Title	量子計算の複雑さに関する研究
Author(s)	三原，孝志
Citation	
Issue Date	1997-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/832
Rights	
Description	Supervisor:國藤 進，情報科学研究科，博士

The Complexity of Quantum Computation
（量子計算の複雑さに関する研究）

三原 孝志
北陸先端科学技術大学院大学
情報科学研究科

1997 年 1 月 16 日

論文の内容の要旨

本論文は、1980 年代に提案された新しい計算機モデルである量子 Turing 機械を用いて、種々の問題に対する計算量の評価を与える。

第 1 章では、研究の背景と目的について述べる。1985 年に Deutsch は初めて、計算の基本原理に量子物理学固有の性質–物理状態の重ね合わせ–を採り入れた計算機モデルである量子 Turing 機械（QTM）を提案した。さらに、1993 年に Bernstein と Vazirani がこの QTM を数学的に形式化した。その後、従来の計算機では効率的に解くことができないが QTM では効率的に解くことができる問題が存在する可能性が示唆されてきている。

第 2 章では、QTM を定義する上で必要となる幾つかの概念を定義する。最初に、計算機のモデルとして Turing 機械（TM）を定義する。TM は QTM を定義する上で基礎となるモデルである。また、QTM は可逆計算機の一種であるため、計算の可逆性についても述べる。

第 3 章では、種々の量子計算機のモデルを紹介する。量子計算機はまず Deutsch により QTM として提案された。彼の QTM は初めて計算の基本原理に物理状態の重ね合わせを組み込んだモデルであり、現在、多くの研究者が彼の QTM に基づく研究を行なっている。次に、今までに提案されてきている他の量子計算機のモデルを簡単に紹介する。最後に、量子計算機の実現可能性についても簡単に述べる。

第 4 章では、TM に基づく計算量クラスおよび QTM に基づく計算量クラスの定義を与える。そして、計算量クラス間の関係について幾つかの結果を示す。

第 5 章では、QTM 上で周期関数の周期を効率的に見つける方法を示す。問題を QTM 上で効率的に解く方法が幾つか提案されてきており、特に、量子 Fourier 変換と量子反復技法がよく用いられてきている。量子 Fourier 変換は離散 Fourier 変換の量子版であり、関数のある種の性質を効率的に求めることができる。この変換を用いて、QTM 上で周期関数 $f(x) = f(x + r)$ や $x = f^r(x)$ の周期 r をエラー確率限定で多項式時間で見つける方法を示す。擬似乱数発生器として提案されている関数の幾つかはこれらの関数に含まれている。

第 6 章では、与えられたテーブル内の特定の要素を効率的に見つける量子探索アルゴリズムを示す。量子反復技法はアルゴリズムを繰り返し用いることにより計算の受理状態の確率を増加させる方法である。この技法を用いて、ソートされていない n 個の相異なる要素を持つテーブル T

（$T[0], T[1], \ldots, T[n-1]$）と要素 q が与えられている時（ただし、要素 q は T 内に存在していなくても良い）、要素 q が T 内に存在する時は対応するインデックスを、要素 q が T 内に存在しない時は要素 q の前後の連続する値に対応するインデックスの対 (j,k)（$T[j] < q < T[k]$）を、平均 $O(n^{1/2})$ 時間で見つける量子探索アルゴリズムを示す。特に、このアルゴリズムはテーブル T 内の最大値や最小値を平均 $O(n^{1/2})$ 時間で見つけることができる。

第 7 章では、NP 完全問題を QTM 上で解く時の計算量の評価を与える。NP 完全問題は多くの状況で現れるが、従来の計算機で効率的に解くことができるか否かは知られていない。一方、観測問題は物理学において興味深い問題であるが、物理的観測を実行した時に何が起こるか正確には知られていない。本論文では以下の 2 つの観測に関する仮定を与え、この仮定の下での結果を示す。(i) 仮定 Π_1：物理状態の重ね合わせが観測後も保存され、重ね合わせの状態数に比例する時間ですべての状態を観測することができる。(ii) 仮定 Π_2：重ね合わせ内の特定の状態を多項式時間で観測することができる。この時、QTM は充足可能性判定問題（SAT）を、仮定 Π_1 の下で $O(2^{n/4})$ 時間で、また、仮定 Π_2 の下で $n^{O(1)}$ 時間で解くことができることを示す（n は SAT のインスタンスの長さである）。SAT は典型的な NP 完全問題である。

第 8 章では、今まで述べてきた結果のまとめと今後の課題について述べる。

最後に付録 A として、量子計算機を理解する上で必要となる量子物理学について簡単に要約する。

キーワード： **量子計算, 量子 Turing 機械, 量子計算量クラス, 周期関数, 擬似乱数発生器, 量子探索アルゴリズム, NP 完全問題, 充足可能性判定問題**