JAIST Repository
https://dspace.jaist.ac.jp/

Title	適応型ファジィ回帰におけるパラメータの設定法
Author(s)	領家，美奈；中森，義輝；田村，坦之
Citation	日本ファジィ学会誌，10(2)：150-157
Issue Date	1998-04-15
Type	Journal Article
Text version	publisher
URL	http://hdl.handle.net/10119/7963
Rights	Copyright (C) 1998 日本知能情報ファジィ学会．領家美奈，中森義輝，田村坦之，日本ファジィ学会誌，10(2)，1998，150-157．本文データは学協会の許諾に基づきCiNiiから複製したものである．
Description	

JAIST
JAPAN
ADVANCED INSTITUTE OF
SCIENCE AND TECHNOLOGY

Japan Advanced Institute of Science and Technology

Japan Society for Fuzzy Theory and Systems

日本ファジィ学会誌 Vol.10, No.2, pp.330-337(1998)

論 文

適応型ファジィ回帰における パラメータの設定法†

領家 美奈*1　中森 義輝*1　田村 坦之*2

データの分類と回帰を同時に実行する適応型ファジィ回帰分析におけるパラメータの設定法について考察する。適応型ファジィ回帰分析においてはクラスタリング規範の中に2つのパラメータが存在する。これらは，回帰モデルの残差とクラスタの大きさとのバランスをとり，クラスタの形状を適応的に変化させるためのパラメータである。本論文では，ファジィモデリングという文脈において，これらのパラメータの設定法について提案をおこなう。

1．はじめに

ファジィクラスタリングを応用した回帰超平面群の同時同定はHathaway and Bezdekが提案したFuzzy c-Regression Models[1](以下FCRMと略記)から始まっている。また，クラスタの形状を考慮する研究は，クラスタリング実行前にクラスタ数とクラスタの超体積の大きさを与える手法[2]や，Daveによる Adaptive Fuzzy c-Elliptotypes[3](以下AFCと略記)の提案により大きく前進している。

さらに，これらの研究を融合し，多次元データ集合に対する分類と回帰の同時分析法 Adaptive Fuzzy c-Regression Models(以下AFCRと略記)が提案されている[4]。この方法は，クラスタリング過程で逐次同定される回帰モデルの残差と，クラスタの大きさとを，適応的に変化するパラメータを用いてバランスをとる方法である。

本論文においては，AFCR法におけるパラメータの設定法について考察し，いくつかの提案をおこなう。論文の構成は以下のとおりである。まず，次節でAFCR法の結果を適用するファジィモデルについて簡単に述べ，3節においてAFCR法の概略を記述する。4節では，提案されているAFCR法の枠内でパラメータの設定法を考察する。最後に，5節において新しく提案するパラメータ設定法を記述する。

2．ファジィモデル

本論文で議論するAFCR法は，ファジィモデルの同定を強く意識したものである。ただし，目的変数，説明(後件部)変数，および条件(前件部)変数を事前に決定し，AFCR法により得られるデータの分類と回帰超平面群を用いてファジィルールを同定するというアプローチを採用する。各変数群の選択には熟考を要するが，クラスタリングの実行は大量のデータを扱っても時間がかからず容易であることから，変数選択はAFCR法を用いて対話的に決定するというアプローチを考えている。以上が本研究の背景である。

高木・菅野型ファジィモデル[5]の前件部を多次元メンバシップ関数で記述するつぎのようなファジィモデルを考える。

Rule R_i：

if $\boldsymbol{z}$ is F_i, then $\boldsymbol{y}=\boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x};\Omega)\equiv(1,\ \boldsymbol{x})A_i$　(1)

ここで，$\boldsymbol{y}=(y_1, y_2,\cdots, y_r)$は目的変数ベクトル，$\boldsymbol{x}=(x_1, x_2,\cdots, x_s)$は説明変数ベクトル，$\boldsymbol{z}=(z_1,z_2,\cdots, z_t)$は条件変数ベクトルである。2つの変数集合$\{x_1,x_2,\cdots, x_s\}$と$\{z_1,z_2,\cdots, z_t\}$はしばしば共通部分を持つ。$F_i$は条件変数に関するメンバシップ関数$f_i(\boldsymbol{z})$で表されるファジィ部分集合である。関数$\boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x};\Omega)$は線形回帰モデルである。ベクトル$(1,\boldsymbol{x})$は回帰モデルの定数項と説明変数ベクトルをあわせたものである。A_iは$(s+1)\times r$係数行列である。線形回帰モデルの係数集合を

$$\Omega=\{A_i;\ i=1,2,\cdots, c\}$$

とおく。ただし，cはルール数である。予測値$\hat{\boldsymbol{y}}$は次式によって与えられる。

$$\hat{\boldsymbol{y}}=\frac{\sum_{i=1}^{c} f_i(\boldsymbol{z}^*)\cdot\boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x}^*)}{\sum_{i=1}^{c} f_i(\boldsymbol{z}^*)}\qquad(2)$$

ここで，$\boldsymbol{x}^*$と$\boldsymbol{z}^*$は入力値ベクトルを示す。なお，メン

† Parameter Tuning in Adaptive Fuzzy Regression
Mina RYOKE, Yoshiteru NAKAMORI and Hiroyuki TAMURA

*1 北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科
School of Knowledge Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology
*2 大阪大学大学院基礎工学研究科
Department of Systems and Human Science, Graduate School of Engineering Science, Osaka University

NII-Electronic Library Service

Japan Society for Fuzzy Theory and Systems

バシップ関数 $f_i(\boldsymbol{z})$ の同定問題については文献[4]に詳しい記述がある。

3．適応型ファジィクラスタリング

AFCR 法は Hathaway and Bezdek[1]によって提案された FCRM 法に，クラスタリング過程でクラスタの形状をダイナミックに変更する Dave[3]の考え方を加味したものである。これにより，無限の広がりを持つ回帰超平面上で，遠く離れた複数のデータが1つのクラスタに属してしまうことを防ぐことが可能となる。

3.1 クラスタリングの規範

ファジィクラスタリングにおいては，ファジィ分割行列 $U=(u_{ik})$ によりデータ k がクラスタ i に属す度合いを表す。最終的に収束したファジィ分割行列が分割結果を表すことになる。ファジィ分割行列 U の要素は以下の条件を満たすことが要求されている。

(i) $0\leq u_{ik}\leq 1,\ i=1,2,\cdots,c\ ;\ k=1,2,\cdots,n$

(ii) $0<\sum_{k=1}^{n} u_{ik}<n,\ i=1,2,\cdots,c$

(iii) $\sum_{i=1}^{c} u_{ik}=1,\ k=1,2,\cdots,n$

ここで c はクラスタ数であり n はデータ数である。

AFCR 法の規範はつぎのように定義されている[4]。

$$J(U,\Omega,V,\alpha_1,\cdots,\alpha_c,\eta)=\sum_{k=1}^{n}\sum_{i=1}^{c}(u_{ik})^m L_{ik}(\Omega,V,\alpha_i,\eta) \tag{3}$$

ここで，m は1より大きい値が設定されるパラメータで，この値が大きいほど分割結果のあいまい度は大きくなり，どのデータ点も全てのクラスタに同程度に属す割合が高くなる。

さて，$L_{ik}(\Omega,V,\alpha_i,\eta)$ は次式によって定義される。

$$L_{ik}(\Omega,V,\alpha_i,\eta)=\alpha_i E_{ik}(\Omega)+(1-\alpha_i)\eta D_{ik}(V) \tag{4}$$

ここで，$E_{ik}(\Omega)$ はモデル i による目的変数群の k 番目のデータ

$$\boldsymbol{y}_k=(y_{k1},y_{k2},\cdots,y_{kr})^{\top}$$

に対する回帰残差の平方であり，次式で定義される。

$$E_{ik}(\Omega)=\|\boldsymbol{y}_k-\boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x}_k\ ;\ \Omega)\|^2 \tag{6}$$

ただし，$\boldsymbol{x}_k$ は説明変数群の k 番目のデータ

$$\boldsymbol{x}_k=(x_{k1},x_{k2},\cdots,x_{ks})^{\top}$$

である。ここで，$(\cdot)^{\top}$ は転置を意味する。

一方，$D_{ik}(V)$ は条件変数空間におけるデータ点

$$\boldsymbol{z}_k=(z_{k1},z_{k2},\cdots,z_{kt})^{\top}$$

とクラスタ重心 $\bar{\boldsymbol{z}}_i$ との2乗距離である。すなわち，

$$D_{ik}(V)=\|\boldsymbol{z}_k-\bar{\boldsymbol{z}}_i\|^2 \tag{6}$$

なお，条件変数空間でのクラスタ重心は

$$\bar{\boldsymbol{z}}_i=\frac{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\boldsymbol{z}_k}{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m},\quad i=1,2,\cdots,c \tag{7}$$

と定義される。クラスタ重心の集合 $V=\{\bar{\boldsymbol{z}}_1,\cdots,\bar{\boldsymbol{z}}_c\}$ もまたクラスタリング過程で同時に同定される。

ここで，データ間距離を条件変数空間でのみ考慮する理由は，ファジィモデルの異なるルール間では前件部同士が重ならないようにしたいためである。

3.2 パラメータ α_i

(4)式におけるパラメータ α_i は $0\leq\alpha_i\leq 1$ を満たし，クラスタリング過程において以下のように適応的に決定される。まず，すべての変数のデータベクトルを

$$\boldsymbol{w}_1,\boldsymbol{w}_2,\cdots,\boldsymbol{w}_n$$

と表す。全変数空間において各クラスタのデータのファジィ散布行列

$$S_i=\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m(\boldsymbol{w}_k-\bar{\boldsymbol{w}}_i)(\boldsymbol{w}_k-\bar{\boldsymbol{w}}_i)^{\top} \tag{8}$$

を計算する。ただし，

$$\bar{\boldsymbol{w}}_i=\frac{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\boldsymbol{w}_k}{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m},\quad i=1,2,\cdots,c \tag{9}$$

ファジィ散布行列 S_i の固有値 $\lambda_{i1},\lambda_{i2},\cdots,\lambda_{ih}$ を用いてつぎのように α_i を決定する。ここで h はクラスタリング変数の数とする。

$$\alpha_i=1-\frac{\min_j\{\lambda_{ij}\}}{\max_j\{\lambda_{ij}\}},\quad i=1,2,\cdots,c \tag{10}$$

これにより，線形関係が抽出されている可能性の高いクラスタでは α_i は1に近くなり，回帰残差(5)式が重視され，そうでないクラスタではデータ間距離(6)式が重視される。

ところで，強度の非線形性のため，好ましい回帰超平面が発見できないクラスタが存在することがある。この場合，ファジィモデルの後件部はファジィ命題，あるいは非線形モデルで同定することになる。

NII-Electronic Library Service

Japan Society for Fuzzy Theory and Systems

3.3 パラメータ η

一方，(4)式におけるパラメータ η は $E_{ik}(\Omega)$ と $D_{ik}(V)$ とが異なる空間における規範であることから導入されたパラメータである。すなわち，これらの大きさのバランスをとることが目的である。AFCR 法では各々の空間の次元を考慮して発見的に定めている。

3.4 アルゴリズム

クラスタリングアルゴリズムの詳細は文献[4]に譲るが，概略は以下のとおりである。

ステップ 1：イテレーション・カウンタ l を0とする。パラメータ m,c,η を与える。収束判定値 ε 与える。メンバシップ値の初期値を乱数で与える。

ステップ 2：最小2乗法により回帰係数を計算する。

ステップ 3：条件変数データのクラスタ中心ベクトルを求める。

ステップ 4：全変数データのクラスタ中心ベクトルを求める。クラスタの散布行列の固有値を求め，α_i を計算する。

ステップ 5：次式によりメンバシップ値を更新する。

$$u_{ik}^{(l+1)}=\left[\sum_{j=1}^{c}\left(\frac{L_{ik}^{(l)}}{L_{jk}^{(l)}}\right)^{\frac{1}{m-1}}\right]^{-1}$$

ステップ 6：収束判定条件

$$\max_{i,k}\{|u_{ik}^{(l+1)}-u_{ik}^{(l)}|\}<\varepsilon$$

を満たせば終了。満たさなければ，$l=l+1$ として **ステップ 2** へ戻る。

なお，データは変数ごとにあらかじめ平均0，分散1に標準化しておく。したがって，ファジィモデルの後件部の線形式は逆変換して求める。

4．パラメータ設定法の改良

回帰残差とデータ間距離のバランスをとるパラメータ α_i と，従来の AFCR 法では発見的に決められていた評価規範の第1項と第2項のバランスを考えるパラメータ η の設定について考察する。

4.1 α_i の設定法の改良

ここで，AFCR 法の目的を整理すると

1．条件変数空間はなるべく重ならないようにファジィ分割をおこなうこと
2．各目的変数と説明変数空間における線形関係を発見すること

である。第1の点はデータ間距離を条件変数空間のみで考慮していることに反映されている。しかし，第2の点については再考を要する。

第2の点を考慮すると，パラメータ α_i の設定において，以下のような変更をすべきである。

・各目的変数ごとに α_i を計算する。
・α_i を計算するために用いるファジィ散布行列を，全変数のデータではなく，1つの目的変数と説明変数群のデータから計算する。

各目的変数ごとに AFCR 法を適用する方が，各目的変数については利用価値の高いファジィモデルが得られるであろう。しかしここでは，同一のデータ分割，すなわち同一のルール群により複数の目的変数を予測するという立場で以下の提案を記述する。

目的変数が複数の場合，すなわち $r>1$ の場合，各目的変数 y_p について

$$\boldsymbol{w}_{kp}=(y_{kp},\boldsymbol{x}_k^{\top})^{\top},\quad k=1,2,\cdots,n \tag{11}$$

というデータベクトルをつくり，r 個のファジィ散布行列

$$S_{ip}=\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m(\boldsymbol{w}_{kp}-\bar{\boldsymbol{w}}_{ip})(\boldsymbol{w}_{kp}-\bar{\boldsymbol{w}}_{ip})^{\top} \tag{12}$$

を求める。ただし，

$$\bar{\boldsymbol{w}}_{ip}=\frac{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m\boldsymbol{w}_{kp}}{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m},\quad i=1,2,\cdots,c \tag{13}$$

ファジィ散布行列 S_{ip} の固有値を用いて，(10)式により r 個のパラメータ $\alpha_{i1},\alpha_{i2},\cdots,\alpha_{ir}$ を求める。

目的変数間に重視度 $q_1,\cdots,q_r$ がつけられる場合は

$$\alpha_i=\sum_{p=1}^{r}q_p\alpha_{ip},\quad i=1,2,\cdots,c \tag{14}$$

と設定する。そうでない場合は

$$\alpha_i=\min\{\alpha_{i1},\alpha_{i2},\cdots,\alpha_{ir}\} \tag{15}$$

と設定する。α_{ip} が大きいほど目的変数 y_p について線形関係が発見されている可能性が高い。最小の α_{ip} を α_i とするのは，すべての目的変数について満足できる回帰モデルを得るためである。

4.2 その他の問題点

しかしながら，このようにしても以下のような問題点がある。

1．2つ以上のクラスタにおいて類似の回帰超平面が同定される。
2．s 次元の回帰超平面を求めようとしているのであるが，ファジィ散布行列の2番目に小さい固有値も0に近くなる，いわゆる多重共線性の発生。

第1の問題が生じる例を図1に示す。図1には1つの平面

NII-Electronic Library Service

Japan Society for Fuzzy Theory and Systems

$$2X_1-X_2-X_3+1=0 \tag{16}$$

上に異なる2つのデータ集合がのっている場合が示されている。実際の問題ではデータに誤差が含まれるから，以下では，一様乱数 $\delta 0D16[-1,+1]$ を発生させ，

$$2X_1-X_2-X_3+1=\delta \tag{17}$$

という関係のデータを用いる。

X_1 を目的変数，X_2,X_3 を説明変数，X_2,X_3 を条件変数としてクラスタリングを実行する。クラスタ数 c を2とする。

この場合，α_i を計算するためのデータは，新たな方法でも全変数のデータとなる。すべての変数のデータを用いてファジィ散布行列を求めると，それによって計算される最小固有値は2つのクラスタとも0に極めて近くなり，α_i はどちらも1に極めて近くなる。したがって，評価規範の第2項はほとんど0となり，2つのクラスタにおいて類似の回帰平面が得られる。しかし，データの分類はできない。

データ数を $n=64$ とし，パラメータを $m=1.5$，$\eta=1.0$，$\varepsilon=0.00001$ と設定し，メンバシップ値の初期値を乱数で与えたところ，31回のイテレーションで収束し，回帰式，パラメータ α_i，および評価規範の部分的な値は以下のようであった。

数値実験 1

クラスタ1（図1で細長い分布のデータ集合）

$X_1=-0.1984+0.4952X_2+0.4874X_3$

パラメータ：$\alpha_1=0.9983$

回帰残差：$\sum_{k=1}^{n}(u_{1k})^m E_{1k}=0.2039$

散布状態：$\sum_{k=1}^{n}(u_{1k})^m D_{1k}=47.55$

クラスタ2（図1で円形の分布のデータ集合）

$X_1=-0.6884+0.4885X_2+0.4680X_3$

パラメータ：$\alpha_2=0.9987$

回帰残差：$\sum_{k=1}^{n}(u_{2k})^m E_{2k}=0.2700$

散布状態：$\sum_{k=1}^{n}(u_{2k})^m D_{2k}=76.22$

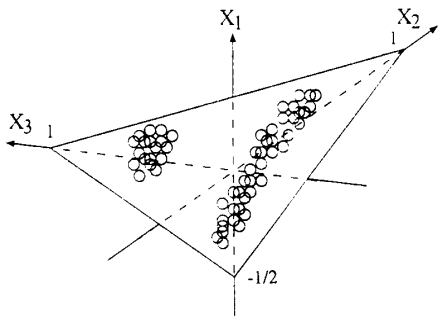


図1 3次元空間で平面上にのっているデータ

このように，2つのクラスタとも α_i の値がほとんど1に近く，データ間距離が考慮されないため，メンバーシップ値は図2のようになり，データの分類はうまくできない。図2ではクラスタ1へのメンバシップ値を示している。データ番号1から38までが細長い分布のデータ集合に含まれているデータで，データ番号39から64までが円形の分布のデータ集合に含まれているデータである。

この数値実験から直ちに考えられる処方箋は

・クラスタ数を1つ減じる

ということである。すなわち，AFCR法により類似の回帰超平面が2つ以上求まってしまうと，データの分類もうまくおこなわれていない可能性が高いから，それらを1つのクラスタに合併する。

ただし，図1のようなデータ分布の場合，

・説明変数を1つ減じる

ことにより，2つのクラスタと2つのモデルをつくることも考えられる。これにより，多重共線性の問題も回避できる可能性がある。

実際，目的変数を X_1，説明変数を X_2，条件変数を X_2,X_3 とし，数値実験1と同じパラメータ m,c,η,ε と初期値を与えた場合，2本の直線が同定され，データもうまく分類された。15回のイテレーションで収束し，回帰式，パラメータ α_i，および評価規範の部分的な値は以下のようであった。

数値実験 2

クラスタ1（図1で細長い分布のデータ集合）

$X_1=-2.111+1.274X_2$

パラメータ：$\alpha_1=0.9866$

回帰残差：$\sum_{k=1}^{n}(u_{1k})^m E_{1k}=3.968$

散布状態：$\sum_{k=1}^{n}(u_{1k})^m D_{1k}=42.52$

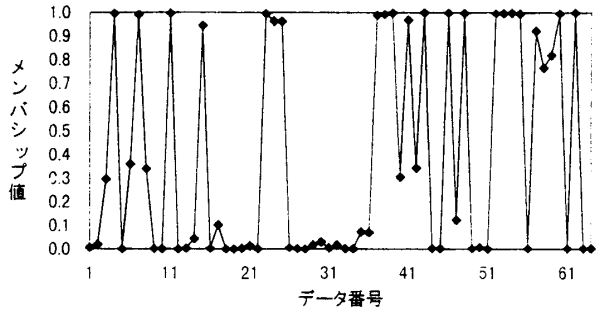


図2 数値実験1におけるクラスタ1へのメンバシップ値

NII-Electronic Library Service

Japan Society for Fuzzy Theory and Systems

クラスタ2(図1で円形の分布のデータ集合)}

$X_1=1.356+0.315X_2$

パラメータ：$\alpha_2=0.5847$

回帰残差：$\sum_{k=1}^{n}(u_{2k})^m E_{2k}=2.900$

散布状態：$\sum_{k=1}^{n}(u_{2k})^m D_{2k}=5.250$

クラスタ2のパラメータが$\alpha_2=0.5847$に収束したということは，それほど良い線形モデルではないことを意味している。しかし，図3に示すように，データのメンバシップ値は満足できるものである。

4.3 ηの設定法について

パラメータηの役割は，クラスタリング規範の第1項と第2項の大きさのバランスをとることである。DaveのAFC法[3]と異なり，AFCR法では第1項と第2項を考慮する空間が異なるためこのパラメータが導入されている。

パラメータη設定の1つの考え方は

- 第1項で考慮する空間と第2項で考慮する空間のそれぞれのデータ分布の拡がり方の比によって求める

ことである。すなわち，目的変数空間をY，説明変数空間をX，条件変数空間をZとするとき，

$$\eta\propto\frac{Var[Y-\boldsymbol{g}(X)]}{Var[Z]} \tag{18}$$

ただし，$Var[Z]$は空間Zにおけるデータ分布の分散を意味する。$Var[Y-\boldsymbol{g}(X)]$も同様である。

しかし，回帰モデルを同定する以前に上式の値を推測することは困難である。そこで，すべての変数のデータが分散1に標準化されていることを考慮して，

$$\eta=\left(\frac{r}{t}\right)^2 \tag{19}$$

と与えることが考えられる。ただし，r,tはそれぞれ目的変数，条件変数の個数である。

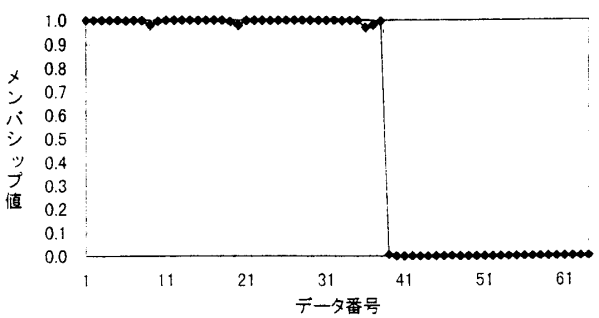


図3 数値実験2におけるクラスタ1へのメンバシップ値

また，クラスタリング過程において，クラスタごとに適応的に与えることも考えられる。すなわち，

$$\eta_i=\frac{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m E_{ik}}{\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m D_{ik}} \tag{20}$$

しかしながら，α_iが1に非常に近いときは，η_iをどのように設定しようとも有効には働かない。

5. 新たなパラメータ設定法

複数の類似の回帰超平面が得られた場合，クラスタ数を1つ減じるという考え方を前節で述べたが，データの分布を考慮すれば，前件部の異なる2つのルールで対応した方が望ましい場合もある。すなわち，

- ファジィモデルの前件部において，AND演算だけでなく，OR演算を使用する方が実際のデータ分布を反映している場合がある。あるいは，OR演算というよりも，別のルールをつくると言ってもよい。
- ここでは，この点に対処できるパラメータ設定法を提案する。

AFCR法では，ファジィ散布行列の最大と最小の固有値のみを用いて，パラメータを適応的に決定しているが，すべての固有値を用いる方がよりよい結果を得る可能性がある。そこで，以下のようにα_iとη_iを決定する方法を考える。

各目的変数y_pについて

$$\boldsymbol{w}_{kp}=(y_{kp},\boldsymbol{x}_k^{\top})^{\top},\quad k=1,2,\cdots,n \tag{21}$$

というデータベクトルをつくり，r個のファジィ散布行列

$$S_{ip}=\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m(\boldsymbol{w}_{kp}-\bar{\boldsymbol{w}}_{ip})(\boldsymbol{w}_{kp}-\bar{\boldsymbol{w}}_{ip})^{\top} \tag{22}$$

を求める。S_{ip}の固有値を

$$\lambda_{ijp},\quad j=1,2,\cdots,s+1$$

とする。

一方，条件変数群のデータからファジィ散布行列

$$S'_i=\sum_{k=1}^{n}(u_{ik})^m(\boldsymbol{z}_k-\bar{\boldsymbol{z}}_i)(\boldsymbol{z}_k-\bar{\boldsymbol{z}}_i)^{\top} \tag{23}$$

を求め，S'_iの固有値を

$$\mu_{ij},\quad j=1,2,\cdots,t$$

とする。

これらを用いてパラメータα_iを以下のように決定する。まず，各目的変数について

NII-Electronic Library Service

Japan Society for Fuzzy Theory and Systems

$$\alpha_{ip}=\frac{\mathrm{Var}[\lambda_{ijp}]}{\mathrm{Var}[\lambda_{ijp}]+\mathrm{Var}[\mu_{ij}]},\quad p=1,2,\cdots,r \tag{24}$$

を計算し，最終的に

$$\alpha_i=\min\{\alpha_{i1},\alpha_{i2},\cdots,\alpha_{ir}\} \tag{25}$$

と定義する。ただし，Var[・]は分散を表す。

一方，パラメータ η_iは以下のように決定する。同様に各目的変数について

$$\eta_{ip}=\frac{\sum_{j=1}^{s+1}\lambda_{ijp}}{\sum_{j=1}^{t}\mu_{ij}},\quad p=1,2,\cdots,r \tag{26}$$

を計算し，最終的に

$$\eta_i=\max\{\eta_{i1},\eta_{i2},\cdots,\eta_{ir}\} \tag{27}$$

と定義する。なお，η_iはクラスタリング過程で α_iを決定する前後に計算する。

これらの設定法の意味するところを以下にまとめる。

1．ここで新たに定義した α_iは以前の定義よりクラスタの形状に一層注目している。すなわち，ファジィ散布行列の固有値の分散が大きいということは，それだけ線形関係が発見されている可能性が高いから，α_iの値を大きく設定し，規範の中で回帰残差の項を重視する。

2．最小の α_{ip}を α_iとするのは，どの目的変数に対する回帰モデルもできるだけ満足するものを得るためである。

3．図1のようなケースに対しては，η_iを大きく設定し，データ間距離を重視することにより2つのクラスタを得ることが可能である。そこで，η_iを目的変数および説明変数空間におけるデータの拡がりを表す量と，条件変数空間におけるデータの拡がりを表す量の比で与えている。これにより，ある回帰超平面により近似されるデータの分散が大きくなれば，データ間距離を重視することにより，データの拡がりの大きなクラスタの生成を抑制するようなフィードバックがかかる。

4．最大の η_{ip}を η_iとするのは，目的変数および説明変数空間におけるデータの拡がりが大きいほど，条件変数空間におけるデータ間距離を重くみるということで，より小さい領域で部分線形モデルを得ようとするものである。

5．α_iが前節の場合のように極端に1に近くなる可能性が小さいので，η_iは有効に働くことになる。

このようにしても，完全に同一平面上にのっているデータは分類できないが，図1に乱数を加えた先の例については2つの回帰平面とともにデータの望ましい分類が得られた。数値実験1と同じパラメータ m,c,εと初期値を与えたところ，最終的に収束した回帰式，パラメータ α_i,η_i，および評価規範の部分的な値は以下のようになった。

数値実験3

クラスタ1（図1で細長い分布のデータ集合）

$X_1=-0.8408+0.6357X_2+0.3971X_3$

パラメータ：$\alpha_1=0.7972,\eta_1=1.538$

回帰残差：$\sum_{k=1}^{n}(u_{1k})^mE_{1k}=0.6624$

散布状態：$\sum_{k=1}^{n}(u_{1k})^mD_{1k}=39.46$

クラスタ2（図1で円形の分布のデータ集合）

$X_1=-0.3613+0.4316X_2+0.4348X_3$

パラメータ：$\alpha_2=0.7067,\ \eta_2=1.055$

回帰残差：$\sum_{k=1}^{n}(u_{2k})^mE_{2k}=0.8235$

散布状態：$\sum_{k=1}^{n}(u_{2k})^mD_{2k}=15.46$

本節の設定法では α_iは極端に1に近くなることはない。クラスタ1へのメンバシップ値を図4に示す。数値実験1と比較すれば，データの望ましい分類が得られていることがわかる。

しかし，この実験では収束までに1,118回のイテレーションを要している。このように収束に時間がかかるのは複数の類似の回帰超平面が発見されているときの特徴である。したがって，本節で提案した方法でデータ分割を強行するか，あるいは，以前の方法でクラスタ数あるいは説明変数を減らしてみるか，という判断は分析者の仕事となる。

ちなみに，説明変数を1つ減らした場合，前節の方法では15回のイテレーションで収束したが，本節の方法では，数値実験2と同じパラメータ m,c,εと初期値を用いて，18回のイテレーションで収束した。ただし，回帰式，パラメータ α_i,η_i，および評価規範の部分的な

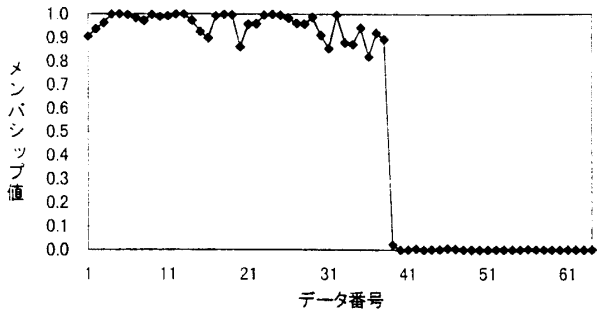


図4 数値実験3におけるクラスタ1へのメンバシップ値

NII-Electronic Library Service

Japan Society for Fuzzy Theory and Systems

値は以下のように数値実験2と大きな違いはない。

数値実験4

クラスタ1(図1で細長い分布のデータ集合)

$X_1=-2.116+1.250X_2$

パラメータ：$\alpha_1=0.7816$, $\eta_1=1.767$

回帰残差：$\sum_{k=1}^{n}(u_{1k})^m E_{1k}=3.677$

散布状態：$\sum_{k=1}^{n}(u_{1k})^m D_{1k}=39.38$

クラスタ2(図1で円形の分布のデータ集合)

$X_1=1.412+0.339X_2$

パラメータ：$\alpha_2=0.6587$, $\eta_2=1.1001$

回帰残差：$\sum_{k=1}^{n}(u_{2k})^m E_{2k}=3.734$

散布状態：$\sum_{k=1}^{n}(u_{2k})^m D_{2k}=14.40$

クラスタ1へのメンバシップ値を図5に示す。数値実験2と比べると，分類についてはややシャープでないことがわかる。

6. おわりに

データの分類と回帰モデル群の同定を同時に扱う適応型ファジィクラスタリングにおけるパラメータの設定法について考察した。まず，1つの目的変数と説明変数群の空間における線形関係の発見の可能性を高めるために,文献[4]の方法におけるパラメータの設定法を改良した。つぎに，ファジィモデルの構築という視点から，複数の類似の回帰モデルが発見された場合でも，データ分布を考慮して複数のクラスタを得るための，新しいパラメータ設定法を提案した。

現在のところ，類似の後件部を持つ異なるファジィルールを構築すべきかどうかは分析者の判断に委ねられることになる。この問題，および説明変数と条件変数の選択問題についてはさらに研究を要する。

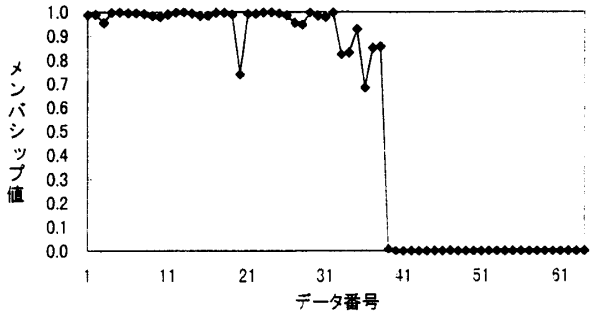


図5 数値実験4におけるクラスタ1へのメンバシップ値

参考文献

[1]R. J. Hathaway and J. C. Bezdek：Switching regression models and fuzzy clustering, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, Vol.1, No.3, pp.195-204, 1993.

[2]D. E. Gustafson and W. C. Kessel：Fuzzy clustering with a fuzzy covariance matrix. *Proc. of IEEE CDC*, pp.761-766, San Diago, CA, 1979.

[3]R. N. Dave：An Adaptive fuzzy c-elliptotype clustering algorithm. *Proc. NAFIPS* 90：*Quarter Century of Fuzziness*, Vol.I, pp.9-12, 1990.

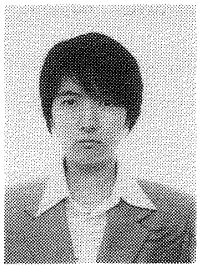
[4]領家美奈，中森義輝：適応型ファジィクラスタリングによる分類と回帰の同時分析.日本ファジィ学会誌, Vol.8, No.1, pp.136-146, 1996.

[5]T. Takagi and M. Sugeno：Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, Vol.SMC-15, No.1, pp.116-132, 1985.

(1997年5月13日 受 付)
(1998年1月8日 再受付)

[問い合わせ先]
〒923-1293
石川県能美郡辰口町旭台1-1
北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科
領家 美奈
TEL ：0761-51-1757
FAX ：0761-51-1340
E-mail：ryoke@jaist.ac.jp

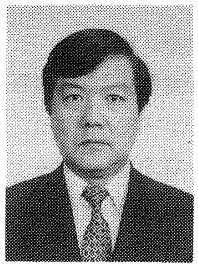
著者紹介



領家 美奈(りょうけ みな)

北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科

1992年3月 甲南大学理学部応用数学科卒業。同年4月より松下電工株式会社中央研究所勤務。1993年4月 甲南大学大学院修士課程自然科学研究科情報・システム科学専攻入学。1995年3月 修了。同年4月大阪大学大学院基礎工学研究科物理系専攻制御工学分野博士後期課程入学。1998年3月 修了。工学博士。同年4月より北陸先端科学技術大学院大学助手。1993年度日本ファジィ学会論文賞受賞。1996年6月から8月にかけて国際応用システム解析研究所にて、Young Scientist's Summer Programに参加。日本ファジィ学会会員。



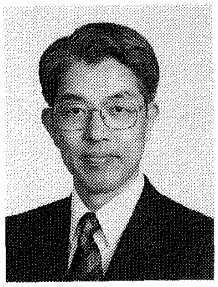
中森 義輝(なかもり よしてる)

北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科

1979年 京都大学大学院工学研究科数理工学専攻博士課程修了。工学博士。甲南大学理学部応用数学科勤務を経て，1998年4月より北陸先端科学技術大学院大学教授。1984年10月より1985年11月まで,国際応用システム解析研究所(オーストリア)研究員。1986年4月より環境庁国立環境研究所客員研究員;1992年9月より大連理工大学客員教授兼務。日本ファジィ学会,計測自動制御学会,環境科学会,IEEEなどの会員。

NII-Electronic Library Service

Japan Society for Fuzzy Theory and Systems



田村 坦之 (たむら ひろゆき)

大阪大学大学院基礎工学研究科

1964年 大阪大学大学院工学研究科修士課程修了。同年～1971年 三菱電機(株)中央研究所勤務、同年 大阪大学工学部助教授、1987年 同教授、1993年 基礎工学部教授、1997年 大学院基礎工学研究科教授となり現在に至る。その間、1966年～1968年 米国スタンフォード大学大学院Engineering-Economic Systems学科に留学、1972年～1973年 英国ケンブリッジ大学客員研究員、大規模システムの方法論と生産システム・公共システムへの応用に関する研究に従事。工学博士。1976年計測自動制御学会論文賞、1990年 システム制御情報学会槇木記念賞論文賞受賞。SICE、ISCIE、日本OR学会、IEEE、ORSAなどの会員。

Parameter Tuning in Adaptive Fuzzy Regression

by

Mina RYOKE, Yoshiteru NAKAMORI and Hiroyuki TAMURA

Abstract :

There are two types of design parameters in the adaptive fuzzy regression, which influences the result of clustering and regression. These parameters change the shapes of clusters adaptively by creating a balance between the regression residuals and the volumes of clusters. This paper suggests, in the context of fuzzy modeling, how to determine these parameters in order to obtain better regression models and fuzzy clusters simultaneously.

Contact Address : **Mina RYOKE**
School of Knowledge Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology
1-1 *Asahidai, Tatsunokuchi, Ishikawa* 923-1292, *Japan*
TEL : 0761-51-1757
FAX : 0761-51-1340
E-mail : ryoke@jaist.ac.jp

NII-Electronic Library Service