

Title	区間二部グラフの効率の良い認識に関する研究
Author(s)	栗林, 康之
Citation	
Issue Date	2010-03
Type	Thesis or Dissertation
Text version	author
URL	http://hdl.handle.net/10119/8964
Rights	
Description	Supervisor: 上原隆平, 情報科学研究科, 修士

区間二部グラフの効率の良い認識に関する研究

栗林 康之 (0710025)

北陸先端科学技術大学院大学 情報科学研究科

2010 年 2 月 9 日

キーワード: グラフクラス, 認識アルゴリズム, 区間二部グラフ, 真区間二部グラフ, 円弧グラフ, 真円弧グラフ.

計算機で扱う多くの問題は, グラフ構造でモデル化することができる. こうした問題を効率よく解くには, グラフ理論と, アルゴリズム理論がともに重要な役割を果たす. グラフの認識問題は, アルゴリズム理論とグラフ理論に深く関係する問題の中でも, 基本的な問題の一つである. グラフクラス C の認識問題とは, あるグラフが与えられた時に, そのグラフがグラフクラス C に属するかどうかを判定する問題である. グラフの認識問題の困難さは, グラフクラスの包含関係と無関係である. これまでに区間グラフや弦グラフなどのグラフクラスについて認識問題を解く高速なアルゴリズムが開発された.

区間グラフとは, 区間の集合上で定義される交差グラフで, 頂点が隣接するための必要十分条件は対応する区間に重なりを持つことである. 区間グラフは一つの区間を時間, 温度などと考えることにより, 様々な問題をモデル化できる. 特に, バイオインフォーマティクスにおいて, DNA の断片を一つの区間と考えることができる. この時膨大な情報はグラフ表現ではなく区間表現で与えられる.

区間グラフに類似したグラフクラスに区間二部グラフがある. 区間二部グラフとは, 2種類の (数直線上の) 区間の集合上で定義される交差グラフで, 頂点が隣接するための必要十分条件は, 対応する区間が異なる集合に属し, かつそれらが重なりを持つことである. 区間二部グラフは 1980 年代初頭に Harary, Kabell, McMorris によって導入された. しかし, 1997 年にこの論文の特徴づけに間違いがあることが指摘され, 同時に区間二部グラフが多項式時間で認識できることが示された. この認識アルゴリズムの計算時間は $O(nm^6(n+m)\log n)$ であった. しかし, この論文にも間違いがあることわかり, 修正されたアルゴリズムが Web 上で公開されている. その Web 上で公開されている正しい認識アルゴリズムの計算時間は $O(n^5m^6 \log n)$ である.

近年, 区間二部グラフの非常に単純な特徴づけが Hell, Huang によって与えられた. その特徴づけとは, あるグラフが区間二部グラフであれば, そのグラフの補グラフが円弧グラフと呼ばれる違うグラフクラスに属している, というものである. この補グラフによる特徴づけは非常に優れたアイデアであった. しかし, これはグラフ理論的な結果であり,

これに基づいたアルゴリズムは知られていない。区間二部グラフは、自然なグラフのモデルであるが、グラフアルゴリズムの観点からはあまり研究されているとはいえない。この特徴づけを利用すれば、区間二部グラフの既存の認識アルゴリズムを改善できると予想できる。

本研究では、区間二部グラフの認識アルゴリズムへの足がかりとして、真区間二部グラフの認識を行う。真区間二部グラフは区間二部グラフの部分クラスであり、真区間二部グラフは、どの区間も別の区間に真に含まれないという区間表現を持つグラフのことである。真区間二部グラフは区間二部グラフよりも良い特徴を持っている。そのため、区間二部グラフより真区間二部グラフのほうがアルゴリズムの開発が容易であることが予想される。

真区間二部グラフの認識アルゴリズムについては、別の特徴づけに基づく線形時間アルゴリズムがいくつか存在する。例えば、LexBFSを使ったアルゴリズムが存在する。また、真区間二部グラフは二部パーミュテーショングラフと同値であり、二部パーミュテーショングラフとしての特徴を使ったアルゴリズムも存在する。しかし、それらのアルゴリズムを一般の区間二部グラフに拡張することは難しい。Hell, Huang の論文では、真区間二部グラフに対しても、補グラフによる特徴づけが存在することが示された。本研究では、この補グラフによる特徴づけを用いて、真区間二部グラフの認識をする多項式時間アルゴリズムを提案する。