot$' をリファイン・オペレータとする．エージェント A の方がエージェント B よりも信頼できる場合, エージェント A, B の信念状態 (可能世界の序列) をそれぞれ $\preceq_A$ および $\preceq_B$ とすると, $\preceq_A$ が $\preceq_B$ によってリファインされた結果, エージェント A, B が共有すべき信念状態は $\preceq_A \lessdot \preceq_B$ となる．

ところがこの形式化においては, $\lessdot$ は対称的なオペレータではないため, オペレータの繰り返し適用をする際に問題が生じることになる．例えばエージェント A の方がエージェント B よりも信頼でき, そしてエージェント B の方がエージェント C よりも信頼できる場合, $(\preceq_A \lessdot \preceq_B) \lessdot \preceq_C$ は正しいオペレータの適用の仕方となるが, しかし $(\preceq_A \lessdot \preceq_C) \lessdot \preceq_B$ は操作として意味のある解釈を見い出すことができないことになる．

そこで, この問題に対処するために, [Maynard-Reid II and Shoham 01] においては**起源付き**の信念状態 (pedigreed belief state) を導入した．信念状態に起源 (pedigree) が付いているとは, それぞれの信念状態に対応して, あるエージェントの存在が割り当てられているということに相当する． 各エージェントは他のエージェント全体に対して知識を提供する情報源 (source) として取り扱われ, それぞれの情報源には狭義の全順序としてランク付けされた信頼度 (credibility) が付随している．この信頼度の順序に基づいて, リファイン・オペレータを適用することで, 無意味なオペレータ適用を防ぎ, そして起源付きの信念状態から, 対象としているエージェント全体が共有すべきただひとつの信念状態を導き出すことが可能となる．したがって**信念の融合** (belief fusion) とは二つの起源付きの信念状態を入力とし, それらの和集合として一つの起源付き信念状態を返すものとして定義される．

しかしながら情報源に全順序が付いているということは，現実的な問題を扱う上では強過ぎる制約である．以下の例を見てみよう．

〔例 2·1〕 “犯人は P, Q, R, および S のうちの一人である．二人の警部 A と B は犯行現場に S 以外の全員の指紋があったという情報を持っている (s_1)．さらに A は, Q が凶器を購入していたというある視力に障害のある老人の証言を得ている (s_2)．その老人はまた事件当日に R の姿を犯行現場から離れたところで目撃したともいっている (s_2)．一方で B は, P が犯行現場の近辺にいるところをある子供が見たという情報を確認している (s_3)．捜査当局は二人の得た情報をそれぞれの情報の出所の信頼度を考慮して比較検討したい．ここで s_1 は s_2 と s_3 よりも信頼度が高いと考えることができるが, s_2 と s_3 を比較することはできない．捜査当局は最初にだれを犯人として疑うべきか?”

この例題においては情報源 s_i $(i = 1, 2, 3)$ の信頼度は半順序の関係となっているために, 信念の融合を解決の手段として用いることはできない．つまり信念の融合では, エージェント間で信頼度の高さに応じて常識を共有し合おうとする際に, 信頼度の高さを比較することができない場合についての処方が示されていない．

この問題を解決する手がかりを考えるために，もう一つの例をあげる．

〔例 2·2〕 “ある TV 番組を二つの製作会社が共同で作ることになった．ディレクター A, B は一方の製作会社に所属し, A は B よりも地位が高い．ディレクター C, D はもう一方の製作会社に所属し, C は D よりも地位が高い．新番組の出演者に P, Q, R の 3 人が決まっている

*3 推移性および非反射性をもつ二項関係.

のだが, 誰をメイン司会者にするかで彼らはもめている.

A.「R よりも P をメインにすべきだ. Q が P や R よりも適任か, そうでないかはわからない.」

B.「Q よりも R を, そして R よりも P をメインにすべきだ.」

C.「R よりも Q をメインにすべきだ. P が R や Q よりも適任か, そうでないかはわからない.」

D.「P よりも Q を, そして R よりも P をメインにすべきだ.」

どのようにして意見の対立を解消するか?”

この問題では四人のディレクターの序列がそのまま情報源 s_i $(i = 1,2,3,4)$ の信頼性の順序とみなされ, また出演者についての意見をそれぞれの可能世界の序列とみなすことができる.

[Maynard-Reid II and Shoham 01, Maynard-Reid II 01] によれば, この問題は四人の意見の対立として捉えられるが, われわれは A と B によって形成される鎖 (*chain*) と C と D によって形成される鎖の対立として捉えることにする. A と B, および C と D の間では上下関係がはっきりしているために B よりも A, D よりも C の意見が優先されることがわかっており, 個々の鎖は全順序として捉えることができる. したがって, それぞれの鎖についての信念を誘発する (induce)*4 ことが可能となる. あとはこの鎖の対立をどうやって解消するかであるが, これはすべての鎖について共通して誘発される信念をエージェント全体で誘発される信念として見なすことによって解消される. このように, 本研究では情報源の信頼度の半順序性 (*partially-orderedness*) を扱っていくことにする.

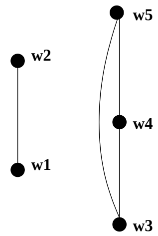
なお例 2·1 は情報源の信頼度が全擬順序で表現可能なので, [Maynard-Reid II 01] で提案されている信念融合の改良案で形式化できるが, 例 2·2 の方では改良案でも形式化を与えることは難しい.

3. 選好関係のためのリファイン・オペレータ

3·1 選好関係の導入

これからの議論においてわれわれはある形式言語を仮定し, 世界 w はその言語上に解釈を与えるものとする. 世界の集合は $\mathcal{W}$ として示される. ただし, $\mathcal{W}$ の濃度は自然数の濃度を越えないものとする. r は $\mathcal{W}$ 上のある関係として使用されるが, それは通常単なる関係ではなく何らかの順序を意味している. (w_a, w_b) が r を充足する場合, $w_a r w_b$ または $(w_a, w_b) \in r$ と記述することにする. これは “w_a は w_b よりも尤もらしい,” ということを意味している. $\mathcal{C}(r)$ は r の推移的閉包 (transitive closure) を意味する. ここで標準的な (*standard*) 選好関係を定義する.

*4 ある根拠から一つの信念を形成することをこのように呼ぶ.



	ϕ	ψ	χ
$w1$	T	T	F
$w2$	T	F	T
$w3$	F	T	F
$w4$	T	T	T
$w5$	T	F	F

図 1 推論関係の解釈の例

【定義 3·1】 ($\mathcal{W}$ 上の) 選好関係 (*preferential relation*) r とは $\mathcal{W}$ 上の狭義の半順序のことである.

つまり選好関係とは非反射的で推移的な $\mathcal{W}$ 上の関係である. (w_a, w_b) が $w_a r w_b$ でも $w_b r w_a$ でもないとき, それを $w_a \asymp w_b$ によって表す. また $\mathcal{P}$ によって選好関係の集合を示すことにする. 任意の関係の集合 $2^{\mathcal{W}\times\mathcal{W}}$ は $\mathcal{R}$ によって示す. つまり $\mathcal{P} \subset \mathcal{R}$ となる.

このようなモデルを想定することで非単調推論のプロセスは以下のように解釈することができる. つまり, “もし α ならば普通 β である,” を意味する推論関係 $\alpha |\!\sim \beta$ が成り立つとき, α を充足する任意の極小世界について, β もまた充足するとする.

このような解釈の例を与える. あるエージェントが図 1*5 の左側にあるような選好関係を保持しているものとする. この図によれば, 例えばそのエージェントは世界 $w1$ を世界 $w2$ より尤もらしいものとするが, それ以外の世界と世界 $w1$ は比較不能なものと考える. 各可能世界 $w1$ から $w5$ は, 命題 ϕ から χ に対する, 図の右側にあるような解釈であるとする. つまり世界 $w1$ を例にとると, その世界では命題 ϕ と ψ は真であるが, χ は偽となる. このようなモデルが与えられたとき, そのエージェントは $\phi |\!\sim \psi$, $\neg\psi |\!\sim \phi$, $\chi |\!\sim \phi$ などを真であると見なすが, $\psi |\!\sim \phi$, $\chi |\!\sim \psi$, $\neg\chi |\!\sim \phi$ などは偽と見なす. つまり $\phi |\!\sim \psi$ の場合, このモデルは ϕ を充足するすべての極小な世界 $w1$, $w4$ について ψ を充足するので真と見なされ, $\psi |\!\sim \phi$ の場合, $w3$ は ψ を充足する極小な世界であるにも関わらず ϕ を充足しないので偽と見なされる.

3·2 リファイン・オペレータの定義に関する問題

ここではまず二人のエージェントの選好関係を入力として, そのエージェントたちが共有すべき別の選好関係を出力とするリファイン・オペレータ (*refinement*) を定義する. ここでこの操作に意味を持たせるために, その選好関係を持つエージェントの信頼度に関わる入力, すなわち「あるエージェント (A) が別のエージェント (B) よりも信頼でき, A の判断が B の判断を上回るもの」という宣言を付加することにする.

リファイン・オペレータを先行研究との類比によって,

*5 以下, 本稿の図ではグラフの下向きに優先度が高いものとする.

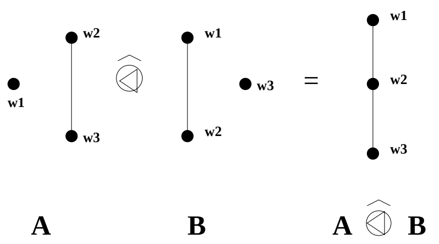


図 2　推移性に関わる例

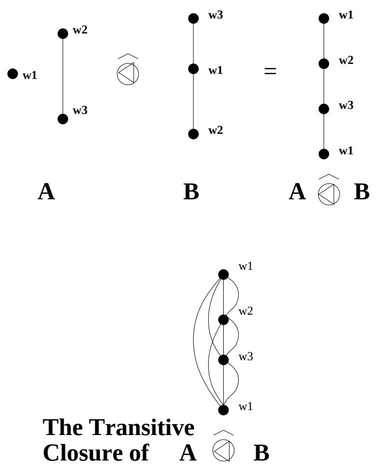


図 3　非反射性に関わる例

仮りに以下のように定義する [Suzuki and Tojo 03]．先行研究のリファインの定義は定義 5·2 に掲載する．

【定義 3·2】（リファイン・オペレータ (暫定版)） r_A, $r_B \in \mathcal{P}$ とする．r_A の r_B によるリファインは $r_A \widehat{\lhd}\, r_B = \{(w_a, w_b) : w_a r_A w_b \vee (w_a \asymp_A w_b \wedge w_a r_B w_b)\}$ である．

このリファインでは，融合された関係を構築するために，より信頼できるエージェントがある世界が別の世界より好ましいと判断するときは，選好に従う．より信頼できるエージェントが何の選好も持っていないときは，より信頼度の低いエージェントの選好に従う．この操作において，r_A と r_B の順番が逆になると結果が異なってくることに注意する必要がある．この定義はこのままでは問題を持っている．なぜならこの出力となる関係は選好関係ではないことがありうるからである．第一にこの関係は推移的でない場合がある．図 2 において，$w_3 r_A w_2$ かつ $w_2 r_B w_1$ であるが，しかし定義により $(w_3, w_1) \notin r_A \widehat{\lhd}\, r_B$ となる．第二にたとえこの関係を推移的に閉じたとしても，閉じた関係が非反射的でない場合がある．図 3 を見ると，$(w_1, w_1) \in \mathcal{C}(r_A \widehat{\lhd}\, r_B)$ は非反射的でない．

3·3　リファイン・オペレータの改良

そこでわれわれはリファインの定義を不動点を使用して推移性と非反射性を満たすように修正する．ここで関係 r の有限回の繰り返しを r^+ で表す．

【定義 3·3】（プリミティヴ・リファインの集合） $r_A, r_B \in \mathcal{P}$ とする．任意の関係 $r \in \mathcal{R}$ が r_A の r_B によるプリミティヴなリファインである (primitive refinement of r_A by r_B) とは次の等式を満たすことを言う．

$$r = r_A \cup \{(w_a, w_b) : \quad w_a \asymp_A w_b \wedge w_a r_B w_b \\ \wedge (w_b, w_a) \notin r^+\}.$$

r_A の r_B によるプリミティヴなリファインの集合 (the set of primitive refinement of r_A by r_B) を $PRF(r_A, r_B)$ と書く．

〈命題 3·1〉 任意の $r_A, r_B \in \mathcal{P}$ について，$r \in PRF(r_A, r_B)$ となる $r \in \mathcal{R}$ が存在する．

《証明》 $(w_{a_1}, w_{b_1}), (w_{a_2}, w_{b_2}), \cdots$ を r_B 内の要素全体を無作為に順番に並べた列で任意の r_B 内の要素はこの列のどこかに現れるとする．そして包含関係に関する昇順列 $r_A = r_0 \subseteq r_1 \subseteq r_2 \subseteq \cdots$ を次のように定義する．

$$r_{i+1} = \begin{cases} r_i & w_{a_{i+1}} \not\asymp_A w_{b_{i+1}} \text{または} \\ & w_{b_{i+1}} r_i^+ w_{a_{i+1}} \text{となるとき;} \\ r_i \cup (w_{a_{i+1}}, w_{b_{i+1}}) & \text{それ以外.} \end{cases}$$

この定義より任意の $r_i (i \geq 0)$ について $(w_{b_i}, w_{a_i}) \notin r_i^+$ であることは容易に示せる．ここで $r = \bigcup_{i=0}^{\infty} r_i$ とするとき，$r \in PRF(r_A, r_B)$ であることを示せば良い．つまり任意の $(w'_a, w'_b) \in \mathcal{W} \times \mathcal{W}$ について

$(w'_a, w'_b) \in r \Leftrightarrow (w'_a, w'_b) \in r_A \cup \{(w_a, w_b) : w_a \asymp_A w_b \wedge w_a r_B w_b \wedge (w_b, w_a) \notin r^+\}$

を示せば良い．

$(\Rightarrow)$ $(w'_a, w'_b) \in r$ とする．それならば $(w'_a, w'_b) = (w_{a_i}, w_{b_i}) \in r_i$ となるような最小の $i (\geq 0)$ が存在する．$i = 0$ ならば $(w'_a, w'_b) \in r_A$ なのでよい．$i > 0$ ならば $w'_a \asymp_A w'_b$ かつ $w'_a r_B w'_b$ は定義の通り．$(w'_b, w'_a) \in r^+$ であると仮定する．r^+ は有限ステップなのでこのステップを構成するために使われた r_A, r_B 内の要素の数は有限でその全体を含む最小の r_k $(k > i)$ が存在する．つまり $(w'_b, w'_a) \in r^+$ を示すために使われた要素と $(w'_a, w'_b) \in r_i$ はすべて r_k 内の要素でもあるので，

$$\underbrace{w'_b \cdots w_{a_k}, w_{b_k} \cdots w'_a}_{r^+}, w'_b$$

より

$$w_{b_k} \cdots w'_a, w'_b \cdots w_{a_k}$$

となる有限列が r_k 内の要素だけでできることになる．しかしこれは $(w_{b_k}, w_{a_k}) \notin r_k^+$ に矛盾する．$(w'_b, w'_a) \in r^+$ を仮定して矛盾が生じたので，背理法により $(w'_b, w'_a) \notin r^+$ である．

$(\Leftarrow)$ $(w'_a, w'_b) \in r_A$ ならば $r_A = r_0$ なのでよい．$(w'_a, w'_b) \in \{(w_a, w_b) : w_a \asymp_A w_b \wedge w_a r_B w_b \wedge (w_b, w_a) \notin r^+\}$ とする．すると $w'_a r_B w'_b$ より $(w'_a, w'_b) = (w_{a_{i+1}}, w_{b_{i+1}}) \in r_B$ となるような $i \geq 0$ が存在する．$w_{a_{i+1}} \asymp_A w_{b_{i+1}}$ は $w'_a \asymp_A w'_b$ よりいえる．もし $w_{b_{i+1}} r_i^+ w_{a_{i+1}}$ が成り立つならば，$(w_{a_{i+1}}, w_{b_{i+1}}) \in r^+$ になるので，矛盾．したがって $(w_{a_{i+1}}, w_{b_{i+1}}) \in r_{i+1} \subseteq r$ が成り立つ．□

以上の証明における r の構成から次の系が導かれる．

〈系 3·1〉 $\mathcal{W}$ が有限であるとする．任意の $r_A, r_B \in \mathcal{P}$ について，$r \in PRF(r_A, r_B)$ となる $r \in \mathcal{R}$ を有限ステップで構成できる．

〈命題 3·2〉 任意の $r_A, r_B \in \mathcal{P}$ について，$r \in PRF(r_A, r_B)$ ならば，$(w,w) \in r^+$ となる $w \in \mathcal{W}$ は存在しない．

《証明》 $(w,w) \in r^+$ となる $w \in \mathcal{W}$ が存在すると仮定する．ということは，r 内の要素を使って有限ステップで $(w,w) \in r^+$ であることを示すことができることになる．このとき r_A 内の要素のみを用いて $(w,w) \in r^+$ であることを示すことはできない．なぜならこの場合 $(w,w) \in r_A^+ = r_A$ となってしまい，r_A が非反射的であることに反するからである．したがって $\{(w_a, w_b) : w_a \preceq_A w_b \wedge w_a r_B w_b \wedge (w_b, w_a) \notin r^+\}$ 内の要素を必ず一つ以上使って $(w,w) \in r^+$ であることを示すことになる．この要素を (w'_a, w'_b) とすると，

$$w, \cdots, w'_a, w'_b, \cdots, w$$

という有限列が構成されることになる．しかしこのとき，

$$w'_b, \cdots, w, \cdots, w'_a$$

もまた構成できることになるので，$(w'_b, w'_a) \notin r^+$ に矛盾する．したがって $(w,w) \in r^+$ となる $w \in \mathcal{W}$ は存在しない．□

ここで推移的閉包の集合を定義する．

【定義 3·4】（推移的閉包の集合） $\mathcal{A} \subseteq \mathcal{R}$ とする．任意の $r \in \mathcal{R}$ に対して,$r \in \mathcal{SC}(\mathcal{A})$ であるための必要十分条件が, ある $r' \in \mathcal{A}$ が存在して $r = \mathcal{C}(r')$ であるとする．このとき, $\mathcal{SC}(\mathcal{A})$ を推移的閉包の集合 (the set of transitive closure of $\mathcal{A}$) と呼ぶ．

【定義 3·5】（リファインの集合） $r_A, r_B \in \mathcal{P}$ とする．r_A の r_B によるリファインの集合 $RF(r_A, r_B)$(the set of refinement of r_A by r_B) は $RF(r_A, r_B) = \mathcal{SC}(PRF(r_A, r_B))$ である．

ここで r_A の r_B によるリファインの集合は複数の要素を持ちうるところに注意する必要がある．例えば図 4 の上段において二つの関係が定義 3·3 の条件を満足するので，定義 3·5 によって, 図 4 の中段のように r_A の r_B によるリファインの候補は二つ存在することになる．それゆえ単一のリファインを決定するような操作がさらに必要である．われわれはそのリファインを複数のリファイン候補の共通部分と定義する．

【定義 3·6】（リファイン・オペレータ (改良版)） $r_A, r_B \in \mathcal{P}$ とする．r_A の r_B によるリファイン (*refinement*) とは

$$r_A \lhd r_B = \cap RF(r_A, r_B)$$

である．

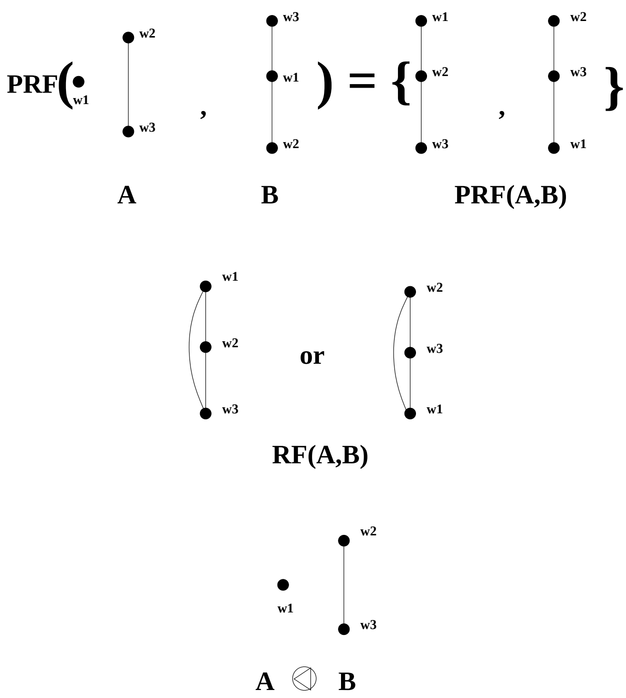


図 4 r_A の r_B によるリファインの集合とリファイン・オペレータの結果

すると図 4 の例ではリファイン・オペレータの結果は下段のようになる．リファイン・オペレータは一意に決定される可能世界上の関係である．

〈命題 3·3〉 もし $r_A, r_B \in \mathcal{P}$ ならば，$r_A \lhd r_B \in \mathcal{P}$ である．

《証明》 命題 3·1 と定義 3·5 より任意の $r_A, r_B \in \mathcal{P}$ について，$RF(r_A, r_B)$ 内には要素が存在するので，もし $r \in RF(r_A, r_B)$ ならば r は $\mathcal{W}$ 上の狭義の半順序であることを示せば十分である．推移性は自明である．非反射性は背理法で示す．もし wrw となるような $w \in \mathcal{W}$ が存在するならば, 定義 3·3 より $(w,w) \in \mathcal{C}(r')$ となるような $r' \in PRF(r_A, r_B)$ が存在することになり，$wr'^{+}w$ にはならないという命題 3·2 に矛盾する．□

明らかに，$r_A \subseteq r_A \lhd r_B$ である．

4. 選好関係の融合

4·1 改良されたリファイン・オペレータの問題点

前章で定義した ‘$\lhd$’ は対称的なオペレータではないので，オペレータを繰り返し適用するときに第 2 章の冒頭で述べたのと同じ問題に遭遇する．r_A，r_B，r_C の順にエージェント間での支配力が減少していくものとする．すると上記の定義から $(r_A \lhd r_B) \lhd r_C$ は意味のある解釈を与えることができる．しかしながら $(r_A \lhd r_C) \lhd r_B$ の場合，$r_A \lhd r_C$ における情報のいくつかが r_B よりも影響力を持つことになってしまう．r_B の影響力は r_A よりも大きく r_C よりも小さいはずなので，この融合結果には問題がある．

そこで [Maynard-Reid II and Shoham 01] と同様にわれわれは起源 (*pedigree*) を導入することによってこの問題を解決する．つまり各選好関係はそれを保持する情報源によって特定されるものとし, それぞれの情報源がその選好関係に基づいてエージェント全体に情報を提供する際に, 無意味なオペレータの繰り返し適用を防ぐような形式化を行うことにする．この時, 起源付きの選好関係 (*pedigreed preferential relation*) とは, ある関係がどの情報源によってもらたられたものであるかを明示するものとして定義される．これによって選好関係をその情報源と対応づけることができる．本章では各情報源はその信頼度に応じてランク付けがなされているものとし，このランク付けに基づいて起源付きの選好関係からエージェント全体が共有すべき標準的な選好関係が導き出されることを示す．ただし，本研究の重要な改良点として，[Maynard-Reid II and Shoham 01] のようにランク付けが全順序である必要はない．これにより，融合オペレータは単純に起源付きの選好関係の和集合として定義される．

4·2 起源付き選好関係による標準的な選好関係の誘発

まず，すべての情報源の有限集合を $\mathfrak{S}$ とする．それぞれの情報源は $\mathcal{P}$ からの選好関係を持っている．情報源と選好関係を区別するために r_s で情報源 $s \in \mathfrak{S}$ の選好関係を示すものとする．

ここに起源付きの選好関係を定義する．

【定義 4·1】（起源付き選好関係） 情報源の集合 $S \subseteq \mathfrak{S}$ が与えられて，S によって誘発された起源付きの選好関係 (*pedigreed preferential relation induced by S*) とは $\Phi_S(w_a, w_b) = \{s \in S : w_a r_s w_b\}$ となるようなある関数 $\Phi_S : \mathcal{W} \times \mathcal{W} \to 2^S$ である．

われわれは $\mathfrak{S}$ 上に狭義の半順序 $\sqsupseteq$ を仮定し，それが情報源の信頼性のランク付けであると考える．$s_1 \sqsupseteq s_2$ は "s_1 は少なくとも s_2 と同じくらい信頼できる" と解釈する．Φ_S によって誘発される順序を定義する前に，われわれは S の極大鎖の集合 (*maximal chain*) を定義する．以下の定義において鎖 (chain) とは $\sqsupseteq$ に関して全順序部分集合となるもののことを言う．

【定義 4·2】（極大鎖） S の極大鎖の集合とは以下を満たすものである．

$$
\begin{array}{rcl}
MC(S) & = & \{S_{mc} \subseteq S : S_{mc}\text{は } S \text{ の鎖であり，かつ} \\
& & \text{任意の } S \text{ の鎖 } S_c\text{について，} \\
& & S_{mc} \subseteq S_c\text{は } S_c = S_{mc}\text{を含意する．}\}
\end{array}
$$

先の説明のように，この章の目標は標準的な選好関係が起源付きの選好関係によって誘発されることを示すことである．しかしながら，情報源の信頼度のランク付けにおける半順序性はこの証明を込み入ったものにしている．したがって第 2 章の例 2·2 の説明にならって，証明を次のような順序で行う．

(1) 情報源の半順序的なランク付けを極大鎖に分割する．
(2) それぞれの極大鎖について選好関係を誘発する．
(3) 極大鎖について誘発されたすべての選好関係の共通部分を計算する．

以上の戦略を実現するために，まず以下の概念を定義する．この定義の意図は補題 4·1 により示される．

【定義 4·3】（極大鎖による反復リファイン） $S \subseteq \mathfrak{S}$ とし，$S_{mc} = \{s_1, \ldots, s_N\} \in MC(S)$ をすべての $1 \le i \le N$ について $s_i \sqsupseteq s_{i+1}$ となるものとする．ここで N は S_{mc} 内の要素数である．$1 \le n \le N$ について定義される, Φ_S および S_{mc} による n 回反復リファイン $O^n(\Phi_S, S_{mc})$ は

(I)$n = 1$ の場合;

$O^n(\Phi_S, S_{mc}) = \{(w_a, w_b) : s_1 \in \Phi_S(w_a, w_b)\}$ であり，

(II)$n > 1$ の場合; 任意の関係 $r \in \mathcal{R}$ について，

$$
\begin{array}{rcl}
r & = & O^{n-1}(\Phi_S, S_{mc}) \cup \\
& & \{(w_a, w_b) : (w_b, w_a) \notin O^{n-1}(\Phi_S, S_{mc}) \wedge \\
& & \qquad s_n \in \Phi_S(w_a, w_b) \wedge \\
& & \qquad (w_b, w_a) \notin r^+\}.
\end{array}
$$

であるものの集合を $SO^n(\Phi_S, S_{mc})$ とする．ここで $O^n(\Phi_S, S_{mc}) = \cap \mathcal{SC}(SO^n(\Phi_S, S_{mc}))$ である．

この定義の中でもやはり推移的に閉じた際に非反射性が満たされるように $(w_b, w_a) \notin r^+$ が導入されているところに注意せよ．

【定義 4·4】（極大鎖による順序） $S \subseteq \mathfrak{S}$ とし，$S_{mc} = \{s_1, \ldots, s_N\} \in MC(S)$ をすべての $1 \le i \le N$ について $s_i \sqsupseteq s_{i+1}$ となるものとする．ここで N は S_{mc} 内の要素数である．Φ_S および S_{mc} によって誘発される順序付けとは

$$
r_{\Phi_S, S_{mc}} = O^N(\Phi_S, S_{mc})
$$

である．

以上の定義は複雑なので例を示す. 図 5 において, 上段にはそれぞれ左から情報源 s_1，s_2，s_3，s_4 の保持している選好関係が記載されている．ここで $s_1 \sqsupseteq s_2 \sqsupseteq s_4$ であり，かつ $s_3 \sqsupseteq s_4$ である．P，Q，R，S の添字は可能世界を示しており，順序において下の方の世界ほど尤もらしいものとする．中段にはそれぞれ左から $O^2(\Phi_S, \{s_1, s_2, s_4\})$，$O^3(\Phi_S, \{s_1, s_2, s_4\})$，そして $O^2(\Phi_S, \{s_3, s_4\})$ が示されている．この図では $r_{\Phi_S, \{s_1, s_2, s_4\}} = O^3(\Phi_S, \{s_1, s_2, s_4\})$，および $r_{\Phi_S, \{s_3, s_4\}} = O^2(\Phi_S, \{s_3, s_4\})$ である．

命題 5·6 の証明のために，次の補題の証明をする．この補題により, 起源付きの選好関係と各極大鎖によって誘発される順序付けはその極大鎖の順序通りにリファイン・オペレータの操作を繰り返し行って得られた選好関係に等しいことが理解できる．

［補題 4·1］ $S \subseteq \mathfrak{S}$ とし，$S_{mc} = \{s_1, \ldots, s_N\} \in MC(S)$ をすべての $1 \le i \le N$ について $s_i \sqsupseteq s_{i+1}$ となるものとする．ここで N は S_{mc} 内の要素数である．もし $r_{\Phi, S_{mc}}$

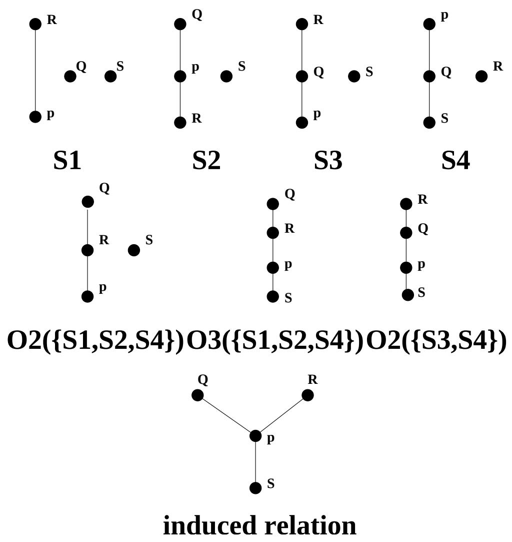


図 5 極大鎖による順序の例.

が S によって誘発された起源付きの選好関係と S_{mc} によって誘発された順序であるとするならば,

$$r_{\Phi,S_{mc}} = \begin{cases} N=1 \text{ の場合：} \quad r_{s_1}, \\ N>1 \text{ の場合：} \\ ((r_{s_1} \olessthan r_{s_2}) \olessthan \ldots\ r_{s_N}). \end{cases}$$

である．

《証明》 $1 \leq n \leq N$ について, $O^n(\Phi_S, S_{mc}) = ((r_{s_1} \olessthan r_{s_2}) \olessthan \ldots\ r_{s_n})$ であることを帰納法によって示す．$n=1$ の場合, $O^1(\Phi_S, S_{mc}) = \{(w_a, w_b) : s_1 \in \Phi_S(w_a, w_b)\} = r_{s_1}$ は明らかである．$n>1$ の場合, $O^{n-1}(\Phi_S,\ S_{mc}) = ((r_{s_1} \olessthan r_{s_2}) \olessthan \ldots\ r_{s_n-1})$ を仮定して示す．$O^n(\Phi_S, S_{mc}) = ((r_{s_1} \olessthan r_{s_2}) \olessthan \ldots\ r_{s_n})$ を示すためには, $SO^n(\Phi_S, S_{mc}) = PRF(((r_{s_1} \olessthan r_{s_2}) \olessthan \ldots\ r_{s_n-1}), r_{s_n})$ であることを示せば良い．つまり任意の関係 $r \in \mathcal{R}$ について, $r \in SO^n(\Phi_S, S_{mc})$ であることの必要十分条件が $r \in PRF(((r_{s_1} \olessthan r_{s_2}) \olessthan \ldots\ r_{s_n-1}), r_{s_n})$ であることを示せば良い．すなわち,

$$\begin{aligned} & r \in SO^n(\Phi_S, S_{mc}) && \Leftrightarrow \\ & r = O^{n-1}(\Phi_S, S_{mc}) \cup \\ & \quad \{(w_a, w_b) : (w_b, w_a) \notin O^{n-1}(\Phi_S, S_{mc}) \wedge \\ & \qquad\qquad s_n \in \Phi_S(w_a, w_b) \wedge (w_b, w_a) \notin r^+\} && \Leftrightarrow \\ & r = ((r_{s_1} \olessthan r_{s_2}) \olessthan \ldots\ r_{s_n-1}) \cup \\ & \quad \{(w_a, w_b) : (w_b, w_a) \notin ((r_{s_1} \olessthan r_{s_2}) \olessthan \ldots\ r_{s_n-1}) \wedge \\ & \qquad\qquad w_a r_{s_n} w_b \wedge (w_b, w_a) \notin r^+\} && \Leftrightarrow \\ & r \in PRF(((r_{s_1} \olessthan r_{s_2}) \olessthan \ldots\ r_{s_n-1}), r_{s_n}) \end{aligned}$$

である．□

最後に起源付きの選好関係によって誘発される順序付けを定義する．

【定義 4·5】（共通順序） Φ_S によって誘発される順序付けとは以下のものである．

$$r_{\Phi_S} = \{(w_a, w_b) : \forall S_{mc} \in MC(S), w_a r_{\Phi_S, S_{mc}} w_b\}$$

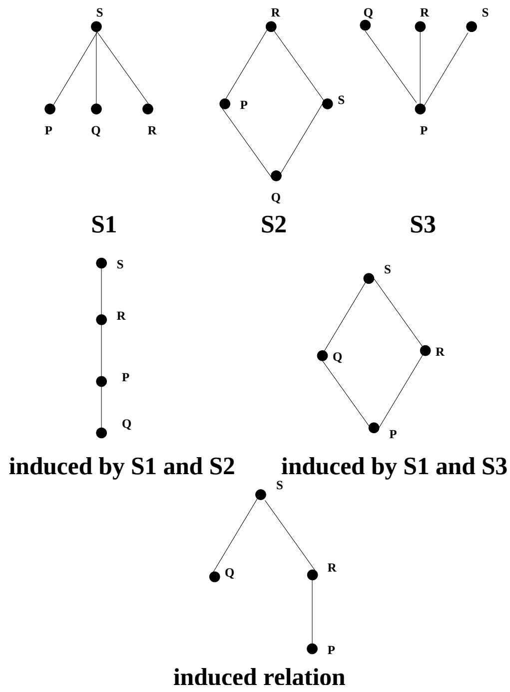


図 6 例 2·1 の形式化.

ここまでの定義を用いて，Φ が標準的な選好関係を誘発することを示す．

〈命題 4·1〉 起源付きの選好関係によって誘発される順序付けは $\mathcal{P}$ に含まれる．

《証明》 起源付きの選好関係 Φ_S が与えられて，この証明は命題 3·3 と補題 4·1 より, すべての $S_{mc} \in MC(S)$ について，$r_{\Phi_S, S_{mc}}$ が $\mathcal{W}$ 上の狭義の半順序である．よって $r_{\Phi_S} \in \mathcal{P}$．□

なお図 5 において, 下段に示されている選好関係は図の例の r_{Φ_S} である．

例

ここで第 2 章に述べた例 2·1 の形式化が可能となる．図 6 において，上段にはそれぞれ左から情報源 s_1，s_2，s_3 の保持している選好関係が記載されている．ここで P，Q，R，S の添字が付いた黒丸はそれぞれ P，Q，R，S が犯人である世界を示しており，順序において下の方の世界ほど尤もらしいものとする．例えば s_1 においては，S が犯人であることは P，Q，R が犯人であることよりも尤もらしくないが，P，Q，R の間では誰が犯人かは比較不能ということになる．中段にはそれぞれ左から s_1 と s_2 からなる鎖，そして s_1 と s_3 からなる鎖より誘発される選好関係が記載されている．最後の下段には，それらの共通部分，即ちエージェント全体によって誘発される選好関係が記載されている．従ってこの操作によれば，まず捜査当局は P と Q を検討すべきであるということになる．

例 2·2 の形式化も同様に図 7 に示す．この結果によればメイン司会者は P にすべきであるということになる．

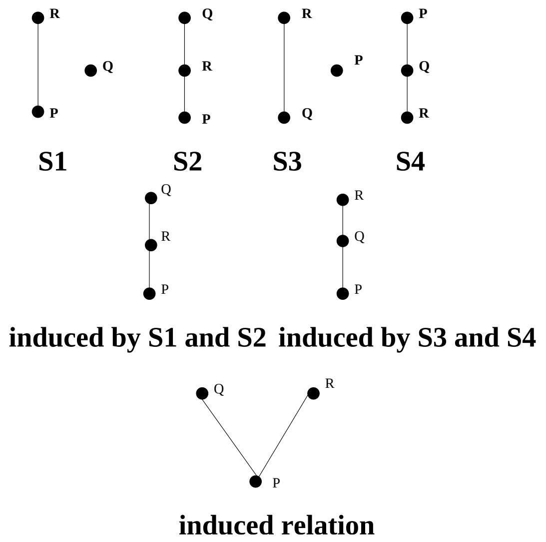


図 7　例 2·2 の形式化．

4·3　起源付き選好関係の融合

ここまでで標準的な選好関係が起源付き選好関係によって誘発されることが示された．従ってもし起源付きの選好関係の融合オペレータを設計できれば，それを用いて融合された標準的な選好関係も示すことができる．起源付きの選好関係の融合オペレータは簡単に以下のように定義される．

【定義 4·6】（選好関係の融合） Φ_1 および Φ_2 をそれぞれ情報源の集合 S_1 および S_2 によって誘発される起源付きの選好関係とする．$\Phi_1 \bigtriangledown \Phi_2$ によって示される Φ_1 と Φ_2 の融合 ($fusion$) とは $S_1 \cup S_2$ によって誘発された起源付きの選好関係のことである．

〈命題 4·2〉 もし Φ_1 および Φ_2 が情報源の集合 S_1 および S_2 によって誘発される起源付きの選好関係であるならば,

$$(\Phi_1 \bigtriangledown \Phi_2)(w_a, w_b) = \Phi_1(w_a, w_b) \cup \Phi_2(w_a, w_b).$$

である．

《証明》

$$\begin{aligned}(\Phi_1 \bigtriangledown \Phi_2)(w_a, w_b) &= \{s \in S_1 \cup S_2 : w_a r_s w_b\} \\ &= \{s \in S_1 : w_a r_s w_b\} \\ &\quad \cup \{s \in S_2 : w_a r_s w_b\} \\ &= \Phi_1(w_a, w_b) \cup \Phi_2(w_a, w_b)\end{aligned}$$

□

起源付きの選好関係は $\bigtriangledown$ のもとで閉じており，半束*6を形成する，ここで起源付きの選好関係によって誘発される順序付けは空となることがある．例えば図 8 においてて $s_1 \sqsupseteq s_2$ であるが $s_1 \not\sqsupseteq s_3$，$s_3 \not\sqsupseteq s_1$，$s_2 \not\sqsupseteq s_3$，および $s_3 \not\sqsupseteq s_2$ とする．ここでエージェント A は s_1 に，B は s_2 に，C は s_3 に割り当てられる．こうすると情報源の集合によって誘発される起源付きの選好関係によって誘発される順序付けは空になる．

*6　巾等律，可換律そして結合律を満たす．

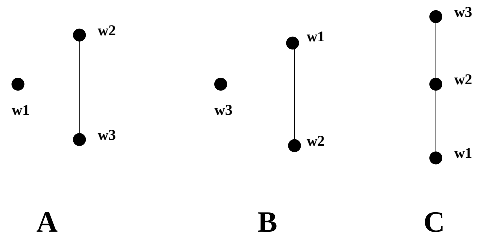


図 8　起源付きの選好関係によって誘発される順序付けが空である場合．

このオペレータの応用可能性を評価するため，どんな種類の起源付きの選好関係が空でない順序付けを誘発するかを考察する．まず最大に順序付けられた情報源の集合を定義する．

【定義 4·7】（最大順序） $S \subseteq \mathfrak{S}$ とする．S が最大に順序付けられている ($maximally\text{-}ordered$) とは S が最大の情報源 s_m を持つ場合であり，そしてその場合に限る．

〈命題 4·3〉 もし S が最大に順序付けられていて，S によって誘発される起源付きの選好関係によって誘発される順序付けが r_{Φ_S} であるならば，$r_{s_m} \subseteq r_{\Phi_S}$ である．

《証明》 任意の極大鎖 $S_{mc} = \{s_1, \ldots, s_N\} \in MC(S)$ について $s_m = s_1$ であるために，補題 4·1 より $r_{s_1} = r_{s_m} \subseteq r_{\Phi_S, S_{mc}}$ である．従って $r_{s_m} \subseteq r_{\Phi_S}$ となる．　□

それゆえ，その最大の情報源の順序が空でない場合，起源付き選好関係によって誘発される順序付けは空でない．

5．信念の融合から選好関係の融合への翻訳

この章においては，本研究で提示した選好関係の融合が，これまでの信念の融合の概念を内包すること，すなわち，選好関係の融合が信念の融合を適切に模倣できることを示す．まず信念の融合のオペレータ，およびそのオペレータで用いられる知識表現としての起源付きの信念状態について定義する前に，リファイン・オペレータと信念状態について述べ，それらと選好関係を用いたリファイン・オペレータとの関係を説明する．

5·1　リファイン・オペレータの対応関係

(標準的な) 信念状態は以下のように定義される [Maynard-Reid II and Shoham 01].

【定義 5·1】（信念状態） ($\mathcal{W}$ 上の) 信念状態 $\preceq$($belief\ state$) とは $\mathcal{W}$ 上の全擬順序のことである．

$\mathcal{B}$ は信念状態の集合，$\prec$ は信念状態 $\preceq$ の非対称な制限であり，$\sim$ は対称的な制限であるとする．信念状態のリファインは我々が第 3 章で定義したものより簡単である．

【定義 5·2】（信念状態のリファイン） $\preceq_A, \preceq_B \in \mathcal{B}$ とする．$\preceq_A$ の $\preceq_B$ による信念状態についてのリファイン ($the\ refinement\ for\ belief\ states$) とは $\preceq_A \oslash \preceq_B = \{(w_a, w_b) : w_a \preceq_A w_b \vee (w_a \sim_A w_b \wedge w_a \preceq_B w_b)\}$ である．

ここで信念状態についてのリファインはユニークな結果を導く操作である．

〈命題 5·1〉 もし $\preceq_A, \preceq_B \in \mathcal{B}$ ならば，$\preceq_A \otimes \preceq_B \in \mathcal{B}$ である．

本論文で提案したリファインと信念状態についてのリファインの間の関係を示す前に，われわれは信念状態から選好関係への適切な翻訳を示す．その翻訳は以下のように行われる．

【定義 5·3】（翻訳された関係） $\preceq \in \mathcal{B}$ とする．$\preceq$ の翻訳 ^{t}(*the translation*) とは $\preceq^t = \{(w_a, w_b) : w_a \prec w_b\}$ である．ここで特に $\preceq^t$ のことを $\preceq$ の翻訳された関係 (*the translated relation of* $\preceq$) と呼ぶ．

〈命題 5·2〉 もし $\preceq \in \mathcal{B}$ ならば，$\preceq^t \in \mathcal{P}$ である．

《証明》 非反射性は翻訳の定義よりわかる．推移性は背理法によって示される． □

't' は $\mathcal{B}$ から $\mathcal{P}$ への単射である．$\mathcal{T}$ が信念状態の翻訳されたモデルの集合であるならば，$\mathcal{T} \subseteq \mathcal{P}$ であり，$\preceq^t$ は $\mathcal{B}$ から $\mathcal{T}$ への全単射である．

信念状態の翻訳されたモデルについての共通リファイン・オペレータを，信念状態についてのリファイン・オペレータとして次のように使用することができる．

〈命題 5·3〉 $\preceq_A$ および $\preceq_B \in \mathcal{B}$ とする．すると $(\preceq_A \otimes \preceq_B)^t = \preceq_A^t \otimes \preceq_B^t$ である．

《証明》 $\preceq^t = (\preceq_A \otimes \preceq_B)^t$ とする．$\preceq^t$ が $\preceq_A^t$ の $\preceq_B^t$ によるプリミティブ・リファインの集合の唯一の要素であることを示せば十分である．まず，定義 5·2 により，

$$\begin{aligned}\preceq^t \quad = \quad & \preceq_A^t \cup \{(w_a, w_b) : (w_b, w_a) \notin \preceq_A^t \wedge \\ & \qquad (w_a, w_b) \in \preceq_B^t\} \quad \cdots (1)\end{aligned}$$

である．次に，定義 3·3 により，任意の $r \in \mathcal{R}$ について，

$$\begin{aligned}& r \in PRF(\preceq_A^t, \preceq_B^t) \Leftrightarrow \\ & \quad r = \ \preceq_A^t \cup \{(w_a, w_b) : (w_b, w_a) \notin \preceq_A^t \wedge \\ & \qquad\qquad (w_a, w_b) \in \preceq_B^t \wedge \\ & \qquad\qquad (w_b, w_a) \notin r^+\} \quad \cdots (2)\end{aligned}$$

である．(1),(2) を比較すれば，任意の $r \in PRF(\preceq_A^t, \preceq_B^t)$ は $\preceq^t$ に含まれるので，$\preceq^t \in PRF(\preceq_A^t, \preceq_B^t)$ を示せば，$\preceq^t$ が $\preceq_A^t$ の $\preceq_B^t$ によるプリミティヴ・ファインの集合の唯一の要素であることを示せたことになる．これを背理法によって示す．$(w_a, w_b) \in \preceq^t$ であるにもかかわらず，$(w_b, w_a) \in \preceq^{t+}$ であるとする．すると $(w_b, w_b) \in \preceq^{t+} = \preceq^t$ になってしまい，$\preceq^t$ が非反射的であることに矛盾してしまう．よって $(w_a, w_b) \in \preceq^t$ ならば，$(w_b, w_a) \notin \preceq^{t+}$ であり，$\preceq^t \in PRF(\preceq_A^t, \preceq_B^t)$ が成り立つ． □

それゆえ信念状態の翻訳 ^{t} は $\mathcal{B}$ から $\mathcal{T}$ へのリファイン・オペレータに関して同型である．

5·2 融合オペレータの対応関係

ここで翻訳は単にリファインのみにとどまらない．これから融合オペレータやそこで用いられる知識表現に関しても，さまざまな翻訳ができることを示す．つまり起源付きの信念状態 (*pedigreed belief state*) もまた起源付きの選好関係に翻訳することができる．次の定義 [Maynard-Reid II and Shoham 01] において $\leq_s$ は情報源 $s \in \mathcal{S}$ の信念状態を，$<_s$ はその非対称な制限を示している．

【定義 5·4】（起源付き信念状態） 情報源の集合 $S \subseteq \mathfrak{S}$ が与えられて，S によって誘発される起源付きの信念状態は $\Psi(w_a, w_b) = \{s \in S : w_a <_s w_b\}$ となるような関数 $\Psi : \mathcal{W} \times \mathcal{W} \to 2^S$ である．

以下の定義において，$\leq_s^t$ は $\leq_s$ に対して，定義 5·3 の翻訳't' を適用したものである．

【定義 5·5】（起源付きの翻訳された関係） 情報源の集合 $S \subseteq \mathfrak{S}$ が与えられて，Ψ の起源付きの翻訳された関係 (*the pedigreed translated relation*) とは $\Psi^t(w_a, w_b) = \{s \in S : w_a \leq_s^t w_b\}$ となるような関数 $\Psi^{tr} : \mathcal{W} \times \mathcal{W} \to 2^S$ である．

〈命題 5·4〉 情報源の集合 $S \subseteq \mathfrak{S}$ および $w_a, w_b \in \mathcal{W}$ が与えられて，

$$\Psi^t(w_a, w_b) = \Psi(w_a, w_b).$$

《証明》 $\leq_s^t$ は $\leq_s$ の非対称な制限であることによる． □

明らかに起源付きの翻訳された関係は起源付きの選好関係である．われわれはまた起源付きの信念状態の支配的な信念状態によって誘発される順序付けと起源付きの翻訳された関係によって誘発される順序付けとの間のつながりを示すことができる．しかしながらこの場合は $\mathfrak{S}$ 上のランク付け $\sqsupseteq$ を狭義の全順序に制限する必要がある．

次に，s_0 を不可知な情報源 (*agnostic source*)，すなわち $\leq_{s_0}$ が完全な関係となるような情報源であるとし，$\{s_0\}$ は最小の信頼度を持つ情報源と仮定する．以下の定義で max とは情報源の集合を引数に取り，$\sqsupseteq$ に関して最大の要素となる情報源を選ぶ関数である．

【定義 5·6】（支配的な信念状態） $\mathfrak{S}$ 上の $\sqsupseteq$ が狭義の全順序に制限されているとする．起源付きの信念状態 Ψ が与えられたとき，Ψ の支配的な信念状態 (*dominating belief state*) は $\Psi_{\sqsupseteq}(w_a, w_b) = max(\Psi(w_a, w_b) \cup \{s_0\})$ となるような関数 $\Psi_{\sqsupseteq} : \mathcal{W} \times \mathcal{W} \to S$ である．

【定義 5·7】（支配的な信念状態による順序付け） $\mathfrak{S}$ 上の $\sqsupseteq$ が狭義の全順序に制限されているとする．$\Psi_{\sqsupseteq}$ によって誘発される順序付けは $w_a \preceq_{\sqsupseteq} w_b$ である必要十分条件が $\Psi_{\sqsupseteq}(w_a, w_b) \sqsubseteq \Psi_{\sqsupseteq}(w_b, w_a)$ となるような関係 $\preceq_{\sqsupseteq} \subseteq \mathcal{W} \times \mathcal{W}$ である．

すると，$\Psi_{\sqsupseteq}$ は標準的な信念状態を誘発する [Maynard-Reid II and Shoham 01].

〈命題 5·5〉 支配的な信念状態によって誘発される順序付けは $\mathcal{B}$ 内の要素である．

命題 5·5 は次の補題 5·1 によって得られる．

［補題 5·1］ $\mathfrak{S}$ 上の $\sqsupseteq$ が狭義の全順序に制限されているとする．$S=\{s_1,\dots,s_N\}\subseteq\mathfrak{S}$ をすべての $1\le i<N$ について $s_i\sqsupseteq s_{i+1}$ となるようにする．ここで N は S 内の要素数である．もし $\preceq_{\sqsupseteq}$ が S によって誘発された起源付きの信念状態の支配的な信念状態によって帰納される順序付けならば，

$$\preceq_{\sqsupseteq}=\begin{cases} N=1\text{ の場合：}\quad \le_{s_1}\ , \\ N>1\text{ の場合：} \\ ((\le_{s_1}\circledless\le_{s_2})\circledless\dots\ \le_{s_N}). \end{cases}$$

である．

ここで次の命題を示す．

〈命題 5·6〉 $\mathfrak{S}$ 上の $\sqsupseteq$ が狭義の全順序に制限されているとする．もし $\preceq_{\sqsupseteq}$ が S によって誘発された起源付きの信念状態の支配的な信念状態によって誘発される順序付けならば，$\preceq^t_{\sqsupseteq}$ は S によって誘発された起源付きの選好関係によって誘発された順序である．

《証明》 命題 5·3，そして補題 5·1 より，$S=\{s_1,\dots,s_N\}$ として，$N>1$ の場合，

$$\begin{aligned}\preceq^t_{\sqsupseteq} &= ((\le_{s_1}\circledless\le_{s_2})\circledless\dots\ \le_{s_N})^t \\ &= ((\le^t_{s_1}\circledless\le^t_{s_2})\circledless\dots\ \le^t_{s_N})\end{aligned}$$

である．$N=1$ の場合は $\preceq^t_{\sqsupseteq}=\le_{s_1}$ となる．ここで各 $\le^t_{s_n}$ $(n=1,...,N)$ は命題 5·2 より選好関係である．したがって S によって誘発された起源付きの選好関係 Φ_S を $\Phi_S(w_a,w_b)=\{s\in S: w_a\le^t_s w_b\}$ とするとき，$\preceq^t_{\sqsupseteq}$ は補題 4·1 の等式を満たすので $\preceq^t_{\sqsupseteq}=r_{\Phi_S,S}$ となる．ここで $\mathfrak{S}$ の制限により，$MC(S)=\{S\}$ となる．したがって，$r_{\Phi_S}=r_{\Phi_S,S}$ となる．よって $\preceq^t_{\sqsupseteq}=r_{\Phi_S}$ となり，$\preceq^t_{\sqsupseteq}$ は S によって誘発された起源付きの選好関係によって誘発された順序である．□

最後に，本研究の融合オペレータと通常の信念の融合との間の関係を示す．

【定義 5·8】（起源付き信念状態の融合） Ψ_1 および Ψ_2 をそれぞれ情報源の集合 S_1 および S_2 によって誘発された起源付きの信念状態とする．$\Psi_1\circledvee\Psi_2$ によって示される Ψ_1 と Ψ_2 の融合 (*fusion*) とは $S_1\cup S_2$ によって誘発された起源付き信念状態のことである．

さらに次の命題を示す．

〈命題 5·7〉 $\mathfrak{S}$ 上の $\sqsupseteq$ が狭義の全順序に制限されているものとし，Ψ_1 および Ψ_2 をそれぞれ情報源の集合 S_1 および S_2 によって誘発された起源付きの信念状態とする．すると $(\Psi_1\circledvee\Psi_2)^t=\Psi_1^t\bigtriangledown\Psi_2^t$ である．

《証明》 $(\Psi_1\circledvee\Psi_2)^t=\{s\in S_1\cup S_2: w_a\le^t_s w_b\}=\Psi_1^t\bigtriangledown\Psi_2^t$ である．□

以上より，本研究の選好関係の融合は，信念の融合を適切に含むことが示された．

6. お わ り に

この論文の貢献は以下の通りである．[Maynard-Reid II and Shoham 01] はリファイン・オペレータが繰り返し適用される際に生じる問題を解決するために起源付きの情報のアイデアを提案したが，彼らの理論においては情報源のすべてが全順序付けられていなければならないという制約があった．これは現実の応用範囲を狭めてしまうことになる．本論文においては情報源の信頼度が半順序でも信念の融合を可能なパラダイムを提示し，そのようなモデルにおいても信念状態の代わりに選好関係を用いれば融合の手続きを構築できることを示した．加えて，そのような操作が通常の信念の融合の操作を包含することができることも示した．

しかしわれわれが採用する選好関係の融合の手法において，いくつかの問題が残っている．まずわれわれはプリミティブなリファインを不動点を用いて定義した．このような定義は数学的には問題ないが，$RF(r_a,r_b)$ を計算する効果的な手続きが存在しない点で問題になる．次にわれわれはすべての可能なリファインの交叉をとることによって共通リファインを定義したが，これは必然ではない．他にもリファイン・オペレータをユニークに決定する方法があり，われわれの取った方法は将来様々な形で変更され得る．

また，起源付きの選好関係から通常の選好関係を誘発する際に生じる鎖の間の対立も交叉をとって解消しているが，これについても交差を取らなければならない必然性はない．ただしこの問題はリファイン・オペレータをユニークに決定する方法の問題と異なることに注意せよ．リファイン・オペレータの定義で問題となったのは，通常の [Maynard-Reid II and Shoham 01] に見られるような定義の仕方では well-defined にならないことを理由にして，定義を変更したために，リファインの解の候補が複数生じたのが問題なのであって，この問題のようにエージェントの鎖の間で生じた対立を解消して通常の選好関係を一意に誘発することが目的で生じたのではない．従ってリファイン・オペレータの改良の問題と，選好関係の誘発の問題とは別個のものとして考える必要がある．

最後に我々のモデルでは選好関係を用いているために w_arw_b かつ w_brw_a のような矛盾した意見を扱うことができない．これは [Maynard-Reid II 01] で扱われているモジュラー性と推移性を持った関係では扱うことができるので，この点において今回の我々のモデルの表現力は弱い．今後の課題としては今回のモデルから非反射性の制限を取り除いて，[Maynard-Reid II 01] のオペレータで取り扱える範囲の問題も覆うことができるモデルに拡

張することが考えられる．

謝　　辞

差読者の方々から有益なコメントを預かりました．ここに感謝の意を表明します．

◇ 参　考　文　献 ◇

[Alchourrón et al. 85] C.E.Alchourrón, P.Gärdenfors, and D.Makinson,“On the logic of theory change: partial meet contraction and revision functions, ”Journal of Symbolic Logic 50,pp.510-530 (1985).

[Gärdenfors 88] P.Gärdenfors,“Knowledge In Flux: Modeling the Dynamic of Epistemic States,” Cambridge: The MIT Press(1988).

[Grove 88] Grove,A.,“Two modelings for theory change,” Journal of Philosophical Logic 17, pp.157-170 (1988).

[Katsuno and Mendelzon 91] H.Katsuno and A.Mendelzon, “Propositional knowledge base revision and minimal change,” Artificial Intelligence 52,pp.263-294 (1991).

[Kraus et al. 90] S.Kraus, D.Lehmann and M.Magidor,“Nonmonotonic reasoning, preferential models and cumulative logics,” Artificial Intelligence 41,pp.167-207 (1990).

[Kripke 59] S.A.Kripke,“A Completeness Theorem in Modal Logic,” Journal of Symbolic Logic 24, 1-14 (1959).

[Makinson 94] D.Makinson,“General Patterns in Nonmonotonic Reasoning,” D.Gabbay, C.J.Hogger, and J.A.Robinson, editors, Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming Vol.3 ,pp.35-110 (1994).

[Maynard-Reid II 01] P.Mainard-Reid II,“Pedigreed Belief Change,” Ph.D. Thesis, Stanford University (2001).

[Maynard-Reid II and Shoham 01] P.Mainard-Reid II and Y.Shoham,“Belief Fusion: Aggregating Pedigreed Belief States,” Journal of Logic,Language, and Information 10,pp.183-209 (2001).

[Shoham 87] Y.Shoham, “A semantic approach to nonmonotonic logics,” In Proceedings of the Tenth International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI) pp.388-393 (1987).

[Suzuki and Tojo 03] Y.Suzuki and S.Tojo, “Fusion of Pedigreed Preferential Relations,” In 10th Workshop on Logic, Language, Information and Computation (WoLLIC ’03) pp.167-178 (2003).

〔担当委員：佐藤　健〕

2003 年 8 月 15 日　受理

著　者　紹　介

鈴木　義崇(学生会員)

1999 年関西学院大学理学部物理学科卒業．2001 年北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科博士前期課程終了．現在同大学同研究科博士後期課程在学中．信念修正と非単調推推論に関心を持つ．

東条　　敏(正会員)

1981 年東京大学工学部計数工学科卒業，1983 年東京大学大学院工学系研究科修了．同年三菱総合研究所入社．1986-1988 年，米国カーネギー・メロン大学機械翻訳センター客員研究員．1995 年北陸先端科学技術大学院大学情報科学研究科助教授，2000 年同教授．1997-1998 年ドイツ・シュトゥットガルト大学客員研究員．博士 (工学)．自然言語の形式意味論，オーダーソート論理，マルチエージェントの研究に従事．情報処理学会，人工知能学会，ソフトウェア科学会，言語処理学会，認知科学会，ACL，Folli 各会員．