JAIST Repository
https://dspace.jaist.ac.jp/

Title	高木・菅野モデルの逆問題の解法
Author(s)	領家，美奈；中森，義輝；田村，坦之
Citation	日本ファジィ学会誌，10(3)：541-547
Issue Date	1998-06-05
Type	Journal Article
Text version	publisher
URL	http://hdl.handle.net/10119/7961
Rights	Copyright (C) 1998 日本知能情報ファジィ学会．領家美奈，中森義輝，田村坦之，日本ファジィ学会誌，10(3)，1998，541-547．本文データは学協会の許諾に基づきCiNiiから複製したものである．
Description	

JAIST
JAPAN
ADVANCED INSTITUTE OF
SCIENCE AND TECHNOLOGY

Japan Advanced Institute of Science and Technology

Japan Society for Fuzzy Theory and Systems

日本ファジィ学会誌 Vol.10, No.3, pp.541-547 (1998)

論 文

高木・菅野モデルの逆問題の解法†

領家 美奈*1　中森 義輝*1　田村 坦之*2

高木・菅野型ファジィモデルによって記述された非線形システムの逆問題の解法について考察する。ファジィモデルにおいては前件部が非線形であるために，出力から入力への対応は一般に一対多となり逆問題の解は一意的ではない。したがって，ある出力に対応するすべての入力の組み合わせを提示するアルゴリズムが必要となる。その際，求められた入力の組み合わせの起こりうる可能性を合わせて提示することが望ましい。本論文では，第1段階で遺伝的アルゴリズムを用い，第2段階で分数計画法を用いる手順を検討する。しかし，すべてのルールの適合度が小さい領域では分数計画法がうまく作動しない。論文では，特に将来予測の観点から，この点についての考え方，方策について検討する。

1. はじめに

逆問題という言葉は，様々な分野で，またいろいろなレベルで用いられている。広い意味では，「観測データに基づいて事象の構造を推定する問題は全て逆問題である」[1]ととらえることができるし，また，逆問題を解くための必要な先験情報がなんらかの数理モデルで表現されている場合，「モデルと出力が与えられて未知の入力を求める問題」[2]と定義することもできる。

ファジィシステムの逆問題に関しては，集合間のファジィ対応関係の逆問題の解法に関する研究がいくつかあり，故障診断，医療診断などへの適用例が報告されている[3][4]。ファジィ制御も逆問題の一種と考えることができる。プラントのファジィモデルを用いてファジィ制御器を設計する手法として，プラント法則と制御規則の整合性をとるように制御量を導出する方法が提案されている[5]。その際，ファジィモデルにおいては，過去のプラントの出力と制御量に関するファジィ命題が前件部に，時系列モデルにより表されたプラント法則と，ファジィ制御規則が後件部に配置されている。

しかし，ファジィモデルは制御問題だけでなく様々な問題に適用されることから，与えられた出力に対応する入力を求めるための一般的方法を確立することが必要である。本論文で議論することは，前件部がファジィ命題，後件部が線形回帰モデルの高木・菅野型ファジィモデル[6]により記述されたシステムの出力が与えられたとき，それを与える入力の組み合わせを，その起こりうる可能性とともに求める問題である。ただし，出力値の最大または最小化も同様に扱えるので同時に問題を定式化し，解法アルゴリズムを並記する。

生駒らによるファジィモデルにおける逆問題の数値的解法[2]では，前件部のメンバシップ関数が台形型で，全てのメンバシップ関数により入力変数の定義域が覆われている場合を想定している。また，各入力変数軸でのルールの重みの和は1となるようにメンバシップ関数が定義されている。したがって，ルールからの出力統合式を一次式で近似することができる。また，最急降下法により1つの解が得られればよいという立場をとっている。

しかし，実際の多次元観測データからファジィモデルを同定するとき，入力変数の定義域全体がモデルによって覆われる場合は少ない。またファジィモデルは前件部がファジィ命題であることから，入力と出力の関係が多対一関係となり，ある出力を与える入力の組み合わせは一意的ではない。そこで，ある出力を与える入力の組み合わせを，その起こりやすさの可能性とともに，できるだけ多く発見することが必要となる。

本論文では，第1段階で遺伝的アルゴリズムを用い，第2段階で分数計画法を用いる手順を検討する。しかし，すべてのルールの適合度が小さい領域では分数計画法がうまく作動しない。本論文では，この点についての考え方，方策についても検討する。これは，現在までは適合度の小さい入力の組み合わせであるが，将来は大きな可能性のある入力の組み合わせも発見しようという，モデル外挿問題に関連する重要な問題である。

本論文の構成は以下の通りである。2節ではファジィモデルの逆問題の定式化を行い，3節において解法

---

† Solution to Inverse Problems of the Takagi-Sugeno Models

Mina RYOKE, Yoshiteru NAKAMORI and Hiroyuki TAMURA

*1 北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科
School of Knowledge Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology

*2 大阪大学大学院基礎工学研究科
Department of Systems and Human Science, Graduate School of Engineering Science

NII-Electronic Library Service

Japan Society for Fuzzy Theory and Systems

の方針とアルゴリズムを記述する。4節では本手法の有効性を示すために数値例を提示する。5節においては，ルール適合度の小さい逆問題の解の発見法について議論する。最後に6節において，論文のまとめと今後の課題を記述する。

2．逆問題の定式化

2.1 ファジィモデル

本論文で考察する高木・菅野型ファジィモデル[6]はつぎのようなルール群からなる非線形モデルである。

Rule R_i：if $\boldsymbol{z}$ is F_i,

$$\text{then } y=\boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x})\equiv a_{i0}+\boldsymbol{a}_i^{\top}\boldsymbol{x} \tag{1}$$

ただし，y は目的変数，$\boldsymbol{x}=(x_1,x_2,\cdots,x_s)^{\top}$ は後件部変数ベクトル，$\boldsymbol{z}=(z_1,z_2,\cdots,z_t)^{\top}$ は前件部変数ベクトル，$\boldsymbol{a}_i=(a_{i1},a_{i2},\cdots,a_{is})^{\top}$ は回帰係数ベクトルである。F_i はメンバシップ関数 $f_i(\boldsymbol{z})$ を持つファジィ部分集合である。

変数集合 $\{x_1,x_2,\cdots,x_s\}$ と $\{z_1,z_2,\cdots,z_t\}$ はしばしば共通部分を持つ。そこで，それらの合併集合を

$$\{w_1,\cdots,w_u\}=\{x_1,\cdots,x_s\}\cup\{z_1,\cdots,z_t\} \tag{2}$$

とおき，ファジィモデルへの入力変数ベクトルを

$$\boldsymbol{w}=(w_1,w_2,\cdots,w_u)^{\top} \tag{3}$$

と定義する。u は入力変数の個数である。$\boldsymbol{w}$ の定義域を S で表すが，これは各変数ごとの定義域の直積とする。

予測値 $\hat{y}$ は次式によって与えられる。

$$\hat{y}=\frac{\sum_{i=1}^{c} f_i(\boldsymbol{z}^*)\cdot\boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x}^*)}{\sum_{i=1}^{c} f_i(\boldsymbol{z}^*)} \tag{4}$$

ただし，c はルールの総数であり，$\boldsymbol{x}^*$ と $\boldsymbol{z}^*$ は入力値ベクトルを表す。

ここで，ルールの適合度を計算するためのメンバシップ関数を以下のように定義する。まず，ルール R_i の前件部を構成するための条件変数 z_j の部分データ集合 Z_{ij} を用いて，メンバシップ関数を次のように定義する。

$$\mu_{ij}(z_j;q_{ij1},q_{ij2},q_{ij3},t_{ij1},t_{ij2})=\begin{cases}\exp\left(-\dfrac{(z_j-q_{ij2})^2}{2(t_{ij1})^2(q_{ij1}-q_{ij2})^2}\right), & z_j\le q_{ij2}\\ \exp\left(-\dfrac{(z_j-q_{ij2})^2}{2(t_{ij1})^2(q_{ij3}-q_{ij2})^2}\right), & z_j\ge q_{ij2}\end{cases} \tag{5}$$

ここで，q_{ij1}，q_{ij2}，q_{ij3} は Z_{ij} の第1，第2，第3四分位点である。特に第2四分位点は中央値である。これらのうちいくつかが等しいときには，$p_{ij1}<p_{ij2}<p_{ij3}$ の関係を保つように小さな揺らぎを与えることにする。また，$t_{ij1},t_{ij2}(>0)$ はチューニングパラメータである。デフォルト値1を持つが，モデルの同定において最適化される[7][8]。ルール R_i に対応するメンバシップ関数をつぎのように定義する。

$$f_i(\boldsymbol{z})=\prod_{j=1}^{t}\mu_{ij}(z_j;q_{ij1},q_{ij2},q_{ij3};t_{ij1},t_{ij2}) \tag{6}$$

(5)式により導入したメンバシップ関数は変数軸上で定義されているが，部分データの主軸上に定義することもできる[9]。そのようなメンバシップ関数を用いると条件変数間の相関を考慮することができる。ただし，どちらのメンバシップ関数を用いても以下の議論には影響を与えない。

2.2 定式化

逆問題の目的は，ある与えられた出力値 y^* に対応する入力値ベクトル $\boldsymbol{w}^*$ を求めることであるが，最小化あるいは最大化問題もほとんど同様に扱えるので，本論文では以下のように問題を定式化する。制約条件

$$\begin{cases}f_i(\boldsymbol{z})=\prod_{j=1}^{t}\mu_{ij}\\ g_i(\boldsymbol{x})=a_{i0}+\boldsymbol{a}_i^{\top}\boldsymbol{x}\\ \boldsymbol{w}\in S\end{cases} \tag{7}$$

のもとで

問題(P_{min})：$\hat{y}=\hat{y}(\boldsymbol{w})$ を最小化する $\boldsymbol{w}$ を求める。
問題(P_{max})：$\hat{y}=\hat{y}(\boldsymbol{w})$ を最大化する $\boldsymbol{w}$ を求める。
問題(P_{goal})：$\hat{y}=\hat{y}(\boldsymbol{w})$ と望ましい出力値 y^* の差の2乗を最小化する $\boldsymbol{w}$ を求める。

問題は制約条件付き非線型計画問題であるが，本論文では最急降下法により解を更新していくとき，定義域を越えないように勾配パラメータの大きさを調節することにより制約条件を考慮する。

3．解法アルゴリズム

第1段階として，問題(P_{min})，(P_{max})あるいは(P_{goal})に対応する入力の組み合わせで，かつ，前件部適合度が大きいような入力の組合せを遺伝的アルゴリズム[10]によりおおまかに求める。第2段階では，遺伝的アルゴリズムを用いて得られた解を初期値として，非線形計画法の1つである分数計画法により厳密解を求める。遺伝的アルゴリズムでは連続値を離散化してコーディングするため，入力変数の定義域が広いとき得られる解は粗いものになる。一方，分数計画法のアルゴリズムでは初期値により解が大きく異なることがある。そこで，これらを組み合わせて解の集合を求め

NII-Electronic Library Service

Japan Society for Fuzzy Theory and Systems

ることを検討するものである。

前件部のメンバシップ関数が非対称ガウス型であるから，定義域内のあらゆる点の入力を受け付けることができる。しかし，前件部適合度が小さいとき，目的関数の微分係数が非常に小さくなるため，分数計画法による解の更新が行われにくくなる。そこで，過去に存在した入力値の周辺が今後も起こりやすいとみなし，探索範囲を前件部適合度がある程度大きい入力値に絞ることにより，この問題をひとまず回避する。この点については，5節において考察する。

3.1 遺伝的アルゴリズムによる近似解

遺伝的アルゴリズムによれば，目的関数の微分係数を用いないで簡略に近似解を求めることができる。また，多目的最適解を求める研究も進められている[11]。そこで，遺伝的アルゴリズムを用いて，逆問題の近似解で，前件部適合度の大きい入力の組み合わせを求めることができる。

ただし，変数の値は連続値であるため，いかにコーディングするかが問題である。ここでは，実数の遺伝子のコーディングのための1つの方法であるCell Adhesion Molecule(以下，CAMと略記)行列[12]を利用する。同じ定義域を持つ連続的に変化する変数の組合せ最適化問題を考えるとき，下限と上限の範囲から乱数を発生させてCAM行列の要素を与え，その中のいくつかを選択し組合せを最適化する問題に置き換える。行列の要素をコードとして扱うために要素は行番号と列番号を2進数表示して並べたもので表わされる。それをいくつか並べてコードとして扱い遺伝子演算をおこない最適化する。本論文では各入力変数が異なる定義域を持つことから，CAM行列の要素の与え方を以下のように工夫する。すなわち，CAM行列の行番号に各入力変数を対応させ，行ごとに各定義域から乱数を発生させ代入する。そしてCAM行列の列番号を指定することにより，各定義域内の実数を指定し，コーディングをおこなう。

遺伝的アルゴリズムを簡単に記述する。

遺伝的アルゴリズム

Step 1：CAM行列を乱数により与える。初期集団と世代数を設定する。

Step 2：得られた世代の各個体について，ファジィモデルの出力を求める。

Step 3：設定された世代数に到達すれば終了する。そうでなければ，世代数をひとつ進めて，選択，交叉，突然変異をおこない，前ステップに戻る。

問題(P_{min})，(P_{max})においては最良個体の出力値との2乗誤差，問題(P_{goal})においてはy^*との2乗誤差が小さく，前件部適合度が高いという2つの評価基準を用いて選択をおこなう。多目的問題の遺伝的アルゴリズムの詳細は参考文献[11]に譲る。

3.2 分数計画法による厳密解

遺伝的アルゴリズムによって得られた近似解を出発点として，分数計画法[13]により厳密解を求める。まず，

$$h_i(\boldsymbol{w})=f_i(\boldsymbol{z})g_i(\boldsymbol{x})$$

とおく。便宜上，次の$\hat{y}(\boldsymbol{w})$を最小化する問題を(P)と呼ぶ。

$$(P)\ \inf\{\hat{y}(\boldsymbol{w})\ ;\ \hat{y}(\boldsymbol{w})=\frac{\sum_{i=1}^{c}h_i(\boldsymbol{w})}{\sum_{i=1}^{c}f_i(\boldsymbol{z})},\ \boldsymbol{w}\in S\} \quad (9)$$

問題(P)をパラメトリック問題(P_q)に変換する。

$$(P_q)\ \min\{J(q,\boldsymbol{w})\ ;$$

$$J(q,\boldsymbol{w})=\sum_{i=1}^{c}h_i(\boldsymbol{w})-\sum_{i=1}^{c}f_i(\boldsymbol{z}),\ \boldsymbol{w}\in S\} \quad (10)$$

ただし，$q\in\boldsymbol{R}$はパラメータである。問題(P)と問題(P_q)の同値性について，以下に述べる。問題(P)の最適解を$\bar{\boldsymbol{w}}$とし，$\bar{q}$を次式のようにおく。

$$\bar{q}=\frac{\sum_{i=1}^{c}h_i(\bar{\boldsymbol{w}})}{\sum_{i=1}^{c}f_i(\bar{\boldsymbol{z}})} \quad (11)$$

また問題(P_q)の最適解を$\boldsymbol{w}'$とする。$\sum_{i=1}^{c}f_i(\boldsymbol{z})>0$であるので

$$J(q,\boldsymbol{w}')>0 \text{ iff } q<\bar{q} \quad (12)$$

$$J(q,\boldsymbol{w}')=0 \text{ iff } q=\bar{q} \quad (13)$$

$$J(q,\boldsymbol{w}')<0 \text{ iff } q>\bar{q} \quad (14)$$

が成り立つ。すなわち$q=\bar{q}$のとき，またそのときに限り$J(q,\boldsymbol{w})$の最小値は0になる。さらに$q=\bar{q}$のときの問題(P_q)の最適解$\boldsymbol{w}'$は

$$\sum_{i=1}^{c}h_i(\boldsymbol{w}')-\bar{q}\sum_{i=1}^{c}f_i(\boldsymbol{z}')=0 \quad (15)$$

を満たす。すなわち

$$\bar{q}=\frac{\sum_{i=1}^{c}h_i(\boldsymbol{w}')}{\sum_{i=1}^{c}f_i(\boldsymbol{z}')} \quad (16)$$

$\bar{q}$は$\hat{y}(\boldsymbol{w})$の下限値であるから$\boldsymbol{w}'$は問題(P)の解である。従って問題$(P_{\bar{q}})$の最適解は問題(P)の最適解であることがわかる。つまり問題(P)を解くことは非線形式$J(q,\boldsymbol{w})=0$のqと$\boldsymbol{w}$を求めることと同値である

NII-Electronic Library Service

Japan Society for Fuzzy Theory and Systems

[13]。

分数計画法のアルゴリズムを以下に記述する。

分数計画法のアルゴリズム

Step 1：ステップ数 l を 0 とする。初期点 $\boldsymbol{w}^{(l)}$を設定する。与えられた点 $\boldsymbol{w}^{(l)}$を用いてファジィモデルの出力 $\hat{y}(\boldsymbol{w}^{(l)})$を求める。

Step 2：目的関数 $J(\boldsymbol{w})$を定義する。問題(P_{min})に対しては

$$J(\boldsymbol{w})=\sum_{i=1}^{c} h_i(\boldsymbol{w})-\hat{y}(\boldsymbol{w}^{(l)})\sum_{i=1}^{c} f_i(\boldsymbol{z}) \tag{17}$$

問題(P_{max})に対しては右辺の符号を変える。

問題(P_{goal})の目的関数 $J(\boldsymbol{w})$は次のように定義する。

はじめに問題(P)の目的関数の両辺から望ましい値 y^*を引いて 2 乗する。

$$(\hat{y}(\boldsymbol{w})-y^*)^2=\left(\frac{\sum_{i=1}^{c} h_i(\boldsymbol{w})}{\sum_{i=1}^{c} f_i(\boldsymbol{z})}-y^*\right)^2 \tag{18}$$

次にパラメトリック問題へ変換し展開する。

$$\left(\sum_{i=1}^{c} h_i(\boldsymbol{w})-y^*\sum_{i=1}^{c} f_i(\boldsymbol{z})\right)^2 - (\hat{y}(\boldsymbol{w})-y^*)^2\left(\sum_{i=1}^{c} f_i(\boldsymbol{z})\right)^2 \tag{19}$$

$$=(\hat{y}(\boldsymbol{w})-y^*)\sum_{i=1}^{c} f_i(\boldsymbol{z})\times\left(\sum_{i=1}^{c} h_i(\boldsymbol{w})-\hat{y}(\boldsymbol{w})\sum_{i=1}^{c} f_i(\boldsymbol{z})\right) \tag{20}$$

従って問題(P_{goal})に対しては目的関数 $J(\boldsymbol{w})$は次式となる。

$$J(\boldsymbol{w})=(\hat{y}(\boldsymbol{w}^{(l)})-y^*)\sum_{i=1}^{c} f_i(\boldsymbol{z})\times\left(\sum_{i=1}^{c} h_i(\boldsymbol{w})-\hat{y}(\boldsymbol{w}^{(l)})\sum_{i=1}^{c} f_i(\boldsymbol{z})\right) \tag{21}$$

Step 3：目的関数の微分係数ベクトルを求める。

Step 4：更新の幅を与えるパラメータ $\rho^{(l)}(>0)$の適切な値を求めるために，つぎの制約条件付き一次元最適化問題を解く。

$$\min_{\rho\geq 0}\{J(\boldsymbol{w}(\rho))\} \tag{22}$$

ただし，

$$\boldsymbol{w}(\rho)=\boldsymbol{w}^{(l)}\pm\rho\left.\frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{w}}\right|_{\boldsymbol{w}=\boldsymbol{w}^{(l)}} \tag{23}$$

ここで，問題(P_{max})に対しては符号は＋であり，問題(P_{min})および(P_{goal})に対しては－を用いる。

$\underline{w}_i$, $\overline{w}_i$をそれぞれ w_iの定義域の下限値，上限値とし，拘束条件

$$(w_i(\rho)-\underline{w}_i)(w_i(\rho)-\overline{w}_i)\leq 0 \tag{24}$$

を満たす範囲で，ステップ幅 $\rho=\rho^{(l)}$を求める。

Step 5 $\boldsymbol{w}^{(l)}$を次式により更新する。

$$\boldsymbol{w}^{(l+1)}=\boldsymbol{w}^{(l)}\pm\rho^{(l)}\left.\frac{\partial J^{(l)}}{\partial \boldsymbol{w}}\right|_{\boldsymbol{w}=\boldsymbol{w}^{(l)}} \tag{25}$$

ただし，問題(P_{max})に対しては符号は＋であり，問題(P_{min})および(P_{goal})に対しては－を用いる。

Step 6：ステップ数 l を $l+1$ に更新する。最大反復回数を越えれば終了。更新された点 $\boldsymbol{w}^{(l)}$を用いてファジィモデルの出力 $\hat{y}(\boldsymbol{w}^{(l)})$を求める。ファジィモデルの出力の変化値がしきい値より小さければ終了。そうでなければ Step 2 へ戻る。

3.3 解の評価

求められた解の中には，無事に収束に至る以外に最大反復回数を越えてしまったものや，更新された点が定義域を越えてしまったものもある。しかし，望ましい値に近づけたいときにはそれらの解も含めて解の評価をすべきである。

問題(P_{min})においては，得られた解と遺伝的アルゴリズムによる複数の解をそれぞれ初期値とした分数計画法による解の中での最小値との差がしきい値以下であるものを採用する。問題(P_{goal})においては，得られた解と y^*との差がしきい値以下であるものを解とする。ただし，しきい値は許容できる目的値との誤差としてあらかじめ設定する。

4. 数値例

ファジィモデルの逆問題について問題点を明らかにするとともに，提案する手順の有効性を示すために数値例を提示する。本数値例では，簡単のために前件部変数と後件部変数を共に x_1,x_2とし，目的変数を y とする。入力変数は$\{w_1,w_2\}=\{x_1,x_2\}$である。各変数について，使用する全データにより定義されるメンバシップ関数のパラメータを表 1 に示す。3 次元観測データから同定されたファジィモデルを表 2 から表 3 に与える。メンバシップ関数のチューニングパラメータ t_{ij1},t_{ij2}は，それらがデフォルト値のとき，実測値とファジィモデルの予測値の相関係数が 0.999 と高いため，このファジィモデルの全てのチューニングパラメータはデフォルト値とする。ファジィモデルによる出力をデータとともに図 1 に示す。曲面はモデルを表し，モデル同定に使用したデータを□印で表している。モデル同定に使用したデータ点はほぼ曲面上にあるが，データ

NII-Electronic Library Service

Japan Society for Fuzzy Theory and Systems

がない領域では変数 y の値は不自然である。このようなファジィモデルに対して，モデルの出力値を与えて対応する入力変数の値を求める。本数値例ではファジィモデルの出力が 4.0 に近くなるような入力を求める問題(P_{goal})を扱う。第1段階の遺伝的アルゴリズムでは初期集団サイズは 200，世代数は 20 とする。また交叉確率は 0.9，突然変異確率は 0.2 とする。第2段階を経て得られた解の中で目的値との差が 0.1 以下のものを採用している。図2では，逆問題の解である入力値を×印により示している。逆問題の解に対応する出力 y はほぼ 4.0 の等高線に沿っている。しかし，データがない領域では適合度が低いため，解が発見されていない。これは，目的関数の微分係数がほとんど 0 になり探索を停止するためである。

表1 各変数のメンバシップ関数のパラメータ

Vars.	min	q_1	q_2	q_3	max
x_1	0.74	3.07	5.63	8.41	10.9
x_2	0.20	2.39	6.14	7.49	9.86
y	2.94	4.34	4.72	5.48	8.58

表2 ルール1

Rule 1	Parameters of Membership Func.				
Var.	min	q_1	q_2	q_3	max
x_1	0.74	1.11	2.30	2.76	3.47
x_2	0.20	0.70	1.44	2.11	2.99
y	2.94	3.67	4.39	5.2	5.57
Conseq.	$y = 2.0 + 0.9x_1 + 0.3x_2$				

表3 ルール2

Rule 2	Parameters of Membership Func.				
Var.	min	q_1	q_2	q_3	max
x_1	4.11	5.07	5.63	6.39	6.98
x_2	6.13	7.00	7.79	8.85	9.86
y	4.02	4.31	4.48	4.73	5.15
Conseq.	$y = 7.0 - 0.3x_1 - 0.1x_2$				

表4 ルール3

Rule 3	Parameters of Membership Func.				
Var.	min	q_1	q_2	q_3	max
x_1	8.08	8.51	9.41	10.2	10.9
x_2	3.11	4.27	5.37	6.78	7.95
y	4.14	5.59	6.31	7.26	8.58
Conseq.	$y = -7.0 + 1.2x_1 + 0.4x_2$				

5. 考察

ファジィモデルの前件部適合度が小さくても逆問題の解を求めたい場合がある。その場合は，遺伝的アルゴリズムにおいて，前件部適合度が高いことを要求せず，評価基準は，問題(P_{min})，(P_{max})においては最良個体の出力値との2乗誤差，問題(P_{goal})においては y^* との2乗誤差が小さいこととする。全ての逆問題の値を求めるための方策として，第2段階の分数計画法を用いるときにつぎのように各ルールの適合度を正規化する。すなわち，

$$f_i(z) \rightarrow \frac{f_i(z)}{\sum_{i=1}^{c} f_i(z)} \tag{26}$$

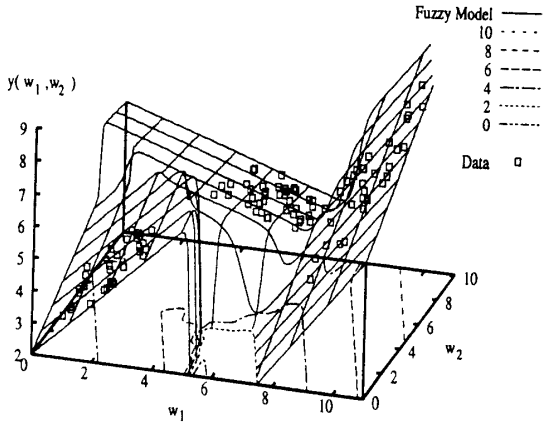


図1 データ□(印)とファジィモデル．

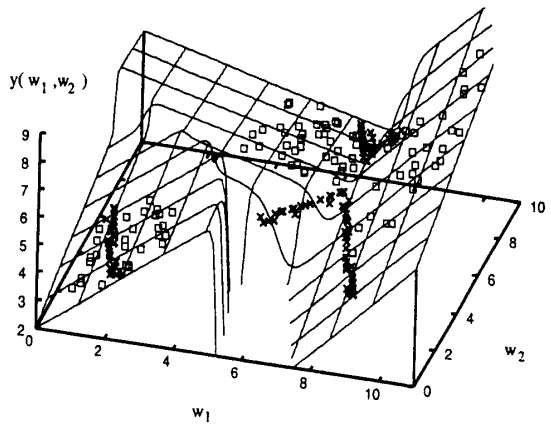


図2 逆問題の解(×印)．

NII-Electronic Library Service

Japan Society for Fuzzy Theory and Systems

これにより，目的関数の微分係数の値が大きくなるため，適応度の小さい領域も探索されることになる。この方法で得られた逆問題の解を図3と図4に示す。

図4は図3を上から見た2次元グラフである。データを□印で，逆問題の解である入力値を×印により示し，各ルールの適合度を内側から0.9，0.5，0.1の等高線で表している。

6．おわりに

本論文では，ファジィモデルの逆問題について考察し，その解法について提案した。一般の最適化問題への拡張は容易である。ここでは簡単な数値例のみを扱ったが，実際の問題においては，逆問題の解として前件部変数と後件部変数の値の組が与えられるから，条件によってシステムへの入力値が求められることになる。

今後の課題としては，相関を考えることのできる多次元メンバシップ関数を用いて，入力変数間の相関による制約を考慮すること，あるいは，複数の目的変数を持つ場合に多目的問題としての定式化を行うことなどがある。また，前述の考え方を用いて逆問題を解くことにより，データの存在しない領域におけるルールの拡張使用，あるいは新規のルールの追加作成についての情報を得る手順を開発することも重要な課題である。

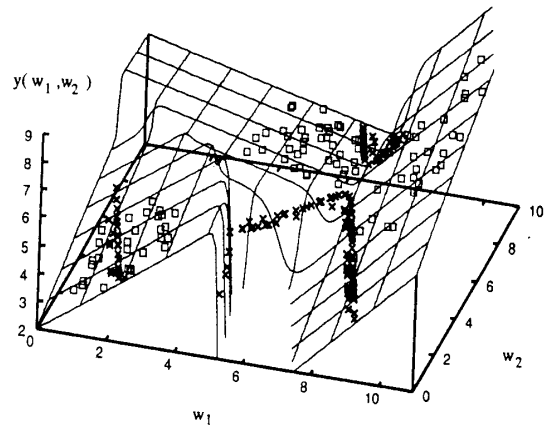


図3 探索範囲を拡げた解(×印)．

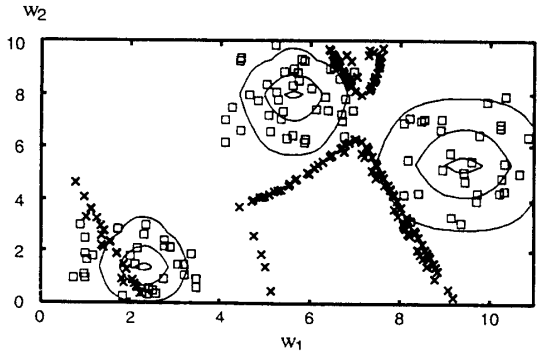


図4 データと解(×印)のw_1-w_2平面への射影．

参考文献

[1]田辺國士：逆問題における先駆情報のBayesの方法による取扱い，計測と制御 Vol.36，No.7，pp.468-471，1997.

[2]生駒哲一，広田薫：ファジィモデルにおける逆問題の数値的解法，第9回ファジィシステムシンポジウム，pp.225-228，1995.

[3]塚本弥八郎，田代勤：Fuzzy逆問題の解法，計測自動制御学会論文集，Vol.15，No.1，pp.21-25，1979.

[4]林陽一，井村敦：ファジィ対応の逆問題の超高速解法，第6回ファジィシステムシンポジウム，pp.183-188，1990.

[5]菅野道夫：ファジィ制御，日刊工業株式会社，pp.161-177，1988.

[6]T. Takagi and M. Sugeno：Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, Vol.SMC-15，No.1，pp.116-132，1985.

[7]Y. Nakamori and M. Ryoke：Identification of fuzzy prediction models through hyperellipsoidal clustering. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, Vol.24，No.8，pp.1153-1173，1994.

[8]領家美奈，中森義輝：適応型ファジィクラスタリングによる分類と回帰の同時分析，日本ファジィ学会誌，Vol.8，No.1，pp.136-146，1996.

[9]M. Ryoke, H. Tamura and Y. Nakamori：Fuzzy modeling through adaptive fuzzy clustering. *Proc. of 4th European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing*, pp.1416-1419，Aachen，Germany，September 2-5，1996.

[10]D. E. Goldberg：*Genetic Algorithm in Search, Optimization, and Machine Learning*，Addison-Wesley，1989.

[11]玉置 久：遺伝的アルゴリズムと多目的最適化，北野宏明編「遺伝的アルゴリズム2」第3章，産業図書，pp.71-87，1995.

[12]G. Edelnam：Mudulation of cell adhesion during induction, histogenesis, and perinatal development of the nervous system. *Annu. Rev. Neuroscience*, Vol.7，pp.339-377，1984.

[13]R. Horst and P. M. Pardalos (eds.)：*Handbook of Global Optimization*. Kluwer Academic Publishers，pp.495-608，1995.

(1997年10月30日 受付)
(1998年3月12日 再受付)

NII-Electronic Library Service

Japan Society for Fuzzy Theory and Systems

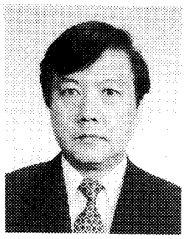
[問い合わせ先]
〒923-1292
石川県能美郡辰口町旭台1-1
北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科
領家美奈
TEL ：0761-51-1757
FAX ：0761-51-1774
E-mail：ryoke@jaist.ac.jp

著 者 紹 介

領家 美奈（りょうけ みな）

北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科

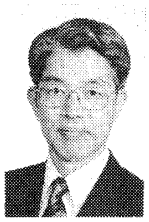
1992年3月 甲南大学理学部応用数学科卒業。同年4月より松下電工株式会社中央研究所勤務。1993年4月 甲南大学大学院修士課程自然科学研究科情報・システム科学専攻入学。1995年3月 修了。同年4月大阪大学大学院基礎工学研究科物理系専攻制御工学分野博士後期課程入学。1998年3月修了。工学博士。同年4月より北陸先端科学技術大学院大学助手。1993年度 日本ファジィ学会論文賞受賞。1996年6月から8月にかけて国際応用システム解析研究所にて、Young Scientist's Summer Programに参加。日本ファジィ学会会員。



中森 義輝（なかもり よしてる）

北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科

1979年 京都大学大学院工学研究科数理工学専攻博士課程修了。工学博士。甲南大学理学部応用数学科勤務を経て，1998年4月より北陸先端科学技術大学院大学教授。1984年10月より1985年11月まで，国際応用システム解析研究所(オーストリア)研究員。1986年4月より環境庁国立環境研究所客員研究員。1992年9月より大連理工大学客員教授兼務。日本ファジィ学会，計測自動制御学会，環境科学会，IEEEなどの会員。



田村 坦之（たむら ひろゆき）

大阪大学大学院基礎工学研究科

1964年 大阪大学大学院工学研究科修士課程修了。同年～1971年三菱電機(株)中央研究所勤務、同年 大阪大学工学部助教授、1987年 同教授、1993年 基礎工学部教授、1997年 大学院基礎工学研究科教授となり現在に至る。その間、1966年～1968年米国スタンフォード大学大学院Engineering-Economic Systems学科に留学、1972年～1973年英国ケンブリッジ大学客員研究員、大規模システムの方法論とその生産システム・公共システムへの応用に関する研究に従事。工学博士。1976年計測自動制御学会論文賞、1990年システム制御情報学会樋木記念賞論文賞受賞。SICE、ISCIE、日本OR学会、IEEE、ORSAなどの会員。

Solution to Inverse Problems of the Takagi-Sugeno Models

by

Mina RYOKE, Yoshiteru NAKAMORI and Hiroyuki TAMURA

Abstract：

This paper considers the inverse problem of nonlinear systems described by the Takagi-Sugeno fuzzy models. The solution to this problem is not unique generally because the correspondence from output to input is one-to-many in a fuzzy model. It is required to develop an algorithm that derives all possible combinations of inputs, together with the confidence of their combinations. The paper proposes an algorithm to solve inverse problems, where the genetic algorithm and the fractional programming are used for the first and the second stages, respectively. However, the fractional programming does not work well when the degrees of confidence of all rules are small. The paper also discusses this problem in the context of future prediction.

Contact Address：**Mina RYOKE**
School of Knowledge Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology
1-1 *Asahidai, Tatsunokuchi, Ishikawa* 923-1292, *Japan*
TEL ：0761-51-1757
FAX ：0761-51-1774
E-mail：ryoke@jaist.ac.jp

NII-Electronic Library Service